

# Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Л. М. Трускиновский, Структура изотермического фазового скачка, *Докл. АН СССР*, 1985, том 285, номер 2, 309–315

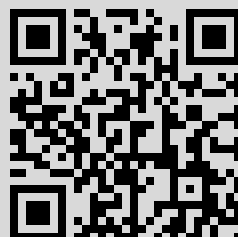
Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 193.54.89.93

22 июня 2021 г., 14:12:02



УДК 532.6

МЕХАНИКА СПЛОШНОЙ СРЕДЫ

Л.М. ТРУСКИНОВСКИЙ

СТРУКТУРА ИЗОТЕРМИЧЕСКОГО ФАЗОВОГО СКАЧКА

(Представлено академиком Л.И. Седовым 5 V 1984)

Рассмотрим классические уравнения движения вязкого теплопроводного газа [1]

$$(1) \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla_i(\rho v^i) = 0, \quad \frac{\partial(\rho v^i)}{\partial t} + \nabla_j(\rho v^i v^j) = \nabla_j P^{ij};$$

$$(2) \quad \frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \nabla_i(\rho v^i e) = P^{ij} \nabla_j v_i - \nabla_i q^i,$$

где  $v^i$  — вектор скорости,  $P_{ij} = -Pg_{ij} + \lambda g_{ij} \nabla_k v^k + \mu(\nabla_i v_j + \nabla_j v_i)$  — тензор напряжений,  $q_i = -\kappa \nabla_i T$  — вектор притока тепла,  $P = \rho^2 \partial f / \partial \rho$  — давление;  $f(\rho, T)$ ,  $e = f - T \partial f / \partial T$  — свободная и внутренняя энергии единицы массы;  $\rho, T$  — плотность и температура;  $g_{ij}$  — метрический тензор в эйлеровой системе координат наблюдателя. Хорошо известно, что система уравнений (1), (2) с  $\lambda = \mu = \kappa = 0$  допускает разрывные решения, которые переходят в непрерывные при введении диссипативных членов: скачки заменяются при этом узкими зонами, где градиенты искомых функций велики.

Рассмотрение газа в более широкой области изменения параметров приводит к модели жидкости, претерпевающей фазовое превращение (см. ниже). В этом случае уравнения движения идеальной среды имеют разрывные решения нового типа (фазовые скачки [2]), структура которых уже не может быть построена в рамках модели вязкой теплопроводной жидкости. Для построения непрерывных решений можно, следуя идеям Ван-дер-Ваальса [3, 4], перейти к более общей модели нелокальной жидкости, свободная энергия которой зависит не только от плотности, но и от градиентов плотности  $\tilde{f}(\rho, \nabla \rho, \nabla \nabla \rho, \dots, T)$ . В частности, можно рассмотреть простейшее выражение [3–5]:

$$(3) \quad \tilde{f}(\rho, \nabla \rho, T) = f(\rho, T) + \epsilon g^{ij} \nabla_i \rho \nabla_j \rho,$$

где  $\epsilon > 0$  — малый параметр (вообще — функция плотности и температуры). Естественно ожидать, что заметные поправки будут лишь в случае решений с большими градиентами плотности; наиболее известный эффект связан с появлением поверхностного натяжения [3–6].

Общие методы построения моделей сплошных сред, в том числе и нелокальных, разработаны Л.И. Седовым и его школой [1, 7, 8]. Используя предложенные в [1] алгоритмы, по заданному выражению для энергии  $\tilde{f}(\rho, \nabla \rho, T)$  можно получить

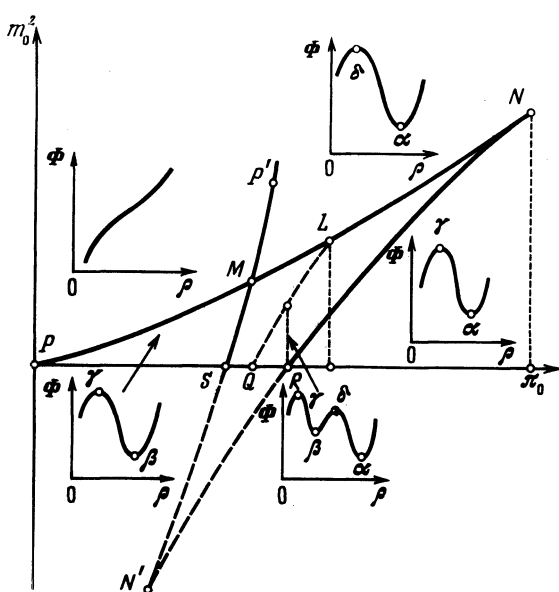
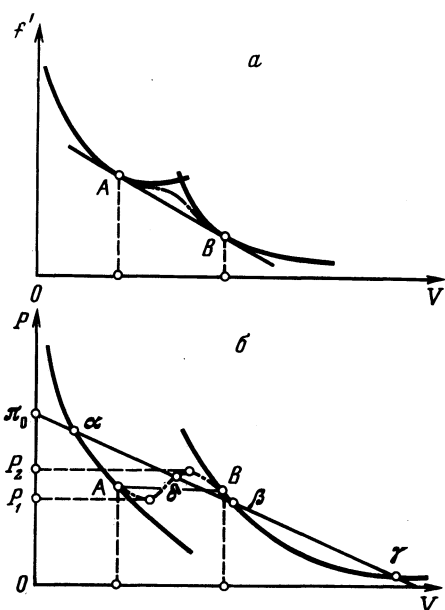


Рис. 1. Зависимость плотности свободной энергии  $f'$  и давления  $P$  от удельного объема  $V$  для рассматриваемой жидкости. Отрезок  $AB$  – состояние равновесной смеси, невыпуклое продолжение для  $f'$  штрих-пунктирная линия.

Рис. 2. Бифуркационная диаграмма для функции  $\Phi(\rho, \pi_0, m_0^2)$ . В точках  $N, N'$  – сборки, отрезки  $PN, N'P'$  – складки, точка  $M$  – пересечение складок

выражение для тензора напряжений\*

$$\tilde{P}_j^i = P_j^i + \left[ \rho^2 \frac{\partial(f - \tilde{f})}{\partial \rho} + \rho \frac{\partial \tilde{f}}{\partial \nabla_k \rho} \nabla_k \rho + \rho^2 \nabla_k \left( \frac{\partial \tilde{f}}{\partial \nabla_k \rho} \right) \right] \delta_j^i - \rho \frac{\partial \tilde{f}}{\partial \nabla_i \rho} \nabla_j \rho,$$

а также для вектора добавочного притока энергии, обусловленного нелокальностью уравнения состояния  $\tilde{q}^i = q^i + \rho^2 (\partial \tilde{f} / \partial \nabla_i \rho) (\nabla_k v^k)$ : система уравнений движения совпадает с (1), (2) при условии, что  $P^i_j$  и  $q^i$  заменены соответственно на  $\tilde{P}^i_j$  и  $\tilde{q}^i$ . Выписывая дисперсионное соотношение для звуковых волн  $\rho' \sim \exp[i(kx - \omega t)]$  в среде с энергией (3), при  $\lambda = \mu = \kappa = 0$ , получим [7]  $(\omega/k)^2 = V^2 (\partial^2 f / \partial V^2) + 2\epsilon k^2$ , где  $V = 1/\rho$  – удельный объем, так что градиентные члены в уравнениях будут существенны при описании неоднородностей с масштабом  $\lambda^2 \sim 8\pi^2 \epsilon \rho_0^4 / (\partial^2 f / \partial V^2)_0$ . Роль этих членов становится преобладающей при наличии области изменения параметров с  $\partial^2 f / \partial V^2 \ll 0$ .

Именно такая ситуация реализуется для жидкости, претерпевающей фазовый переход. В этом случае функция  $f(\rho, T)$  при постоянной температуре имеет две ветви, отвечающие различным фазам и определенные, вообще говоря, на пересекающихся интервалах изменения плотности. Для получения непрерывных решений необходимо иметь однозначное уравнение состояния в области параметров, отвечающих межфазной зоне. Простейшая модель "равновесной смеси" предполагает по-

\* Соотношения типа (3) были использованы ранее для непрерывного описания статических равновесных двухфазных конфигураций [4, 5], однако отсутствие корректной механической постановки задачи привело, в частности, к неоднозначности в выборе выражения для тензора напряжений (см. [6]).

строение максимального выпуклого продолжения для  $f(\rho, T)$ . Это означает, что с помощью соотношений  $[P]_-^+ = 0$ ,  $[f + P/\rho]_-^+ = 0$  (условия равновесия Гиббса [9]) на графике  $f'(V, T) = f(\rho, T)$  определяются точки  $A$  и  $B$  (рис. 1), соединяемые затем отрезком прямой. В то же время очевидно, что при описании достаточно узких межфазных зон существенными оказываются эффекты смещения. Предполагая, что образование смеси сопровождается поглощением энергии, приходим к невыпуклому продолжению функции  $f'(V, T)$  в область "промежуточных" значений  $V$  (рис. 1).

В качестве иллюстрации сформулированных общих положений в настоящей заметке рассматривается задача об изотермическом ( $\kappa = \infty$ ,  $T = T_0$ ) стационарном течении (в виде бегущей волны) среды с энергией (3). Соответствующие решения уравнений (1) вида  $\rho(\xi)$ ,  $v(\xi)$ , где  $\xi = x - Dt$ , с граничными условиями  $\rho(\pm\infty) = \rho_{\beta, \alpha}$ ,  $v(\pm\infty) = v_{\beta, \alpha}$  могут быть использованы для моделирования структуры фазового скачка. В работе [2] рассматривалась модельная ситуация, когда  $\eta \equiv \equiv \lambda + 2\mu = 0$ . Отметим также, что близкие свойства стационарных решений имеют место для уравнения [10]

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial \varphi(u)}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^3 u}{\partial x^3}.$$

2. Согласно [2] для построения структуры фазового скачка необходимо решить краевую задачу для уравнения 1-го порядка относительно функции  $y(\rho) = d\rho/d\xi$ :

$$(4) \quad \frac{\partial(\epsilon y^2 - \Phi)}{\partial \rho} = \frac{y \eta m_0}{\rho^4}, \quad y(\rho_\alpha) = y(\rho_\beta) = 0,$$

где  $\Phi(\rho, \pi_0, m_0^2, T_0) = f(\rho, T_0) - m_0^2/2\rho^2 + \pi_0/\rho$ ,  $\rho_{\alpha, \beta}$  — две соседние точки минимума функции  $\Phi(\rho)$ ;  $m_0 = \rho(v - D)$ ,  $\pi_0 = \tilde{P}_{xx} + \rho(D - v)^2$  — константы интегрирования уравнений движения. При  $\eta = 0$  уравнение (4) интегрируется, а необходимое условие существования решения выражает равенство обобщенных химических потенциалов  $\Phi(\rho_\alpha) = \Phi(\rho_\beta)$ . При  $\eta \neq 0$  необходимое условие имеет вид

$$(5) \quad m_0[\Phi(\rho_\alpha) - \Phi(\rho_\beta)] = \mathcal{R}T_0, \quad \mathcal{R} = \frac{\eta m_0^2}{T_0} \int_{\rho_\alpha}^{\rho_\beta} \frac{y(\rho) d\rho}{\rho^4};$$

здесь  $\mathcal{R} \geq 0$  — вязкая диссипация на скачке. С учетом (5) система соотношений на разрыве для рассматриваемых скачков запишется в виде

$$(6) \quad [\rho(D - v_n)]_-^+ = 0, \quad [P + \rho(D - v_n)^2]_-^+ = 0, \quad [v_\tau]_-^+ = 0;$$

$$(7) \quad [\rho(D - v_n)(f + P/\rho + \frac{1}{2}(D - v_n)^2)]_-^+ = -\mathcal{R}T.$$

Обратимся к анализу поведения функции  $\Phi(\rho, m_0^2, \pi_0, T_0)$  при изменении параметров  $m_0^2$  и  $\pi_0$ . Соответствующая бифуркационная диаграмма приведена на рис. 2. Функция  $\Phi(\rho)$  имеет 4 экстремума в области  $SMNR$ , где и располагаются искомые значения  $m_0^2(\pi_0)$ . Отрезок  $QL$  отвечает бездиссипативным скачкам и неявно задается с помощью обобщенного "правила Максвелла":

$$\int_{V_\alpha}^{V_\beta} P dV = \frac{1}{2} (V_\beta - V_\alpha) (P(V_\alpha) + P(V_\beta)),$$

где  $V_{\alpha, \beta} = 1/\rho_{\alpha, \beta}$ ,  $P(V_{\alpha, \beta}) = \pi_0 - m_0^2 V_{\alpha, \beta}$ . Ломанная с самопересечением  $PMNN'MP'$  определяется преобразованием Лежандра  $\tilde{\pi}_0(m_0^2)$  функции  $P(V)$ , при этом  $m_0^2 = -\partial P/\partial V$ . Кривые  $RN$  и  $SMV$  соответствуют разрывам, распространяющимся по частицам перед собой со скоростью звука (режимы Жуге).

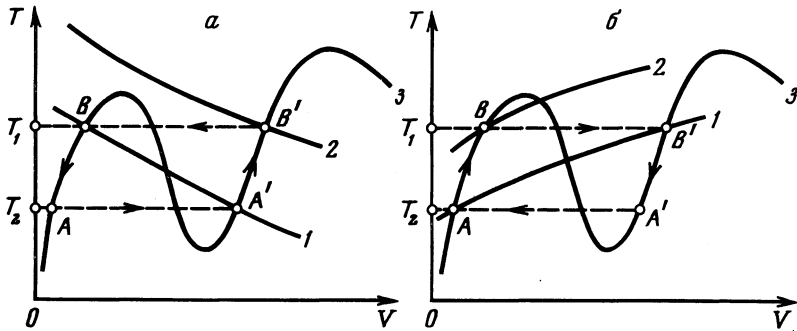


Рис. 3. Структура внешнего решения для теплопроводной вязкой жидкости. *a* – для нормальной среды возможны скачки сжатия вида  $A'B'B$  ( $T_1 = T_0$ ) и скачки разряжения вида  $BAA'$  ( $T_2 = T_0$ ). *б* – для аномальной среды – скачки сжатия вида  $B'A'A$  ( $T_2 = T_0$ ) и скачки разряжения вида  $ABB'$  ( $T_1 = T_0$ ). 1 –  $E(\rho, T) = 0$ ; 2 –  $E(\rho, T) > 0$ ; 3 –  $V = 1/\rho(T)$

В дальнейшем положим для определенности  $m_0 < 0$ , выбирая положительное направление оси координат в сторону, противоположную течению. Линеаризация уравнения (4) в окрестности особых точек показывает, что положения равновесия ( $y \neq 0, \rho = \rho_{\alpha, \beta}$ ) (рис. 2) соответствуют на фазовой плоскости ( $y, \rho$ ) седлам, сепаратрисы которых имеют наклоны

$$\frac{dy}{d\rho} \Big|_{\alpha, \beta} = \frac{\eta m_0}{4\epsilon\rho} \left\{ 1 \pm \left[ 1 + \frac{8\epsilon\rho^4}{\eta^2 m_0^2} \left( \rho^2 \frac{\partial P}{\partial \rho} - m_0^2 \right) \right]^{1/2} \right\} \Big|_{\alpha, \beta}$$

Два других положения равновесия ( $y = 0, \rho = \rho_{\gamma, \delta}$ ), отвечающие точкам максимума  $\Phi$ , задают устойчивые фокусы или узлы соответственно при  $(\eta^2 m_0^2 / 8\epsilon\rho^4) |_{\gamma, \delta} \leq \leq (m_0^2 - \rho^2 \partial P / \partial \rho) |_{\gamma, \delta}$ . При значениях параметров, отвечающих режимам Жуге, возникают вырожденные состояния равновесия типа седло–узел. Решению задачи о структуре скачка, распространяющегося по частицам с дозвуковой скоростью, сопоставляется сепаратриса, соединяющая оба седла (гетероклиническая траектория). Анализ условия (5) позволяет прийти к выводу, что в среде с рассматриваемым уравнением состояния возможны как скачки сжатия, так и скачки разряжения; первым отвечают значения параметров в области  $SMLQ$  вторым – в области  $QLNR$  (см. рис. 2).

3. Для того чтобы избежать несущественных усложнений, положим  $\epsilon = \text{const}$  и ограничимся изучением скачков сжатия; скачки разряжения исследуются аналогично. Пусть  $y_\alpha(\rho, m_0, \pi_0)$  – решение уравнения (4), отвечающее сепаратрисе, выходящей из седла ( $y = 0, \rho = \rho_\alpha$ ) в сторону нижней полуплоскости ( $y \leq 0$ );  $y_\alpha(\rho_\alpha) = 0$ . Траектория  $y_\alpha(\rho)$  может закончиться в одной из особых точек ( $y = 0, \rho = \rho_{\alpha, \beta, \gamma, \delta}$ ). Первые два режима будем называть градиентными, вторые два – вязкими. Легко видеть, что в пространстве параметров  $(m_0^2, \pi_0)$  вязким режимам будут соответствовать открытые двумерные области, при этом соответствующие скачки оказываются эволюционными. Градиентным режимам отвечают одномерные подмножества; эволюционность соответствующих скачков обусловлена появлением дополнительной связи  $m_0^2(\pi_0)$ . Имеются также смешанные режимы Жуге.

Можно убедиться, что решение уравнения (4) с точностью до изменения масштаба зависит от параметров  $\eta, \epsilon$  лишь через комбинацию вида  $\nu = \eta/\sqrt{\epsilon}$ . В рассматриваемой задаче имеются две интегрируемые асимптотики по безразмерному параметру  $W = \nu/\rho_0^2$ , где  $\rho_0$  – некоторое среднее значение плотности. При  $W \rightarrow \infty$  приходим к случаю классических газодинамических скачков, которые рассмотрены, например, в [11]. Заметим только, что при  $W < 2[2(1 - a^2/\nu^2)]^{1/2}$ ,

$a^2 = \partial P / \partial \rho |_{\gamma, \delta}$ ,  $\rho_0 = \rho_{\gamma, \delta}$ , соответствующие решения  $\rho(\xi)$  перестают быть монотонными, приобретая осциллирующие "хвосты". Асимптотика  $W \rightarrow 0$  приводит к градиентным режимам [2], которые отвечают в плоскости параметров  $(m_0^2, \pi_0)$  отрезку  $QL$ .

4. Обозначим через  $\tilde{\rho}_\alpha (< \rho_\alpha)$  точку первого пересечения кривой  $y_\alpha(\rho, \pi_0, m_0, \nu)$  оси  $y = 0$ .

Утверждение 1. Для  $\rho \in (\tilde{\rho}_\alpha, \rho_\beta)$  имеют место неравенства

$$\frac{\partial y_\alpha}{\partial \nu} \geq 0, \quad \frac{\partial y_\alpha}{\partial m_0} \leq 0.$$

Допустим, что при значениях параметров  $\pi_0, \nu, m_0(\pi_0, \nu)$  существует решение уравнения (4) искомого вида  $\tilde{y}_{\alpha\beta}$ , удовлетворяющее граничным условиям  $\tilde{y}_{\alpha\beta}(\rho_{\alpha, \beta}) = 0$  и целиком лежащее в нижней полуплоскости:  $\tilde{y}_{\alpha\beta}(\rho) \leq 0$ . Введем функцию  $\psi(\rho_1, \rho_2) = \Phi(\rho_1) - \Phi(\rho_2)$  и обозначим через  $\rho_\beta$  корень уравнения  $\psi(\rho, \rho_\beta) = 0$ , лежащей в интервале  $(\rho_\beta, \rho_\alpha)$ .

Утверждение 2. Справедливы двусторонние оценки

$$\left[ \psi(\rho, \rho_\alpha) + \nu m_0 \int_{\rho}^{\rho_\alpha} \psi(z, \rho_\alpha)^{1/2} \frac{dz}{z^4} \right] \leq \epsilon \tilde{y}_{\alpha\beta}^2 \leq \left[ \psi(\rho, \rho_\alpha) + \begin{cases} \nu m_0 \int_{\rho}^{\rho_\beta} \psi(z, \rho_\beta)^{1/2} \frac{dz}{z^4}, & \rho_\beta \leq \rho \leq \rho'_\beta \\ 0, & \rho'_\beta \leq \rho \leq \rho_\alpha \end{cases} \right],$$

$$\int_{\rho_\beta}^{\rho'_\beta} \left[ \frac{\psi(z, \rho_\beta)}{\epsilon} \right]^{1/2} \frac{dz}{z^4} \leq R \leq \int_{\rho_\beta}^{\rho_\alpha} \left[ \frac{\psi(z, \rho_\alpha)}{\epsilon} \right]^{1/2} \frac{dz}{z^4},$$

причем выписаны только первые члены асимптотики  $\nu \rightarrow 0$ .

Утверждение 3. Единственное решение уравнения (4) искомого вида  $\tilde{y}_{\alpha\beta}(\rho, \pi_0, \nu, m_0(\pi_0, \nu))$  существует (см. рис. 2):

- 1) для любых  $\pi_0 \in (\pi_0(Q), \pi_0(R))$  и любых  $\nu \geq 0$ ,
- 2) для любых  $\pi_0 \in [\pi_0(R), \pi_0(L))$  и  $\nu \leq \nu^B(\pi_0)$ ,
- 3) для любых  $\pi_0 \in [\pi_0(L), \pi_0(N))$  и  $\nu^H(\pi_0) \leq \nu \leq \nu^B(\pi_0)$ .

Предельным значениям параметров  $\nu = \nu^B, H(\pi_0)$  соответствуют режимы Жуге.

Утверждение 4. Для любой пары  $(m_0^2, \pi_0)$  в открытой области  $QLNR$  (рис. 2):

1) существует единственное значение параметра  $\nu_0(\pi_0, m_0)$  и соответствующее ему решение уравнения (4)  $\tilde{y}_{\alpha\beta}(\rho, \pi_0, m_0, \nu(\pi_0, m_0))$  искомого вида. Справедлива оценка:

$$\frac{\psi(\rho_\alpha, \rho_\beta)}{m_0} \left[ \int_{\rho_\beta}^{\rho_\alpha} \psi(z, \rho_\alpha)^{1/2} \frac{dz}{z^4} \right]^{-1} \leq \nu_0(\pi_0, m_0) \leq \frac{\psi(\rho_\alpha, \rho_\beta)}{m_0} \left[ \int_{\rho_\beta}^{\rho'_\beta} \psi(z, \rho_\beta)^{1/2} \frac{dz}{z^4} \right]^{-1};$$

2) существует последовательность значений параметра  $\{\nu_k, k = 1, 2, \dots, n, \dots\}$  такая, что: а)  $\nu_0 > \nu_1 > \dots > \nu_n > \dots \geq 0$ , б) для каждого значения  $\nu_k$  имеется знакопеременное решение уравнения (4)  $y_{\alpha\beta}^k$ , отвечающее сепаратрисе седло

( $\alpha$ )  $\rightarrow$  седло ( $\beta$ ); при этом соответствующая функция  $\rho^k(\xi)$  имеет на оси  $\xi$ ,  $-\infty < \xi < \infty$ ,  $k$  экстремумов.

Несложно показать, что при фиксированных  $\nu$ ,  $\pi_0$  область допустимых значений  $m_0$  может представляться конечным набором интервалов, которые соответствуют вязким режимам. Указанные интервалы разделены выколотыми точками, отвечающими градиентным режимам течения, лишь один из которых характеризуется монотонной зависимостью  $\rho(\xi)$  (ср. [10]).

5. Найденные условия на скачке могут быть использованы для описания изотермических фазовых разрывов в теплопроводной среде. В этом случае к соотношениям (7), (6) необходимо приписать условие, задающее величину скачка нормальной к поверхности раздела фаз компоненты вектора притока тепла [2]:

$$(8) \quad \rho(D - v_n)h = [q_n]_+^+,$$

где  $h = T[S]_+^+ - \mathcal{R}T/\rho(D - v_n)$ ,  $S$  — энтропия единицы массы.

Учет вязкой диссипации приводит, с одной стороны, к видоизменению условия фазового равновесия (7), а с другой, — к необходимости естественного преобразования выражения для теплового эффекта превращения в классическом условии Стефана (8).

Простейшее внешнее разрывное решение уравнений течения невязкой теплопроводной жидкости имеет вид "адиабатической" бегущей волны с внутренним изотермическим фазовым скачком. Задача построения такого решения сводится к интегрированию обыкновенного дифференциального уравнения 1-го порядка:

$$(9) \quad \frac{\kappa}{m_0} \frac{dT}{d\xi} = e(\tilde{\rho}(T), T) - e_0 + \frac{\pi_0}{\tilde{\rho}(T)} - \frac{m_0^2}{2\tilde{\rho}^2(T)} \equiv E(\tilde{\rho}, T),$$

где функция  $\tilde{\rho}$  неявно определяется равенством  $\pi_0 = P(\tilde{\rho}(T), T) + m_0^2 \tilde{\rho}(T)$ ;  $\pi_0$ ,  $m_0$ ,  $e_0$  — константы, одинаковые для обеих фаз. Если зависимость плотности внутренней энергии от своих аргументов  $e(\rho, T)$  известна, уравнение (9) интегрируется в квадратурах. Граничные условия и условия на скачке имеют вид  $dT/d\xi (\pm \infty) = 0$ ,  $[T]_+^+ = 0$ , причем, как следует из п. 1–4, параметры  $T_{\pm} = T_0$ ,  $m_0$ ,  $\pi_0$  связаны соотношением  $[f + \pi_0/\rho - m_0^2/2\rho^2]_+^+ = \mathcal{R}T_0/m_0$ . Структура решения оказывается различной для нормальных ( $\text{sgn}[V]_+^+ = \text{sgn}[S]_+^+$ ,  $T = T_0$ ) и аномальных ( $\text{sgn}[V]_+^+ = -\text{sgn}[S]_+^+$ ,  $T = T_0$ ) (см. рис. 3) сред.

Указанные решения можно вписать в аналитическом виде для случая медленных течений, если пренебречь в уравнениях членами  $\sim m_0^2$  и аппроксимировать уравнения состояния для обеих фаз линейными функциями  $V_{\pm} = \tilde{V}_{\pm}(P)(1 + \alpha_{\pm}T)$ ,  $e_{\pm} = \tilde{e}_{\pm}(P) + c_{\pm}T$ ; при этом  $P \equiv \pi_0$ . Тогда для нормальных сред имеем

$$T(\xi) = \{T_{2,1} + (T_0 - T_{2,1}) \exp(\xi/l_{\pm}^0), \xi \geq 0; T_0, \xi \leq 0\}$$

соответственно для режимов  $A'B'V$  ( $T_0 = T_1$ ) и  $VAA'$  ( $T_0 = T_2$ ). Здесь

$$l_{\pm}^0 = \frac{\kappa_{\pm}}{m_0(c_{\pm} + \pi_0 \tilde{V}_{\pm} \alpha_{\pm})} \quad T_{2,1} = \frac{e_0 - \tilde{e}_{\pm} - \pi_0 \tilde{V}_{\pm}}{c_{\pm} + \pi_0 \tilde{V}_{\pm} \alpha_{\pm}}.$$

Таким образом, распределение температуры во внешней задаче характеризуется наличием в набегающем потоке термического погранслоя толщиной  $\sim |l_{\pm}^0|$ . Усло-

вием применимости изотермического приближения для описания фазового скачка является поэтому выполнение неравенства  $(\epsilon \Delta \rho / \Delta P)^{1/2} \rho_A \ll |l^0|$ , где  $\Delta \rho \simeq \rho_A - \rho_B$ ,  $\Delta P \simeq P_2 - P_1$  (рис. 1).

Автор выражает искреннюю признательность акад. Л.И. Седову и А.Г. Куликовскому за полезное обсуждение работы и ценные замечания.

Институт геохимии и аналитической химии им. В.И. Вернадского  
Академии наук СССР, Москва

Поступило  
28 VI 1984

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Седов Л.И. Механика сплошной среды. М.: Наука, 1973, т. 1, 2.
2. Трускиновский Л.М. — ДАН, 1982, т. 265, № 2.
3. Ван-дер-Ваальс Я., Констамм Ф. Кур термостатики, М.: ОНТИ, 1936, т. 1.
4. Abraham F. — Phys. Rep., 1979, vol. 53, № 2.
5. Davis H.T., Scriven L.E. — Adv. Chem. Phys., 1982, vol. 49.
6. Трускиновский Л.М. — ДАН, 1983, т. 269, № 3.
7. Эглит М.Э. — ПММ, 1965, т. 29, № 2.
8. Бердичевский В.Л. — ПММ, 1966, т. 30, № 3.
9. Гиббс Дж.В. Термодинамические работы. М.; Л.: Техтеориздат, 1950.
10. Куликовский А.Г. — ДАН, 1984, т. 275, № 6.
11. Рождественский Б.Л., Яненко Н.Н. Системы квазилинейных уравнений. М.: Наука, 1978.