

Structures tourbillonnaires étirées: les filaments de vorticité

Philippe Petitjeans, Frédéric Bottausci
Laboratoire de Physique et de Mécanique des Milieux Hétérogènes
(UMR CNRS 7636)
Ecole Supérieure de Physique et de Chimie Industrielles
10, rue Vauquelin, 75005 Paris

(phil@pmmh.espci.fr)

Les structures tourbillonnaires sont extrêmement fréquentes dans les écoulements : tout le monde a vu un tourbillon se former en vidant un évier ou en mélangeant de la pâte à crêpes dans un mixeur. Les plus grosses de ces structures se rencontrent sur notre planète dans les écoulements atmosphériques (cyclones et anti-cyclones) qui peuvent atteindre des diamètres de 1000 km et des vitesses typiques de 100 km/h dans la haute atmosphère. On rencontre aussi de très gros écoulements en rotation dans les océans (tourbillons océaniques) dont les diamètres sont de l'ordre de 100 km, et les vitesses typiques de l'ordre de quelques dizaines de km/h. Les plus petites de ces structures ont aussi une limite, inférieure cette fois, et qui n'est plus imposée par la taille de notre planète, mais plutôt par la viscosité du fluide: en dessous d'une certaine taille, la dissipation visqueuse ne permet plus de maintenir une structure cohérente organisée: toute l'énergie est dissipée sous forme de chaleur dans l'écoulement. A une échelle intermédiaire, les tornades sont une illustration très spectaculaire d'une structure tourbillonnaire ou vortex (Figure 1).



Figure 1: Photo d'une tornade.

Intuitivement, on voit qu'un vortex peut être bien défini par deux grandeurs: sa taille et sa vitesse périphérique. Ecrivons donc que la taille r_0 du cœur d'un vortex est la distance par rapport à l'axe du vortex à laquelle la vitesse azimutale est maximale $V_\theta(r_0) = V_{\theta \max}$. Au delà de cette taille r_0 , la vitesse de rotation commence à décliner jusqu'à s'annuler "  l'infini". En dessous de ce diamètre $2r_0$, le cas le plus classique donne une vitesse de type rotation solide comme indiqué sur la figure 2.

Une autre grandeur importante à définir est la vorticité ω : elle est égale au rotationnel de la vitesse $\omega = \text{rot } V$. Une autre façon de la comprendre est de l'écrire comme le double de la vitesse angulaire Ω du vortex (que l'on nomme aussi parfois "*vecteur tourbillon*"). Dans le cas représenté sur la figure 1, la vorticité n'a de composante que parallèlement à l'axe du vortex, et a l'allure donnée sur la figure 3.

Dans cet exemple, on observe bien que la vorticité est concentré dans le cœur du vortex. Nous avons choisi un écoulement en $1/r$ à l'extérieur du cœur, ce qui donne une vorticité nulle dans cette région. Remarquons que ce champ de vitesse en $1/r$ est particulier dans le sens où, bien que dépendant de r , sa vorticité, i.e. la composante axiale du rotationnel de la vitesse est nulle: $\omega_z = 1/r [\partial/\partial r(V_\theta/r) - \partial V_r/\partial \theta] = 0$. Attention, à l'inverse, une vorticité non nulle n'implique pas forcément la présence d'un vortex: un écoulement de cisaillement, tel qu'une simple couche limite¹ sur une paroi plane peut être stable jusqu'à des nombres de Reynolds ($Re=U\delta/\nu$) élevés. Pour tous les écoulements tourbillonnaires, la vorticité est une grandeur très importante dans la mesure où c'est elle qui localise les tourbillons et qui donne leur "intensité".

Figure 2: Exemple de vitesse azimuthale d'un vortex $V_\theta(r)$.

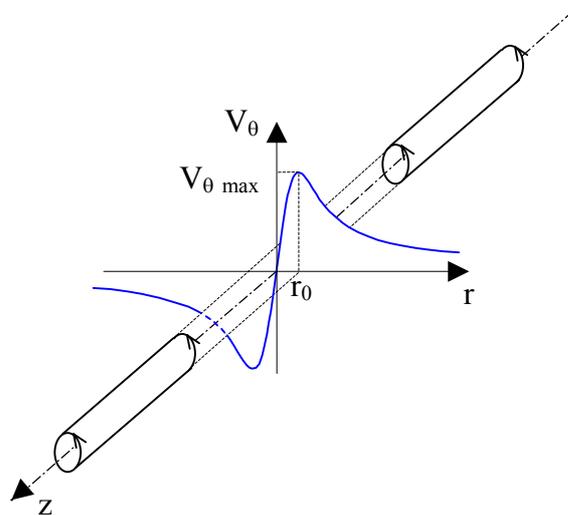
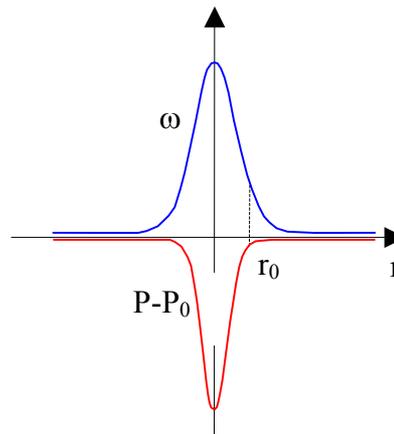


Figure 3: Profil de vorticité $\omega(r)$ et de pression $P-P_0$ associé au profil de vitesse de la figure 1.



Un mécanisme important d'amplification de la vorticité et donc d'intensification du vortex est l'étirement: Prenez un vortex, tirez dessus dans le sens de sa longueur et il

¹ Une couche limite est une couche mince qui se développe sur une paroi et qui fait le lien entre la paroi sur laquelle la vitesse est nulle (par adhérence), et l'écoulement extérieur. C'est dans cette couche mince que la viscosité se fait sentir alors qu'elle a un rôle beaucoup plus limité dans le reste de l'écoulement. Cette région est une zone de gradient de vitesse qui produit de la vorticité.

tournera plus vite en diminuant son diamètre pour conserver son moment cinétique. Ceci est l'analogie de la loi de la conservation du moment cinétique en mécanique; un exemple bien connu est celui de la patineuse qui tourne plus vite sur elle-même lorsqu'elle rapproche les bras de son buste, et plus lentement lorsqu'elle les éloigne. Un exemple plus proche de la mécanique des fluides est le tourbillon de vidange que l'on observe lorsque l'on vide une baignoire: on peut en effet observer qu'il tourne plus vite et qu'il est plus petit vers la sortie de la baignoire qu'en surface. D'une manière plus rigoureuse, un étirement γ est une accélération de la vitesse axiale le long du vortex ($\gamma = \nabla V$). L'équation de la vorticité, qui s'obtient en écrivant le rotationnel de l'équation de Navier-Stokes, s'écrit:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + (V \cdot \nabla) \omega = (\omega \cdot \nabla) V + \nu \Delta \omega$$

Le premier terme représente l'évolution temporelle de la vorticité, le second est un terme de transport du vortex, le troisième est le terme d'étirement, et le dernier terme représente les effets visqueux. Lorsque l'étirement est parallèle et de même sens que la vorticité, le terme $(\omega \cdot \nabla) V$ est positif et amplifie la vorticité ($\partial \omega / \partial t$) jusqu'à ce que le terme visqueux devienne suffisamment fort pour contrebalancer exactement le terme d'amplification: un équilibre est alors obtenu qui fixe le diamètre $2r_0$ du vortex en égalant l'étirement et la dissipation visqueuse: $\gamma \cdot \omega = \nu \omega / r_0^2$, soit $r_0 \approx (\nu / \gamma)^{1/2}$. Finalement, l'étirement d'une vorticité disséminée dans l'écoulement permet de l'amplifier et de la localiser. Notons ici que la vorticité n'est pas une grandeur qui se conserve (puisqu'elle peut être amplifiée par étirement), mais que c'est la circulation $\Gamma = \oint_C U \cdot dl$ qui est conservée. La circulation sur une courbe C correspond à la vorticité *totale* dans celle-ci.

L'étirement d'un vortex est un phénomène extrêmement important en mécanique des fluides: c'est lui qui, la plupart du temps, est responsable de la présence de structures tourbillonnaires beaucoup plus intenses que ce qui aurait pu être crée par un simple écoulement de cisaillement ou même de rotation. En particulier, on sait maintenant que les étirements locaux de vorticité dans les écoulements turbulents produisent des vortex très intenses appelés "filaments de vorticité". On pense aujourd'hui qu'une bonne partie de la dynamique de la turbulence se joue à travers ces structures dont on conn it pourtant encore mal les mécanismes, les instabilités, et le rôle réel qu'elles jouent dans ces écoulements. Elles sont de plus le si ge d'instabilités qui pourront imposer la suite de la dynamique turbulente. La compréhension de la formation et du comportement de ces tourbillons filamenteux d'intense vorticité dans les écoulements turbulents est donc d'un très grand intérêt à la fois fondamental et pratique (contrôle, prédiction, ...).

Nous avons mis au point deux expériences originales qui nous donnent accès à ces filaments sans pour autant faire appel à un écoulement turbulent, et dans lesquelles nous pouvons contrôler les divers paramètres. Nous souhaitons de cette façon ne conserver que les ingrédients nécessaires à l'étude de ces structures filamenteuses. En bref, nous avons isolé un "vortex étalon" dont nous étudions la structure, la dynamique, les instabilités, les explosions turbulentes.

Nos deux expériences sur ce sujet (qui sont décrites plus loin) donnent accès à la structure du vortex (beaucoup plus complexe que ce que prévoient les modèles simplifiés de type vortex de Burgers), et à sa dynamique par un accès direct aux mécanismes qui sont à la base de son comportement.

La première expérience consiste en l'étirement de la vorticité d'une couche limite laminaire, dans un canal hydrodynamique, et la seconde crée un vortex étiré entre deux disques en co-rotation. Dans la seconde expérience, nous pouvons créer des filaments tourbillonnaires beaucoup plus intenses que dans la première expérience car la vorticité injectée par des disques en rotation peut être beaucoup plus élevée que celle qu'injecte une couche limite laminaire. Ces deux expériences couvrent donc une très large gamme de vorticité.

Expérience dans le canal hydrodynamique ( tirement d'une couche limite)

Un tourbillon est crée par étirement de la vorticité contenue dans une couche limite laminaire non nécessairement instable, c'est à dire ne produisant pas de vortex naturellement. La nappe de vorticité initiale est obtenue dans un écoulement hydrodynamique de couche limite laminaire ($Re_\delta \approx 100$). La figure 4 montre un schéma de la partie du canal dans laquelle cette étude est entreprise. A droite sur la figure, l'écoulement développe des couches limites sur les parois. La couche limite sur la paroi inférieure par exemple donne une composante non nulle de la vorticité ($\partial U/\partial y \neq 0$). C'est cette vorticité "initiale" ω_i que l'on souhaite amplifier et concentrer en un vortex intense. Pour cela, un étirement parallèle à cette vorticité initiale est généré au moyen d'ouvertures sur les parois latérales à travers lesquelles une partie de l'écoulement peut être aspirée. Ces aspirations créent donc l'étirement, i. e. l'accélération ou le gradient de vitesse transversal ∇V , parallèle à la vorticité initiale ω_i . Lorsque l'étirement est suffisant, un vortex intense est ainsi généré entre les deux trous d'aspiration. Ce vortex a été représenté en surimpression sur la Figure 4.

L'écoulement moyen étant de faible vitesse (de 0 à 10 cm/s), il est possible d'étudier plus facilement le vortex que dans un écoulement turbulent. Quelques exemples de visualisations sont donnés Figures 5, et ont été obtenus par injection de colorant fluorescent (fluorescéine) et par éclairage avec un laser argon, ou par injection à l'amont de petits filets de colorant.

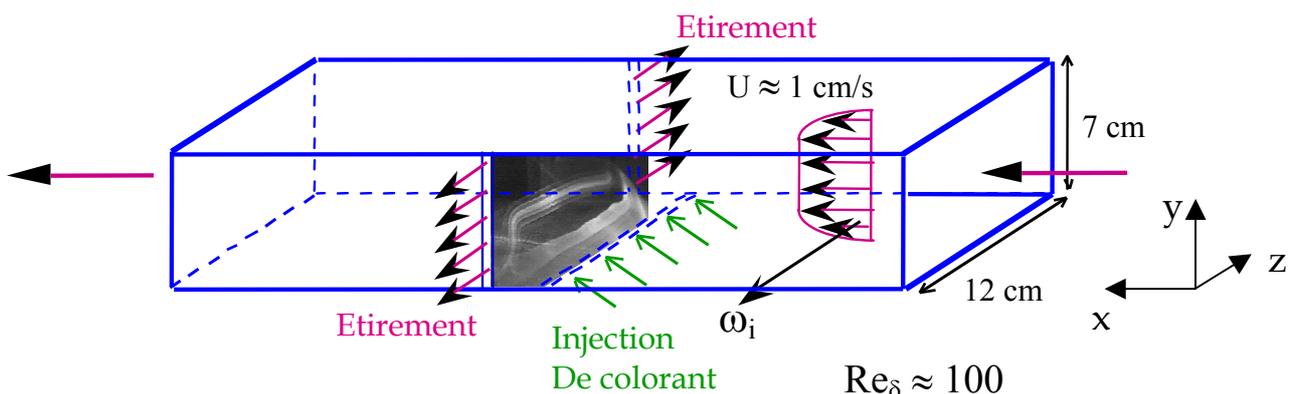


Figure 4: Montage expérimental.

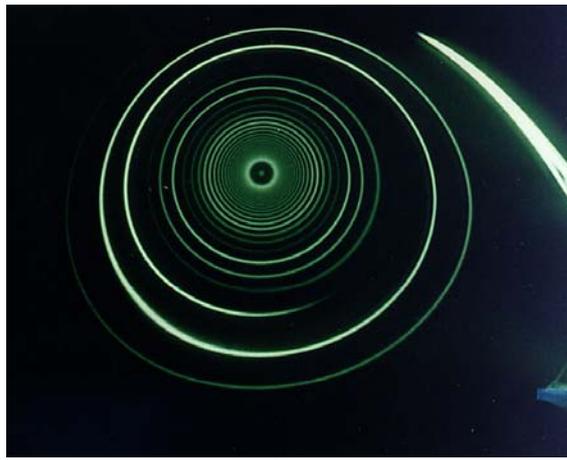


Figure 5-a: Visualisation de la coupe transversale d'un vortex étiré (plan x,y de la Figure 4). La fluorescéine est injectée en nappe peu avant l'étirement. On observe la formation d'un vortex par enroulement des nappes fluides sur elles-même (largeur de l'image: 3 cm, diamètre du cœur du vortex: 0.3 cm).

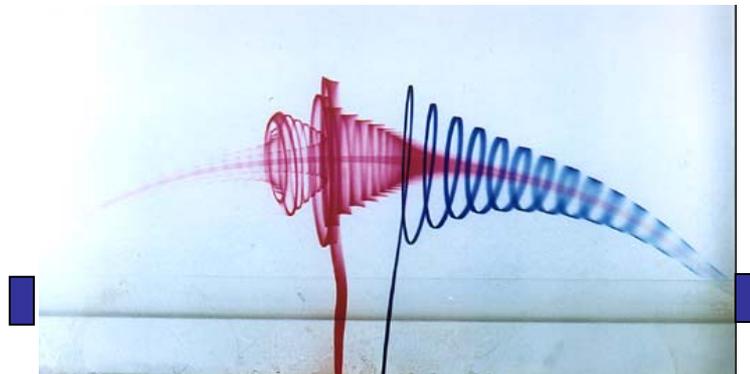


Figure 5-b: Visualisation d'un vortex par injection de deux petits filets de colorant. Vue de dessus (plan x,z de la Figure 4); l'écoulement provient du bas de la photo et est étiré aux extrémités au niveau des deux petits rectangles représentés sur la figure (largeur de l'image: 12 cm).

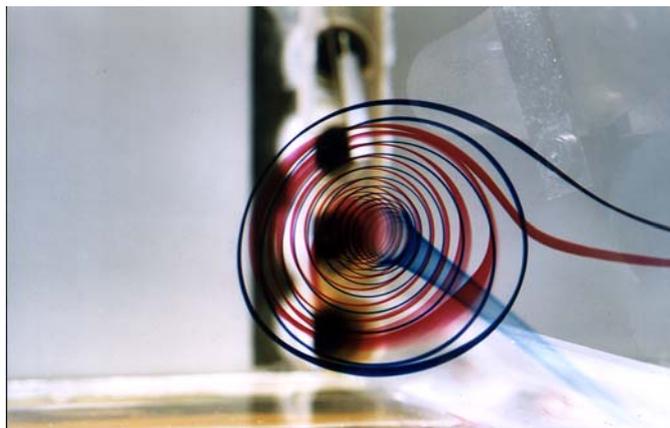


Figure 5-c: Visualisation d'un vortex par injection de deux petits filets de colorant. Vue de côté (plan x,y de la Figure 4); l'écoulement provient de la droite de la photo. (largeur de l'image: 4 cm).

Lorsque la totalité de l'écoulement passe par les aspirations, un vortex permanent est généré. Dans cette situation, nous étudions sa structure par des mesures de vitesse ainsi que les instabilités qui peuvent apparaître selon les conditions. Il est aussi possible que seule une partie de l'écoulement passe par les aspirations et que le reste continue son chemin le long du canal (vers la gauche sur la Figure 4). Dans ce cas, l'écoulement tend à entraîner le vortex avec lui alors que les aspirations essaient de le maintenir attaché (par l'écoulement d'étirement qu'elles produisent le long du cœur du vortex). Selon le rapport de ces deux effets, le vortex peut rester attaché ou peut exploser en bouffée turbulente si l'écoulement arrive à le détacher des aspirations. Il ne peut pas subsister après s'être détaché des trous d'aspiration puisque, d'un seul coup, il perd son étirement, et l'écoulement axial s'arrête brusquement, ce qui le détruit rapidement. Un autre vortex est ensuite généré qui suit la même dynamique et ainsi de suite avec une fréquence très bien définie.

Les mécanismes de formation de ces vortex ont été clairement mis en évidence grâce aux visualisations. Nous avons observé que les filaments tourbillonnaires étaient créés par enroulement de nappes fluides autour du cœur du vortex.

L'un des problèmes importants auquel nous nous sommes intéressés est celui de la structure du vortex (Fig. 5). En effet, la localisation de l'étirement ne permet pas de modéliser le vortex de façon simple comme cela aurait été le cas si l'étirement avait été uniforme (modèle de vortex de Burgers). Ainsi, la composante axiale de la vitesse V_z doit dépendre de la distance à l'axe r (Fig. 6).

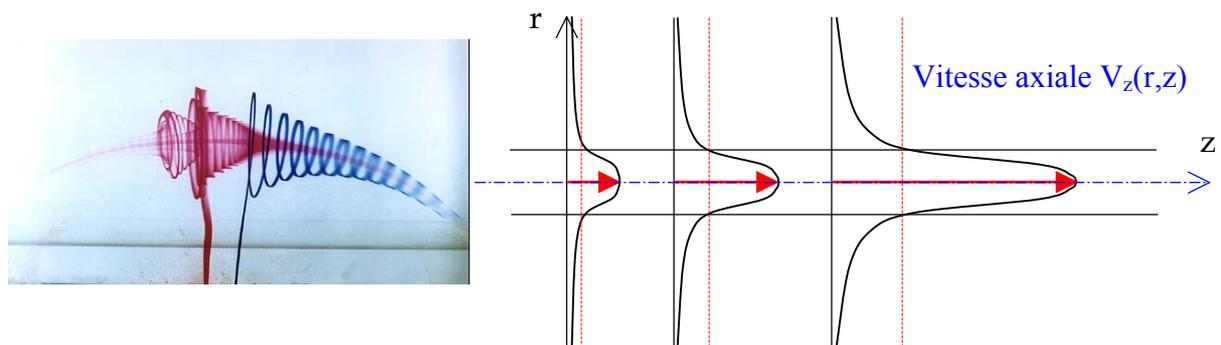


Figure 6: Importante dépendance de la vitesse axiale V_z en fonction de r (traits pleins). Les traits pointillés représentent la vitesse axiale constante par rapport à r que l'on aurait dans le cas d'un vortex de type Burgers.

La modélisation du vortex est alors beaucoup plus complexe et nous continuons à travailler à sa formulation.

La technique de PIV (Particle Image Velocimetry) a été appliquée pour mesurer le champ de vitesse dans une coupe transversale du vortex. Cette technique consiste à ensemenner l'écoulement avec des petites particules qui vont servir de traceur pour déterminer le champ de vitesse. Deux images successives d'une coupe 2D de l'écoulement sont enregistrées par une caméra vidéo. Ces images sont en général obtenues en éclairant l'écoulement avec une nappe laser qui permet de n'éclairer que les particules qui se trouvent dans le plan choisi pour les mesures. A partir de deux images successives, le champ de vitesse est reconstruit en suivant le déplacement des particules.

Les Figures 7 représentent un exemple de ce que l'on peut obtenir par cette technique.

Figure 7-a: Champ de vitesse obtenu par PIV dans une coupe transversale du vortex (dans le plan x,y et en $z = 0$, i.e. au milieu du vortex).

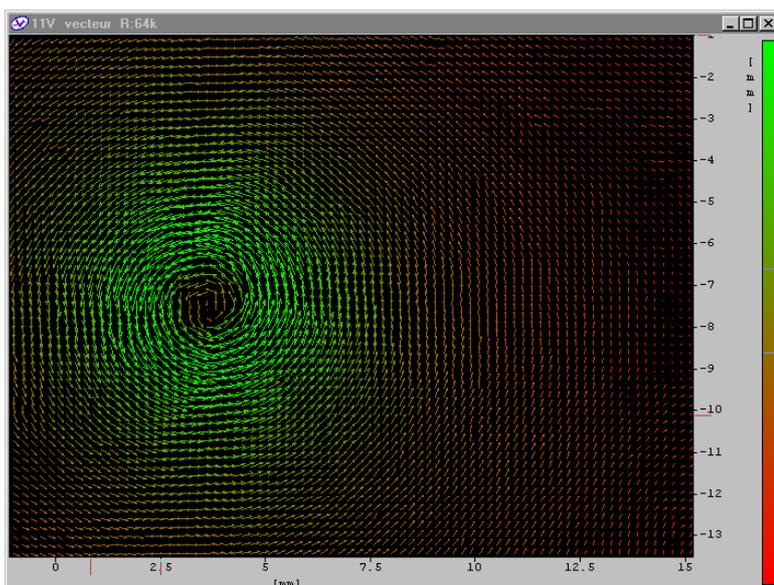


Figure 7-b: Module de la vitesse qui donne approximativement la valeur de V_θ la vitesse radiale V_r étant très largement inférieure à V_θ . La forme du vortex, en particulier son ellipticité, peut être déterminée par cette mesure. Les couleurs rouges correspondent aux vitesses les plus élevées ($v_{\theta \max}$) qui sont atteintes pour $r \approx r_0$, alors que les couleurs bleues correspondent aux vitesses les plus faibles.

Les profils du module de la vitesse sont représentés sur les côtés de l'image avec des maxima en $r \approx r_0$ pour $v \approx v_{\theta \max}$ et un minimum au centre du vortex où les vitesses radiale et azimuthale sont nulles.

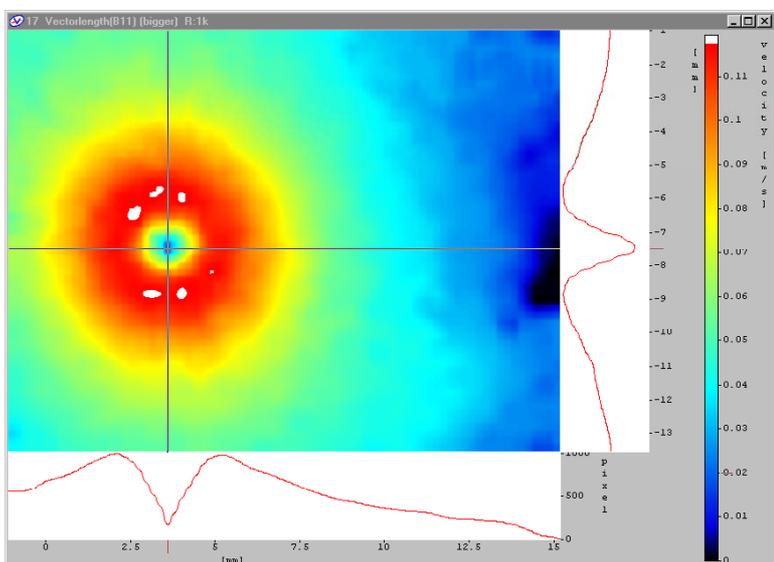
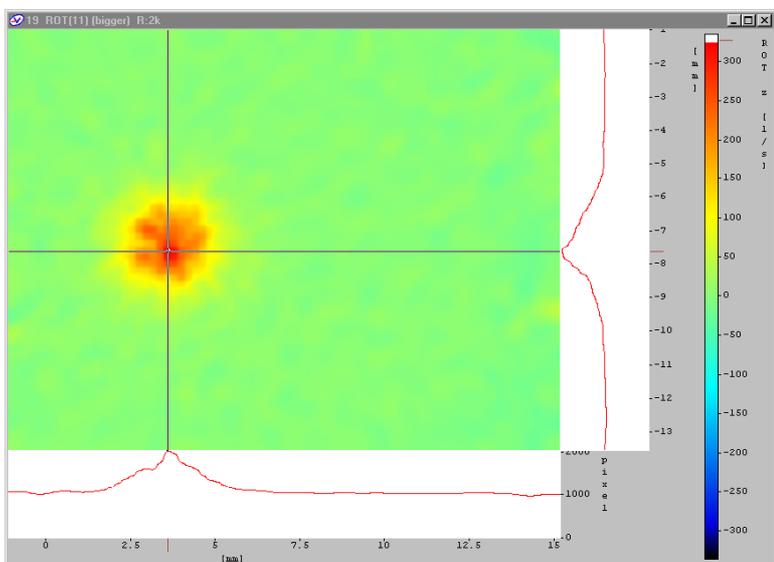


Figure 7-c: Rotationnel de la vitesse qui donne la vorticité axiale du vortex. On peut en particulier observer que cette vorticité est effectivement concentrée dans le cœur du vortex et que l'écoulement est quasiment irrotationnel autour du vortex. Ce calcul a été effectué après un lissage gaussien du champ de vecteur de la Figure 7-a.



Par les différentes techniques expérimentales dont nous disposons, nous avons pu obtenir quantitativement l'évolution des caractéristiques moyennes du vortex en fonction de l'étirement γ . Les principaux résultats sont résumés sur les figures suivantes:

La Figure 8-a représente l'amplification de la vorticité initiale ω_f/ω_i en fonction de l'étirement. La vorticité initiale ω_i est déduite du profil de vitesse juste avant l'étirement, et la vorticité finale ω_f à partir du profil de vitesse du vortex. Dans cette expérience, nous pouvons donc explorer une large gamme de situations où la vorticité peut être multipliée par plus de 100! La Figure 8-b donne la vitesse azimutale maximale $V_{\theta\max}$ en fonction de l'étirement. Elle a été obtenue par PIV. La Figure 8-c représente le rayon moyen du vortex r_0 en fonction de l'étirement. On observe en particulier qu'il dépend fortement de l'étirement et qu'il n'est donc pas fixé par la taille du trou d'aspiration. Il suit une loi de type $r_0 \propto (v/\gamma)^{1/2}$ qui vérifie le fait que le rayon résulte de l'équilibre entre le terme de dissipation visqueuse $\nu\Delta\omega$, et le terme d'amplification de la vorticité $\omega\nabla V$ de l'équation de vorticité ($r_0 \propto (v/\gamma)^{1/2}$).

Ainsi, dans cette expérience, nous pouvons générer un vortex dont les caractéristiques sont $V_{\theta\max} \approx 1$ cm/s pour un diamètre $2r_0 \approx 1$ cm pour un étirement juste suffisant pour générer un vortex; jusqu'à $V_{\theta\max} \approx 20$ cm/s pour un diamètre $2r_0 \approx 0.2$ cm pour un étirement maximale (juste en deçà duquel le vortex est trop instable et explose en bouffée turbulente).

Nous observons effectivement que plus un vortex est étiré, plus sa vorticité est amplifiée, plus son diamètre diminue, et plus il tourne vite, la circulation restant la seule grandeur conservée. Notons cependant que dans cette expérience, la circulation augmente aussi mais pour une raison différente: lorsque l'on augmente l'étirement en augmentant le débit d'aspiration, les conditions d'entrée sont également modifiées, et la vorticité initiale injectée devient plus importante.

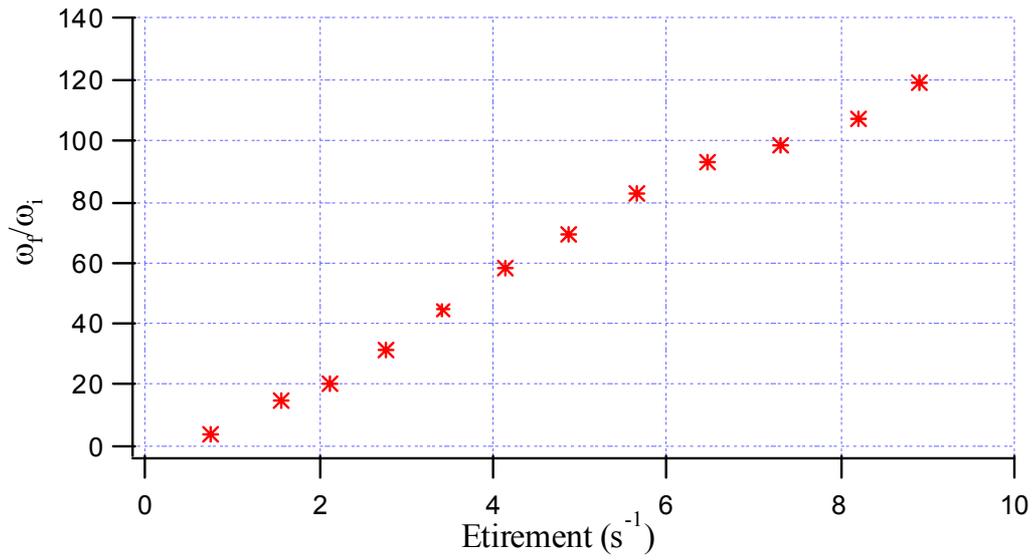


Figure 8-a: Amplification de la vorticité initiale ω_f/ω_i en fonction de l'étirement.

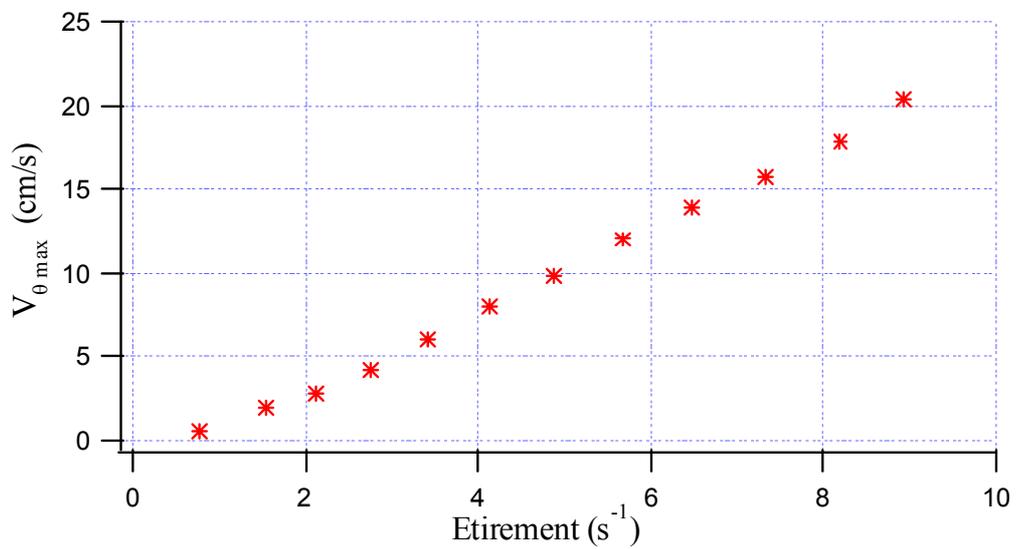


Figure 8-b: Vitesse azimutale maximale moyenne (au centre du canal) en fonction de l'étirement.

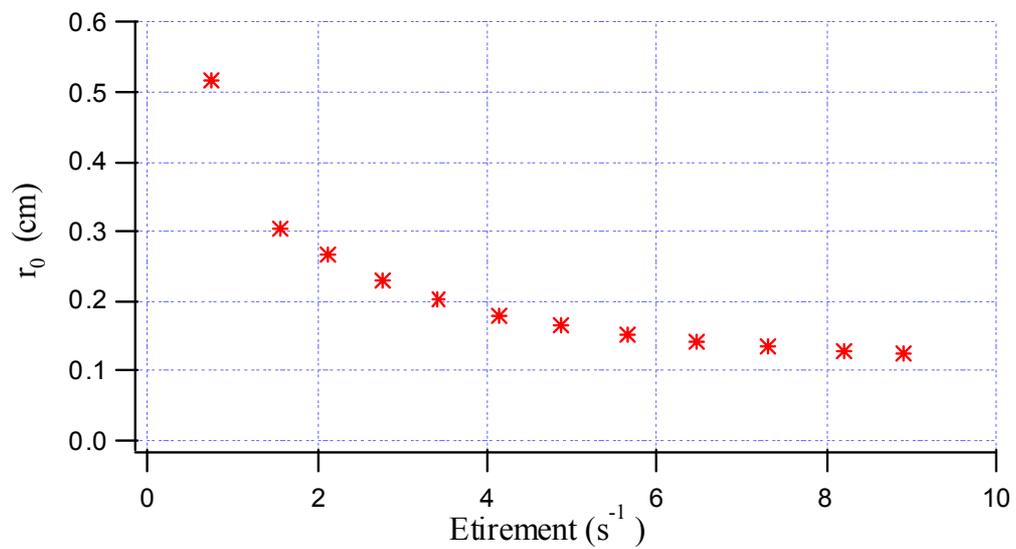


Figure 8-c: Rayon r_0 du vortex en fonction de l'étirement.

Lorsque l'écoulement aval n'est plus nul, nous obtenons une dynamique assez différente. Dans ce cas, l'écoulement tend à entraîner le vortex. Au delà d'un certain seuil, le vortex est instable et finit par exploser en bouffée turbulente. Les mécanismes de déstabilisation qui conduisent à cette déstructuration turbulente du vortex sont très complexes et sont liés au développement de différents types d'instabilités. Une visualisation d'une telle "explosion" est donnée Figure 9 dans laquelle on observe la propagation de la déstructuration du vortex. Ce cycle de naissance-vie-mort du vortex se répète indéfiniment avec une fréquence très bien définie. Le colorant est injecté au moyen de deux petit injecteurs qui sont placés dans le cœur du vortex et à sa périphérie. Nous allons étudier cette instabilité plus en détail en mesurant la réponse du vortex à une perturbation d'amplitude et de fréquence contrôlée.

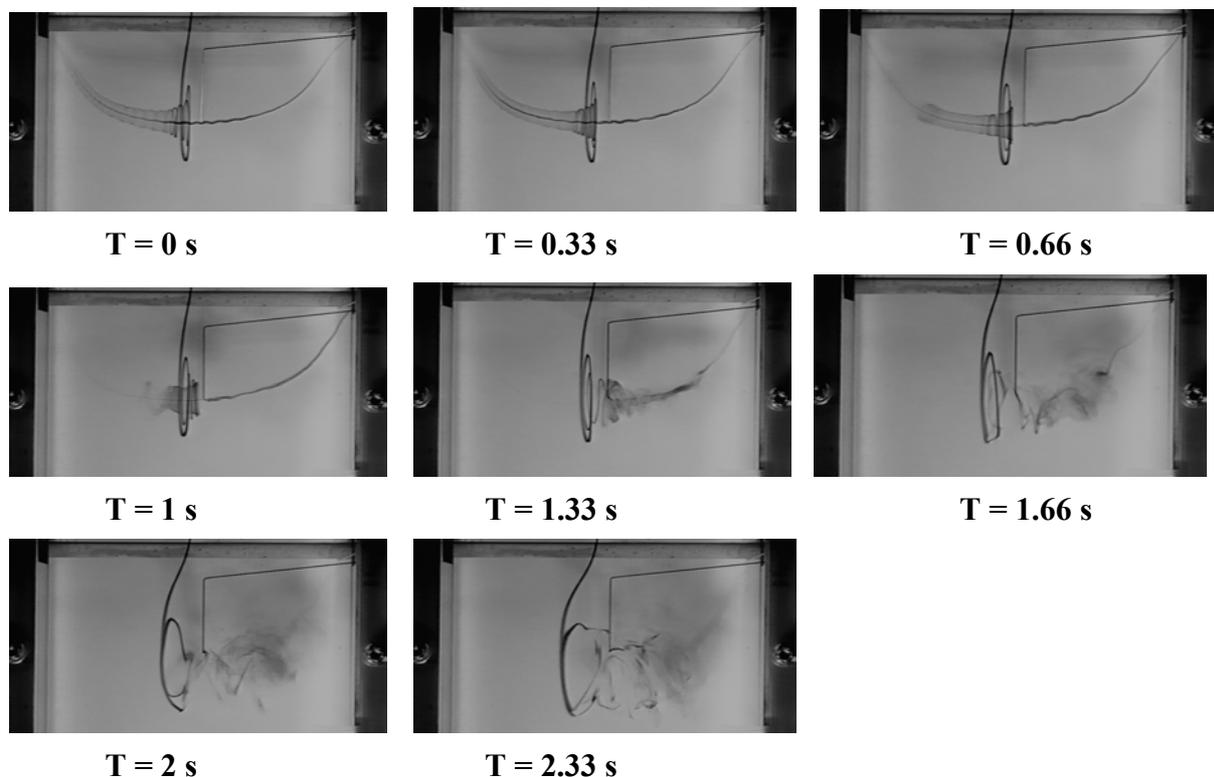


Figure 9: Séquence de déstabilisation et l'explosion d'un vortex.

Expérience entre deux disques en co-rotation (étirement d'un écoulement en rotation)

Une autre expérience pour l'étude des vortex étirés a été montée plus récemment (Fig. 10). Il s'agit de deux disques de diamètre $2R$ (5, 10, ou 15 cm) disposés l'un en face de l'autre à une distance d ($0 < d < 20$ cm), qui peuvent être mis en rotation à une vitesse Ω ($0 < \Omega < 1200$ tours/min) pour l'instant identique pour les deux disques. Au centre de chacun de ces disques, un trou de 0.5 cm de diamètre permet de produire un étirement en créant une chute de pression (voir Fig. 10). Cet ensemble est plongé dans une grande cuve d'eau à au moins 20 cm de toutes les parois. Nous pouvons créer de cette façon un vortex étiré où la vorticité produite par la rotation des deux disques est amplifiée par l'étirement (Fig. 11).

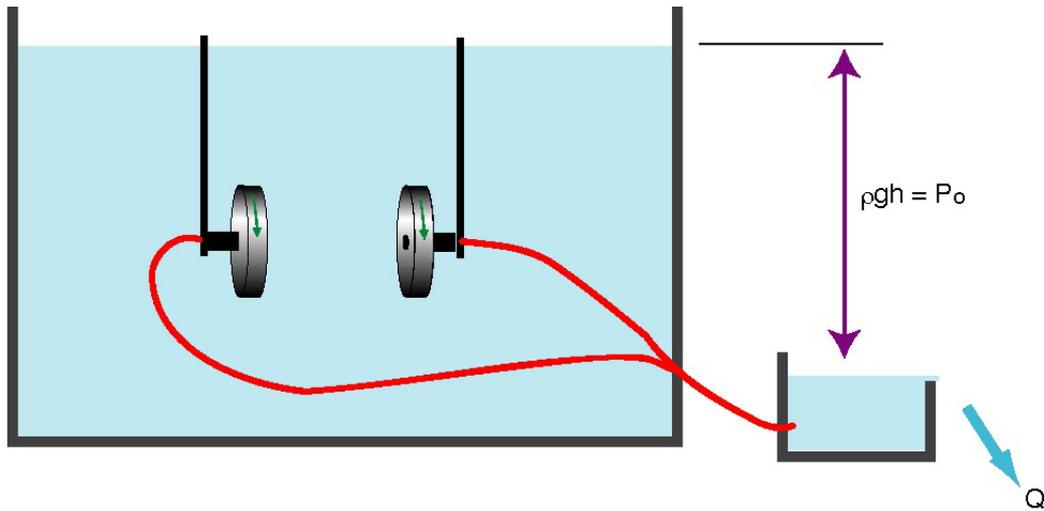


Figure 10: Montage expérimental.

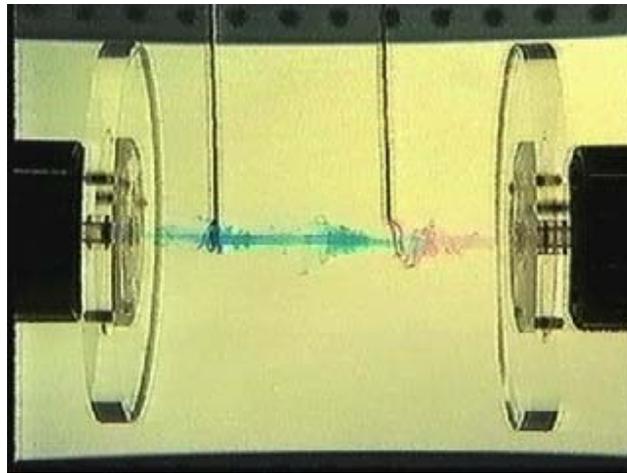


Figure 11: Visualisation d'un vortex. La taille des disques est ici de 10 cm.

Dans le dispositif expérimental du canal, la vorticité initiale dépendait directement de l'étirement. En effet, lorsque nous faisons varier l'étirement en faisant varier le débit de l'écoulement à travers les trous d'aspiration, nous modifions le débit du canal, ainsi que le profil de couche limite, et par voie de conséquence, la vorticité initiale ω_i . Dans cette expérience entre deux disques, l'injection de vorticité se fait par la co-rotation des disques, et l'étirement par le pompage à travers le centre de chaque disque. Les deux grandeurs sont donc indépendantes. De plus, les vorticités injectées ω_i que nous pouvons atteindre dans l'expérience des deux disques sont bien plus importantes que ce que l'on peut obtenir dans le canal. Nous étendons ainsi la gamme de mesure de vortex étirés que nous pouvons générer.

Nous nous sommes aussi intéressés à la mesure de la pression dans le vortex. Nous avons montré que la présence d'une sonde (même de petite taille, i.e. environ $200 \mu\text{m}$) perturbait fortement le vortex, c'est pourquoi nous avons déduit la pression moyenne dans le vortex par la mesure de la rétro-action que peut avoir la rotation sur l'étirement: comme indiqué sur la Figure 10, l'étirement est généré par une différence de hauteur de niveau d'eau entre la grande cuve (qui est maintenue à niveau constant) dans laquelle est installé le montage, et une petite cuve connectée aux trous d'aspiration des disques.

Le débit est mesuré lorsque les disques ne tournent pas et qu'il n'y a pas de vortex. Ensuite, les disques sont mis en rotation et un vortex est généré si les conditions de rotation, de distance entre les disques, de diamètres des disques, etc sont favorables. On observe alors une chute du débit dans la petite cuve qui témoigne de la présence du vortex et d'une dépression dans son cœur qui s'oppose à l'étirement. De la chute de débit est déduite la dépression moyenne du vortex. Pour plusieurs aspirations initiales (i.e. différence de hauteur entre la grande cuve et la petite) et diamètres $2R$ des disques, la dépression du vortex est déduite en fonction de la distance d entre les disques et de leur rotation Ω (Fig. 12). Ces mesures, qui sont très longues, sont effectuées automatiquement par un ordinateur qui contrôle l'expérience. Ce travail a été effectué en collaboration avec F. Moisy (maître de conférence au FAST - Orsay), et B. Guard (stagiaire de DEA).

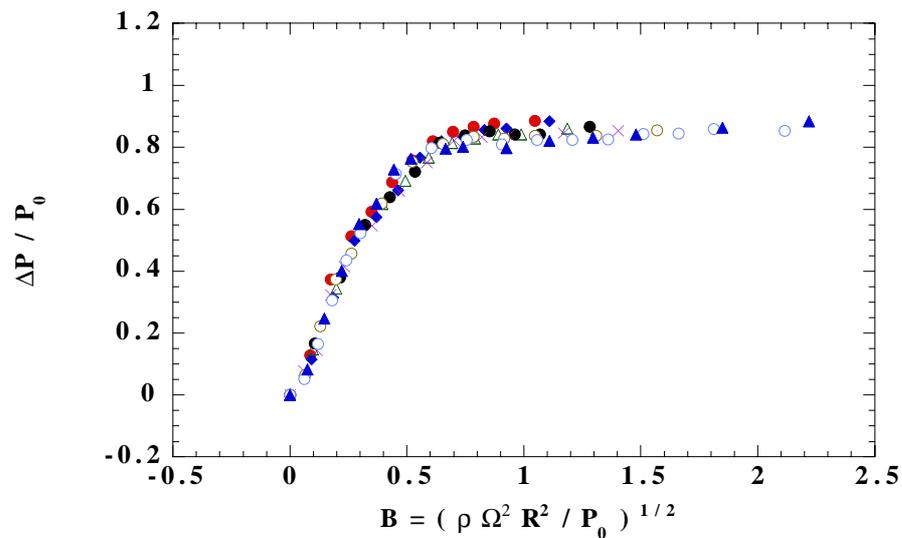


Figure 12: Dépression dans le vortex adimensionnée par la dépression initiale P_0 imposée par la différence de hauteur d'eau entre les deux cuves en l'absence de vortex ($\Omega=0$) en fonction d'un paramètre B qui représente le rapport de dépression générée par la rotation et P_0 . La saturation montre qu'au delà d'un certain seuil, la rotation des disques perd de son efficacité.

La dépression dans le vortex peut être suffisamment importante pour que les micro-bulles dissoutes dans l'eau coalescent en une longue bulle qui reste piégée dans le cœur du vortex (Fig. 13-a). Sans doute en raison des instabilités de type Rayleigh de la bulle, elle peut se scinder en plusieurs bulles plus petites dont la position est peut être la signature de minima de pression répartis régulièrement le long de l'axe du vortex (Fig. 13-b).

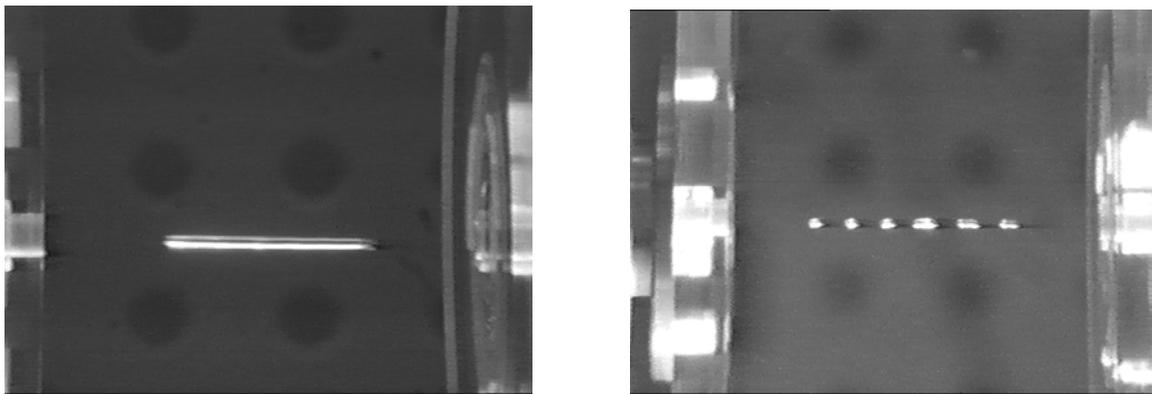


Figure 13-a: Longue bulle dans le vortex.

Figure 13-b: Chapelet de bulles.

Il est amusant de noter que la dépression dans le vortex est suffisamment importante pour maintenir les bulles d'air en position alors que le débit d'aspiration au centre de chaque disque est de plusieurs litres par minute, et que la vitesse d'entrée dans les trous d'aspiration peut être de plusieurs mètres par seconde!

Attention, ceci n'est pas de la cavitation que l'on aurait observée si la dépression dans le vortex était descendu au-dessous de la pression de vapeur saturante de l'eau dans les conditions de l'expérience. Il s'agit simplement de la concentration dans cette région de basse pression des micro-bulles d'air dissoutes naturellement dans l'eau que nous utilisons.

Cette étude sur les vortex étirés est un travail très vaste, qui demande beaucoup d'investissement en temps et en moyens de mesure. Elle présente de nombreuses difficultés expérimentales liées pour l'essentiel aux très forts gradients de vitesse que l'on rencontre dans ce type d'écoulement, mais aussi au fait que cette structure est tridimensionnelle, instationnaire, et instable. Néanmoins, on est en droit de penser que les mécanismes physiques qui sont étudiés dans ces vortex "étalons" sont les mêmes que ceux que l'on rencontre dans les écoulements turbulents. Dans cette optique, on peut espérer contribuer à une meilleure compréhension et modélisation de la turbulence dans l'objectif avoué de la contrôler et de la prédire. Le contrôle des écoulements est en effet un enjeu important pour l'avenir dans le but de diminuer les pertes d'énergie à travers ces écoulements turbulents (réduction de la traînée visqueuse, meilleure efficacité et rendement dans les mélanges, ...). La prédiction quant à elle reste un défi important dans beaucoup de domaines tels que le contrôle des écoulements (mieux prévoir pour mieux savoir contrôler), ou les prévisions météorologiques.