

# TD6 : Traînée et portance

Hugo Delrieu\*, Damien Toquer†, Mathilde Reyssat

11 avril 2025

## 1 Profondeur d'un plongeon

Dans cet exercice, on va essayer d'estimer la profondeur d'un bassin dans lequel saute un plongeur. On suppose que le plongeur est à une hauteur  $H = 10$  m du sol. On modélisera le plongeur par un cylindre de masse  $m = 100$  kg et de surface  $S = 0.1$  m<sup>2</sup>.

1. Calculer la trajectoire du plongeur jusqu'à l'eau en l'absence de frottement avec l'air. En déduire la vitesse  $V_0$  du plongeur lorsqu'il entre dans l'eau.
2. Estimer le nombre de Reynolds dans l'air et dans l'eau. En déduire l'expression de la force de frottement fluide dans chaque cas.
3. On supposera que la coefficient de traînée du plongeur est  $C_x = 0.7$ . Justifier que dans l'air, les frottements de l'air sont bien négligeable devant le poids. Cela reste-t-il vrai dans l'eau ?
4. Écrire l'équation du mouvement du plongeur dans l'eau dans les approximations appropriées. Résoudre cette équation et obtenir la profondeur du plongeur en fonction du temps. On introduira une longueur typique de pénétration  $l_p$ .
5. Réécrire la vitesse du plongeur dans l'eau en fonction de sa profondeur. Généralement, les piscines de plongeon ont une profondeur de 5 m. Est ce suffisant ici ? Aurait-on besoin d'augmenter la profondeur pour des compétitions de Red Bull cliff diving de 28 m de haut ?

## 2 Jeu de balles

Tous les jeux de balle sont caractérisés par des trajectoires en cloche. Dans le cas de la pétanque ou du basket-ball, la trajectoire de la balle est très proche d'une parabole. Dans le cas d'un volant de badminton, la trajectoire a plutôt une forme triangulaire qu'a décrit le mathématicien italien Niccolò Tartaglia (Fig1).

1. On projette la balle à une vitesse  $U_0$  et un angle  $\theta_0$  avec l'horizontale. Quelle est la trajectoire de la balle en l'absence de frottement avec l'air ?
2. Estimer le nombre de Reynolds. En déduire l'expression de la force de frottement fluide. Pour quelle vitesse (dite terminale)  $U_\infty$  cette force équilibre le poids ?
3. Décrire les trajectoires lorsque  $U_0 \ll U_\infty$  et lorsque  $U_0 \gg U_\infty$ . Commenter le cas de la balle de basket et du volant de badminton.
4. Commenter la comparaison de la longueur d'arrêt  $l_{max}$  (longueur de pénétration définit à l'exercice précédent), avec la taille du terrain.

---

\*hugo.delrieu@espci.fr

†damien.toquer@phys.ens.fr

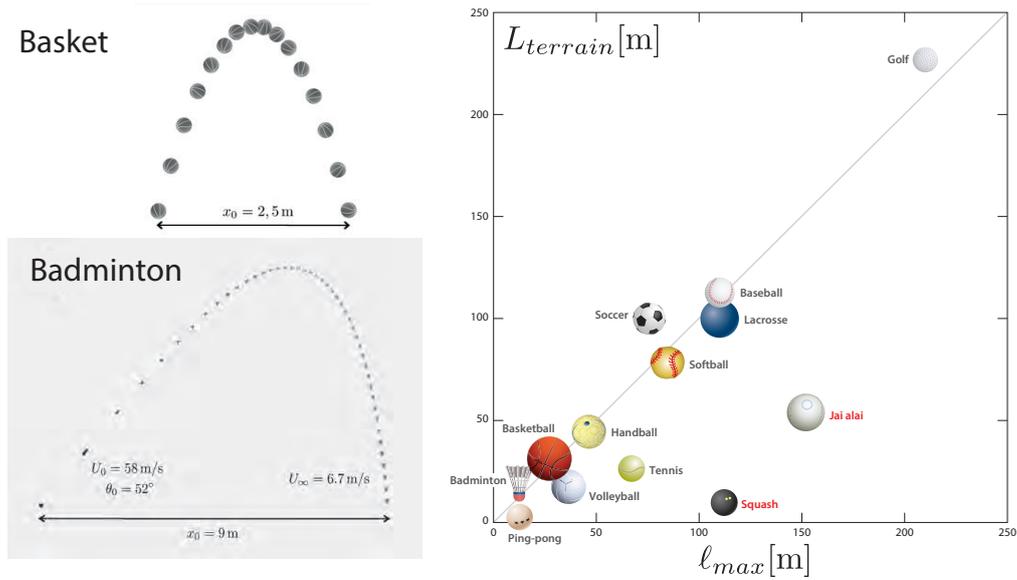


FIGURE 1 – Gauche : Chronophotographies de trajectoires de balles. Parabole décrite par un ballon de basket ( $R = 12 \text{ cm}$ ,  $m = 650 \text{ g}$ , vitesse initiale  $U_0 = 7 \text{ m/s}$ , angle initial  $\theta_0 = 75^\circ$ ). Forme triangulaire de type “Tartaglia” suivie par un volant de badminton ( $R = 3 \text{ cm}$ ,  $m = 5 \text{ g}$ , vitesse initiale  $U_0 = 58 \text{ m/s}$ , angle initial  $\theta_0 = 52^\circ$ ). Le pas de temps est de  $100 \text{ ms}$  sur la chronophotographie du basket et  $50 \text{ ms}$  sur la chronophotographie du badminton. Droite : Longueur des terrains de jeu utilisés dans différents sports en fonction de la distance  $l_{max} = 2\pi R^2 \rho_f / m$  (pour info, le Jaï alai est une forme de pelote basque). Données : Caroline Cohen & Baptiste Darbois-Textier.

### 3 Balistiques de spores

À une toute autre échelle, les champignons doivent libérer leurs spores afin de se disséminer. La plupart des espèces que l’on retrouve dans notre assiette ont développé une technique particulièrement astucieuse pour éjecter leurs spores du support sur lequel ils sont attachés : une catapulte capillaire !

Comment ça marche ? Le spore est initialement fixé sur une tige fragile. Une partie centrale du spore est recouverte d’une substance hydrophile sur laquelle un film d’eau se condense rapidement. Au pied du spore, une goutte de condensation se forme également sur un autre point hydrophile. La goutte croît progressivement et soudain touche le film (Fig2). La coalescence brutale de la goutte sur le film entraîne alors la rupture de la tige et l’éjection du spore.

Données numériques :

- masse du spore  $m_S \sim 3.10^{-13} \text{ kg}$ ,
- rayon du spore  $R_S \sim 3 \mu\text{m}$ ,
- masse de la goutte  $m_D \sim 5.10^{-14} \text{ kg}$ ,
- rayon de la goutte  $R_D \sim 2.2 \mu\text{m}$

1. Sachant que lors de la coalescence la goutte de rayon  $R_D$  s’étale dans le film déjà présent sur le spore, quel est le gain en énergie de surface ? En déduire une estimation de la vitesse d’éjection du spore. L’application numérique est-elle comparable à vitesse déduite des images de la vidéo ?

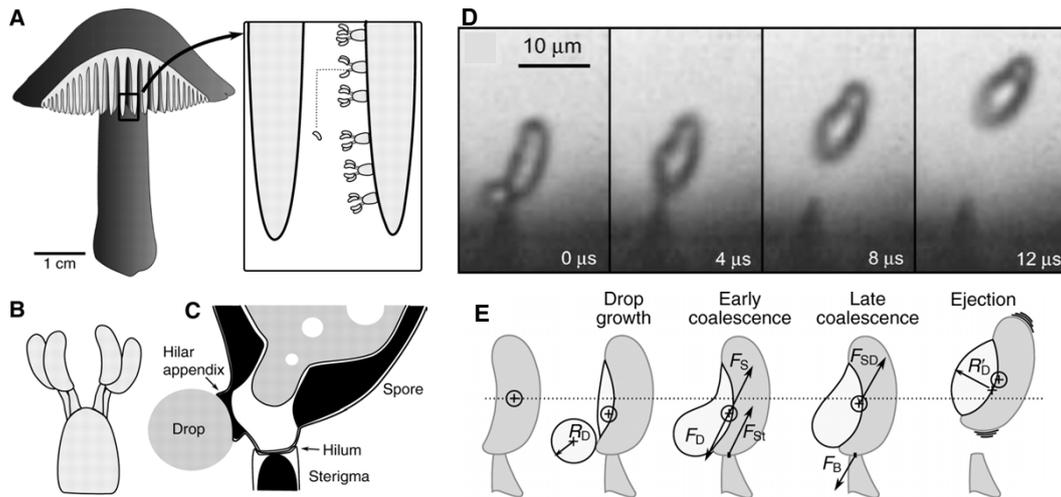


FIGURE 2 – Ejection de spores dans les champignons. Les spores initialement logés dans les lamelles du champignon doivent pouvoir s'éjecter afin de se disperser. Il utilisent pour cela un mécanisme de catapulte capillaire qui met en jeu la coalescence d'une goutte d'eau sur un film d'eau présent sur le spore. Seule une caméra ultrarapide a pu capturer la dynamique de cette éjection à 250 000 images/s (extrait de X.Noblin *et al.*, *J. Experimental Biology*, 212. 2835 (2009)).

2. Écrire l'équation décrivant la dynamique du spore et en déduire la distance d'éjection par rapport à son point d'attache.

#### 4 Ça plane pour moi

Certains oiseaux marins comme les albatros sont d'excellents planeurs (Fig5). Néanmoins s'il n'a pas de moyen de se propulser, le planeur, aussi optimisé soit-il, finit inexorablement par rejoindre le sol.

1. En supposant que l'angle des ailes  $\alpha$  soit idéalement ajusté et que la contribution des forces aérodynamiques sur le corps du planeur soient négligeables, quel est l'angle de chute  $\beta$  dans le cas le plus favorable pour l'aile illustrée en Figure 4 ?
2. En déduire la vitesse de translation et la vitesse de chute du planeur. Faire l'application numérique pour un planeur de masse 500 kg et une surface d'aile de 15 m<sup>2</sup>.
3. Sachant qu'un planeur monte aux alentours de  $h = 2000$  m d'altitude en plaine, quelle est la distance maximale qu'il peut parcourir ?

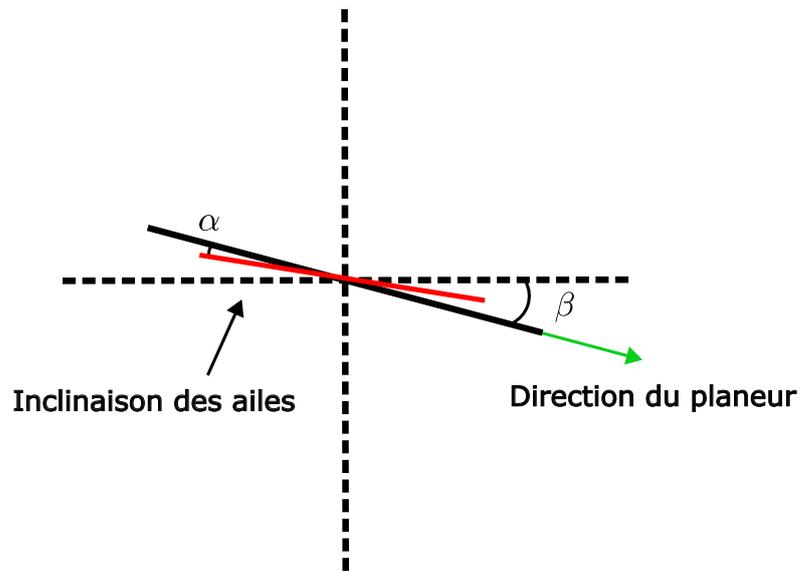


FIGURE 3 – Schéma du planeur

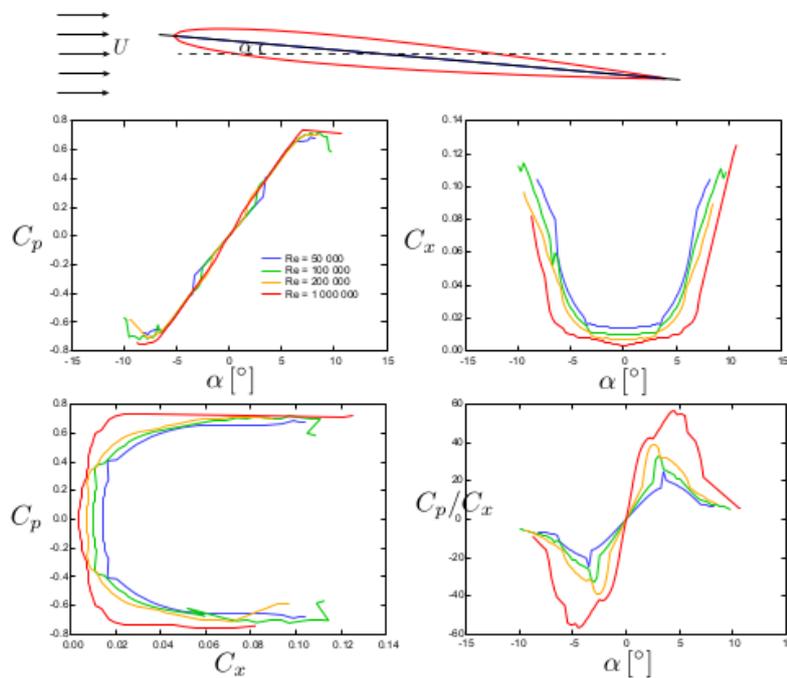


FIGURE 4 – Polaires obtenues numériquement pour un profil d'aile symétrique NACA-6 à différents nombres de Reynolds. On peut observer la linéarité de  $C_p$  avec  $\alpha$  pour des incidences modérées et le décrochement au-delà d'un angle d'incidence supérieur à  $7 - 8^\circ$ . La symétrie de cette aile impose la symétrie des profils, mais il existe bien d'autres profils non symétriques dont on peut visualiser les caractéristiques sur le site : <http://airfoiltools.com/>



FIGURE 5 – Planeur et albatros. On remarquera l'élanement remarquable de leurs ailes.