Feuilles dans le vent

Quelles sont les questions scientifiques ou techniques?
Déformation d'une structure flexible soumise à un écoulement, évolution du coefficient de traînée avec la vitesse.

Par quelles expériences y répondre?
Expérience modèle quasi 2D en soufflerie sur des feuilles flexibles.

Quelles techniques expérimentales?
Soufflerie, jauge de contrainte, imagerie.

Quels sont les résultats?
À vous de les montrer à travers des graphes clairs.

Comment les interpréter?
Ingrédients physiques, lois d'échelle, ajustement de courbes expérimentales: à vous de jouer!

photographie G. Garcin

Ce TP illustre une interaction fluide/structure: dans quelle mesure une force aérodynamique peut-elle déformer une structure. L'un des pionniers dans le domaine est Gustave Eiffel. Lors de la création de sa fameuse tour, sa principale préoccupation était de veiller à ce qu'elle résiste à un vent latéral. Néanmoins les déformations d'édifices humains sous l'effet du vent restent relativement modestes (même si monter au dernier étage de la Tour un jour de tempête peut donner mal au cœur!). Le couplage avec l'écoulement est alors relativement simple car ces déformations ne modifient pas sensiblement l'écoulement.

Dans la nature, des structures très souples sont néanmoins fréquentes (feuilles d'arbre, ailes d'insectes, nageoire de poissons...). Leur déformation peut modifier l'écoulement qui lui-même induit les déformations. Il s'agit alors d'un problème couplé complexe que l'on résout généralement par des algorithmes numériques récursifs. Ce thème est actuellement très en vogue (voir les articles de Steinberg et Alben *et al.*, *Nature*, 2002). D'une certaine manière, le but du TP est d'étudier la stratégie du roseau qui diminue sa trainée en réduisant, par sa flexion, son exposition au vent.

Quelques lois d'échelle

Flexion de la feuille

Imposons un rayon courbure R à une feuille de rigidité κ (κ est homogène à un couple: $\kappa = Eh^3/12(1-\nu^2)$, où E est le module de Young du matériau, h son épaisseur et ν son coefficient de Poisson). Le moment nécessaire à fléchir la feuille sur un rayon de courbure typique R est en loi d'échelle:

$$\mathcal{M}_{feuille} \sim \frac{\kappa b}{R},$$

où b est la dimension latérale de la feuille. À grand nombre de Reynolds, cette courbure est induite par la pression dynamique du vent $\frac{1}{2}\rho V^2$. Dans la limite des faibles déformation, le moment correspondant à cette pression et donné par:

$$\mathcal{M}_{vent} \sim \rho V^2 L^2 b$$

Nous nous attendons donc à ce que le rayon de courbure de la feuille suive un loi de la forme:

$$R \sim \frac{\kappa}{\rho V^2 L^2}$$

Quelle est la vitesse caractéristique qui permet de courber la feuille sur sa propre longueur? Il suffit de déterminer V^* tel que $R \sim L$:

$$V^* \sim \left(\frac{\kappa}{\rho L^3}\right)^{1/2}.$$

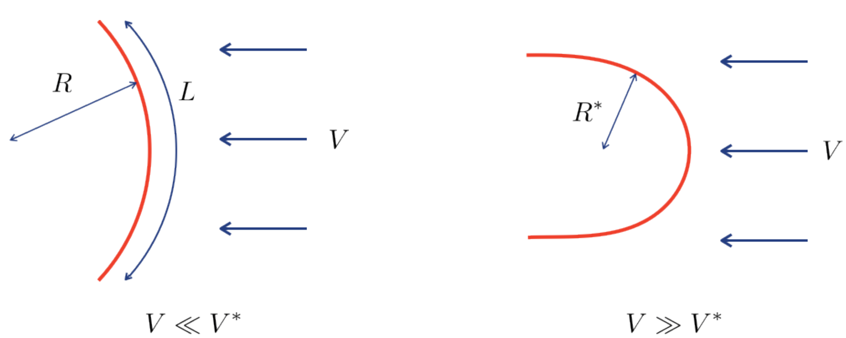

Figure 1: Feuille fléchie par le vent. Gauche, pour $V \ll V^*$. Droite, pour $V \gg V^*$.

Trainée

Lorsque $V \ll V^*$, on s'attend à ce que la force de trainée (grand Re) soit donnée par:

$$f \sim \rho V^2 L b.$$

Pour $V \gg V^*$, la feuille prend une forme d'un U de courbure R^*. Pour estimer cette courbure, on va négliger les contraintes exercées sur les bras du U (ce qui revient à négliger la friction de couche limite, ça marche tant que les bras ne sont pas trop longs). Dans ce cas, la taille L à prendre en compte dans l'expression du rayon de courbure est R^*. Nous trouvons ainsi:

$$R^* \sim \frac{\kappa}{\rho V^2 R^{*2}} \quad \text{soit} \quad R^* \sim \left(\frac{\kappa}{\rho V^2}\right)^{1/3}$$

La force attendue devient ainsi:

$$f \sim \rho V^2 b \left(\frac{\kappa}{\rho V^2}\right)^{1/3} \propto V^{4/3}.$$

La trainée augmente ainsi moins rapidement avec la vitesse que dans le cas d'un corps rigide : c'est la stratégie du roseau.

Comment comparer des mesures effectuées avec des plaques de taille et de rigidités différentes? Peut-on adapter nos mesures en soufflerie réalisées avec des maquettes centimétriques à une structure en tôle métallique immergée dans un courant marin? Il faut pour cela adimensionner les données.
Comme nous sommes à grand nombre de Reynolds, il est a priori pertinent d'adimentionner la force de traînée sous la forme d'un coefficient de traînée:

$$C_x = \frac{f}{\rho V^2 L b/2}.$$

Pour adimensionner la vitesse du vent, nous pouvons la diviser par V^* qui prend en compte la rigidité de la feuille. Si les ingrédients physiques sont les bons (essentiellement pression dynamique contre rigidité en flexion), la courbe $C_x = f(V/V^*)$ devrait être universelle.

À quoi peut ressembler cette courbe? Lorsque $V \ll V^*$, la feuille se déforme à peine et on s'attend à un coefficient constant. Cependant lorsque V devient comparable à V^* la section apparente de la structure diminue si bien que le coefficient de traînée tel que défini au-dessus diminue. Dans la limite $V \gg V^*$ on s'attend à une variation de la forme:

$$C_x \sim \frac{R^*}{L} \sim \left(\frac{V}{V^*}\right)^{-2/3}.$$

Instrumentation

La soufflerie dont vous disposez se compose essentiellement d'un ventilateur dont la vitesse peut être ajustée à l'aide d'un rhéostat, de filtres et d'un convergent (fig. 2). La section en sortie de convergent est 100 mm × 100 mm.
Un tube de Pitot permet de déterminer la vitesse en sortie de la soufflerie. Il est relié à un manomètre différentiel électronique. Le signal récupéré sur une carte d'acquisition est ensuite traduit en vitesse du vent grâce au logiciel LabView.

Mesure de la trainée

La tige qui supporte les feuilles est monté sur un support déformable constitué de deux lames métalliques. Lorsque l'écoulement exerce une force de traînée sur l'obstacle, ces lames sont déformées en flexion et une jauge de contrainte permet de remonter, après étalonnage, à la force exercée sur l'obstacle.

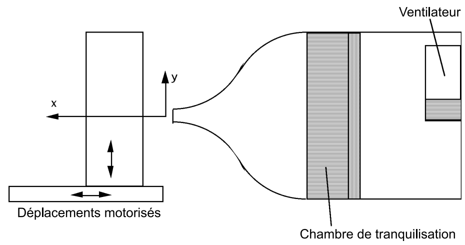

Figure 2: Schéma de la soufflerie

Mesures à effectuer

On va essentiellement s'intéresser à l'évolution de la force de traînée subie par les feuilles en fonction de la vitesse du vent. Le support de la feuille est connecté au bâti par une une poutre flexible sur laquelle des jauges de déformations ont été collées. Une calibration indique que la réponse des jauges et linéaire avec la charge. Le facteur de proportionnalité est de 0.761mN par unité sur le pont d'extensiométrie.
Dans le cas des plaques rigides, l'évolution de la force de traînée est-elle compatible avec la formule $T = \frac{1}{2}\rho U^2 S C_x$? Si oui, quelle est la valeur du C_x?

Intéressons-nous aux feuilles flexibles. Mesurer pour cela la traînée subie par les feuilles en fonction de la vitesse du vent. Afin de "rescaler" les données obtenues pour les différentes feuilles, on représentera le coefficient C_x en fonction du rapport V/V^*. La largeur b des feuilles est de 8 cm et leur "longueur" L de 8, 6 ou 4 cm. Plusieurs épaisseurs h sont disponibles: 1mm (rigide), 150μm ($\kappa = 1400\mu$N.m), 100μm ($\kappa = 440\mu$N.m), 90μm ($\kappa = 150\mu$N.m), 50μm ($\kappa = 30\mu$N.m), 30μm ($\kappa = 6\mu$N.m). Dans les derniers modèles, la valeur de κ est inscrite sur la feuille.
Obtient-on une courbe universelle $C_x = f(V/V^*)$?

Pour une feuille flexible donnée, on pourra photographier sa forme pour quelques vitesses et superposer ces différents profils sur une même image grâce au logiciel ImageJ.

Que ce passe-t-il pour certaines feuilles quand la vitesse du vent est élevé. Quels ingrédients physique faudrait-il intégrer pour prendre en compte ce phénomène?