

Capillarité

Quelles sont les questions scientifiques ou techniques ?

Imprégnation capillaire : statique et dynamique.

Mesure de tensions de surface.

Dépôts de films.

Par quelles expériences y répondre ?

Imprégnation d'un tube capillaire modèle puis d'un matériau poreux.

Déplacement forcé d'une goutte à l'intérieur d'un capillaire.

Quelles techniques expérimentales ?

Utilisation d'un tensiomètre commercial.

Visualisations directe de l'imprégnation et du mouvement des gouttes.

Quels sont les résultats ?

À vous de les montrer à travers des graphes clairs.

Comment les interpréter ?

Ingrédients physiques, lois d'échelle, ajustement de courbes expérimentales : à vous de jouer !

Phénomènes capillaires

Lors de son voyage lunaire, le Capitaine Haddock fait une expérience remarquable. Il observe qu'une goutte d'eau (certes, un peu alcoolisée) est sphérique en apesanteur (Fig. 1) : le liquide minimise ainsi son *énergie de surface*. Les molécules d'une phase condensée (solide ou liquide) sont en effet soumises à des forces cohésives avec leurs voisines. Créer une interface revient donc à perdre une partie de cette énergie de cohésion. Cette énergie à payer est l'énergie de surface E_s ; elle est proportionnelle à l'aire de l'interface A et à un coefficient γ dénommé *tension de surface* :

$$E_s = \gamma A.$$

En toute rigueur, une tension de surface met en jeu les interactions moléculaires entre les composés situés de part et d'autre de l'interface, liquide/gaz, liq.1/liq.2, liquide/solide ou solide/gaz (pour simplifier, la tension de surface entre un liquide et l'air est en général notée simplement γ). Son unité de mesure est le N/m (ou J/m²).



FIGURE 1 – (a) Expérience du Capitaine Haddock. (b) Imprégnation d'un dosimètre de glycémie. (c) Oscillateur microfluidique (image Manu Prakash).

La tension de surface est à l'origine des phénomènes *capillaires* qui sont omniprésents à l'échelle submillimétrique : formation des gouttes de pluie, imprégnation des matériaux poreux ou sustentation d'insectes à la surface d'une mare. De nombreux systèmes microfluidiques mettent en

jeu la capillarité (imprégnation d'un dosimètre de glycémie, systèmes à gouttes isolées). Mal contrôlée, la capillarité est cependant une source de désagréments (les circuits microfluidiques sont communément bloqués par des bulles d'air). L'objectif de ce TP est d'illustrer les phénomènes d'imprégnation capillaire et le dépôt d'un film sur une surface (coating).

Note sur les angles de contact

Généralement une goutte de liquide déposée sur un solide ne s'étale pas complètement : on parle dans ce cas de mouillage *partiel*. La calotte sphérique observée est caractérisée par un angle de contact θ (Fig. 2). Cet angle est lié aux tensions de surfaces entre le liquide, l'air et le solide, via la relation de Young :

$$\cos \theta = \frac{\gamma_{sol/air} - \gamma_{sol/liq}}{\gamma}$$

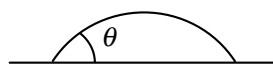


FIGURE 2 – Angle de contact en mouillage partiel

Cet angle de contact complique la détermination d'une tension de surface. Cependant, dans le cas où $\gamma < (\gamma_{sol/air} - \gamma_{sol/liq})$, le liquide s'étale complètement sur le solide : $\theta = 0$ (la valeur du cosinus de l'angle reste bornée à 1). Nous chercherons à assurer cette situation de *mouillage total* pour effectuer nos mesures. Généralement les liquides de faible tension de surface, tels que les huiles de silicone, l'éthanol, les alcanes, mouillent bien la plupart des surfaces (valeurs typiques $\gamma \sim 20 - 25$ mN/m). L'eau en revanche a une tension de surface élevée ($\gamma_{eau/air} = 72,8$ mN/m) et ne mouille que partiellement de nombreux matériaux.

1 Mesurer une tension de surface

Il existe deux grandes méthodes pour estimer une tensions de surface : mesurer directement une force capillaire avec un tensiomètre, mesurer la déformation d'une goutte sous l'action opposée de tension de surface et de la capillarité. On se propose ici d'illustrer la 1^{ère} technique.

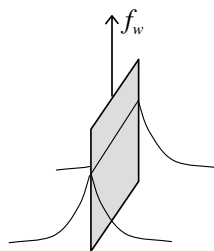


FIGURE 3 – Ménisque sur une plaque

Lorsque l'on met en contact une plaque avec un liquide mouillant, le liquide monte par capillarité. La force f_w exercée par le ménisque sur la plaque est donnée par :

$$f_w = p \cdot \gamma \cos \theta$$

où p est le périmètre de la ligne de contact (deux fois la largeur de la plaque dans le cas présent). Afin d'assurer un mouillage parfait ($\theta = 0$), la plaque est recouverte d'une couche de platine qui, une fois nettoyé à la flamme, est parfaitement mouillé par tous les liquides usuels.

Vos camarades qui travaillent sur les vagues ont besoin de connaître la tension de surface de leur eau. Afin de les aider, prélevez avec eux un échantillon de leur eau et en déterminer la tension de

surface grâce au tensiomètre. Le résultat est-il proche de la valeur tabulée ($72,8 \text{ mN/m}$ à 20°C) ? Mesurer également la tension de surface de l'éthanol qui sera utilisé par la suite.¹

2 Imprégnation capillaire

2.1 Ascension capillaire : hauteur d'équilibre

Lorsqu'un tube capillaire est plongé dans un liquide mouillant, une colonne de liquide monte dans le tube par *capillarité* (Fig. 4a). À l'équilibre, le niveau atteint par le liquide est donné par la loi de Jurin :

$$h = \frac{2\gamma \cos \theta}{\rho g r}$$

Dans le cas où le liquide mouille parfaitement la paroi du tube ($\theta = 0$), la valeur de la tension de surface peut être facilement déterminée par cette relation.

En réalisant une expérience avec de l'éthanol, déduire une estimation de sa tension de surface ($\rho = 790 \text{ kg/m}^3$) au moyen de ce dispositif (les rayons des tubes sont indiqués sur leur support).

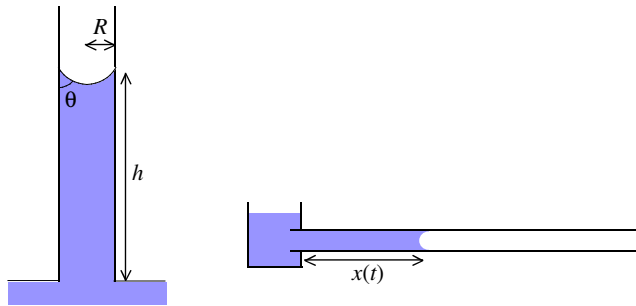


FIGURE 4 – (a) Montée d'un liquide dans un tube vertical. (b) Imprégnation d'un tube horizontal.

2.2 Dynamique de l'imprégnation : loi de Washburn

Considérons à présent un tube horizontal (Fig. 4b). Dans ce cas la gravité ne s'oppose plus à la capillarité et l'imprégnation du tube se poursuit sur toute sa longueur.

Mesurer la dynamique de l'imprégnation en filmant l'avancée du liquide. Comment varie la longueur imprégnée au cours du temps ?

Quels sont les ingrédients physiques qui dictent la dynamique d'imprégnation ?

Dans un premier temps, interpréter vos résultats en loi d'échelle pour vérifier si vous avez trouvé un mécanisme plausible. Vérifier quantitativement la loi en déterminant son préfacteur (la viscosité de l'éthanol vaut $\eta = 1.2 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ à température ambiante).

Mettons à présent un morceau de papier buvard en contact avec un réservoir de liquide mouillant. Un front d'imprégnation monte le long du papier : le liquide est également aspiré par capillarité.

Compte-tenu de la taille caractéristique des pores dans du papier, la gravité joue-t-elle un rôle dans cette expérience ? Mesurer la dynamique d'imprégnation d'une bandelette en papier filtre gradué. Déduire une estimation quantitative de la taille des pores dans le papier. L'ordre de grandeur semble-t-il réaliste ?

1. Pour des raisons de nettoyage, merci de ne pas essayer de mesurer la tension des huiles de silicone...

3 Dépôt de film

De nombreuses applications industrielles mettent en jeu le dépôt d'un film liquide sur une surface. L'intérêt de ce film est de modifier les propriétés de la surface, il peut la lubrifier, la protéger, l'isoler électriquement, modifier ses propriétés optiques... De multiples techniques de dépôt existent. Nous nous intéresserons ici à une variante de l'une des plus basiques d'entre-elles : le trempage. En sortant de votre bain vous emportez une certaine épaisseur d'eau sur votre peau. L'un des objectifs sera de déterminer quelle est l'épaisseur de ce film.

L'expérience que nous proposons d'étudier ne met en jeu ni baignoire ni baigneur, mais une petite goutte de liquide et un tube capillaire. Il s'agit d'introduire une goutte de longueur L dans un tube capillaire de rayon R (indiqué sur la boîte des tubes) initialement sec. Pour le liquide, nous choisirons des huiles de silicone dont la viscosité η est indiquée sur le flacon. Ces huiles ont l'avantage de mouiller parfaitement la plupart des matériaux. En injectant de l'air dans le tube avec une seringue, la goutte va se déplacer, laissant derrière elle un film (quasiment imperceptible à l'œil nu). En filmant le déplacement de la goutte, vous pourrez mesurer sa variation de longueur ΔL pour une certaine distance de déplacement et en déduire l'épaisseur du film déposée.

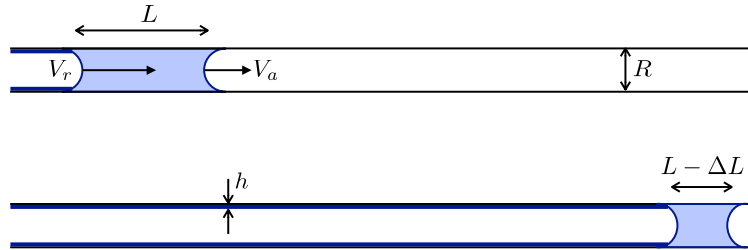


FIGURE 5 – Lors de son déplacement, la goutte laisse un film d'épaisseur h derrière elle. En conséquence de ce dépôt, la vitesse du ménisque arrière V_r est légèrement plus élevée que celle du ménisque avant V_a .

3.1 Épaisseur déposée

En pratique peut déterminer l'épaisseur de film h qui reste à l'arrière de la goutte par une simple conservation du volume. Dans la limite $h \ll R$, sa valeur est déterminée par $2\pi RhV_r = \pi R^2(V_r - V_a)$, soit $h/R = (V_r - V_a)/2V_r$.

Déterminer quelques épaisseurs de film déposées pour un tube donné en fonction de la vitesse et essayer avec des tubes de différents rayons. Pour un tube donné, on pourra aussi faire varier la viscosité du liquide. Afin de s'assurer que la vitesse de la goutte reste à peu près constante pendant un expérience, il vaut mieux démarrer avec une longueur d'au moins 3 cm. Un bon point de départ est un débit de $100 \mu\text{L}/\text{min}$ pour $R = 841 \mu\text{m}$ et $\eta = 50 \text{ mPa}\cdot\text{s}$.

Chaque expérience demande un tube neuf. Merci de les utiliser avec une certaine parcimonie !

Une courbe maîtresse ?

Essayons d'interpréter les valeurs obtenues en nous plaçant dans le référentiel du ménisque arrière (Fig. 6). Dans ce référentiel, c'est le tube qui fait marche arrière et entraîne avec lui le film liquide. Le problème est a priori très compliqué. Tentons déjà de déterminer les ingrédients physiques.

De toute évidence, laisser un film coûte de l'énergie de surface. La tension de surface γ tend donc à retenir le liquide dans la goutte et à en diminuer son épaisseur. Au contraire, les contraintes visqueuses de cisaillement tendent à entraîner le film avec la paroi du tube et ont ainsi un rôle épaisissant. Cet effet sera d'autant plus important que la viscosité est élevée et que la vitesse est

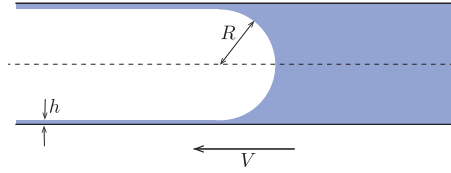


FIGURE 6 – Entraînement du film à l’arrière du ménisque (on a pris le ménisque comme référentiel).

grande, c’est donc le produit ηV qui est en jeu. On peut construire un nombre sans dimensions qui compare les effets de la viscosité à ceux de la tension de surface :

$$Ca = \frac{\eta V}{\gamma}$$

Ce nombre est généralement appelé *nombre capillaire*. On le retrouve dans toutes les situations qui mettent en jeu une compétition entre contrainte visqueuse et tension de surface. En absence d’autres ingrédients physiques, nous nous attendons à ce que h soit une fonction de Ca . Reste à comparer h à une longueur caractéristique du problème. La longueur naturelle est le rayon du tube R .

En traçant $h/R = f(Ca)$, obtenez-vous une courbe universelle ?

Le modèle de Bretherton

Décrire le détail de l’écoulement à l’arrière du ménisque n’est pas simple. Il demande en effet d’utiliser une technique de raccordement asymptotique qui ressemble à un problème de couche limite. Ce calcul a été réalisé en 1961 par le britannique Bretherton pour décrire ses expériences (très proches des vôtres). L’idée de ce calcul est de déterminer la transition d’extension ℓ entre un ménisque qui apparaît comme statique (dans le référentiel du tube) et le film entraîné au loin à une vitesse uniforme V (Fig. 7). Cette transition est généralement qualifiée de *ménisque dynamique*.

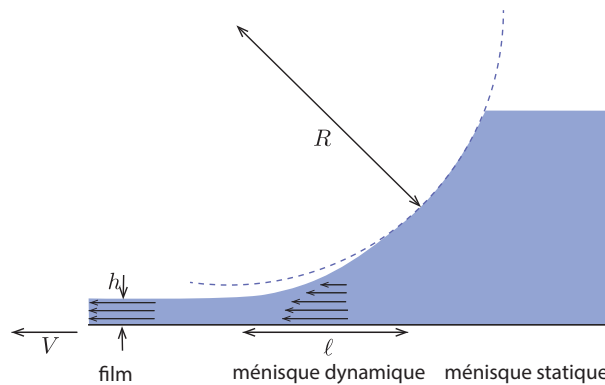


FIGURE 7 – Zone de transition entre le ménisque statique (dans le référentiel du tube) et le film entraîné.

Quelle est la pression de part et d’autre de ℓ ? Selon la loi de Laplace, le saut de pression dans le ménisque vaut $2\gamma/R$ car il est courbé dans les deux directions. En revanche, le film déposé à l’arrière n’est courbé que dans une direction, le saut vaut ainsi γ/R . Le ménisque statique tend donc à réaspirer le film. Le gradient de pression dans la zone de transition est donc d’ordre $\nabla P \sim \gamma/R\ell$. Ce gradient de pression compense la dissipation visqueuse $\eta V/h^2$. Nous en déduisons $h^2/R\ell \sim Ca$.

Il nous manque encore une équation pour fermer le problème. L'idée est que la courbure est continue entre la zone de transition et le ménisque statique. La courbure typique du ménisque dynamique h/ℓ^2 est ainsi égale à $1/R$. On en déduit $\ell^2 \sim hR$, et donc finalement :

$$h \sim RCa^{2/3}$$

En utilisant une technique de raccordement asymptotique, Bretherton détermine un préfacteur numérique égal à 1,34.

Vos données sont-elles compatibles avec cette loi ?

Note : Un calcul similaire avait été réalisé par les physiciens russes Landau et Levich en 1942 pour décrire l'entraînement de liquide par une plaque retirée d'un bain. À un préfacteur près, la loi d'échelle est inchangée. La longueur capillaire $L_{ec} = \sqrt{\gamma/\rho g}$ remplace alors le rayon du tube.

3.2 Déstabilisation du film

Observez à présent les tubes qui sont restés posés horizontalement. Le film déposé est-il resté uniforme ? La longueur d'onde de l'instabilité dépend-elle de l'épaisseur du film déposé ? Varie-t-elle avec le rayon du tube ?

Éléments d'interprétation

Considérons une perturbation de longueur d'onde λ et d'amplitude $A \ll h \ll R$. Au sommet d'une bosse, le rayon de l'interface vaut $R - h - A$ alors qu'il vaut $R - h + A$ dans un creux. Au 1^{er} ordre, la différence de courbure entre bosse et creux varie comme A/R^2 . Elle tend à aspirer le liquide des creux vers les bosses. À cette courbure s'ajoute la courbure dans l'axe du tube qui tend au contraire à lisser la perturbation. Elle s'écrit en loi d'échelle A/λ^2 . La perturbation tend donc à s'amplifier si la courbure radiale l'emporte sur la courbure longitudinale, c'est-à-dire si λ est relativement grand par rapport à R . Un calcul de lubrification (voir le TD correspondant) nous permet de montrer que la croissance est initialement exponentielle et que le mode qui croît le plus rapidement est caractérisé par :

$$\lambda = 2\pi\sqrt{2}R$$

avec un taux de croissance :

$$\tau \sim \frac{\eta R^2 \lambda^2}{\gamma h^3} \sim \frac{\eta R^4}{\gamma h^3}$$

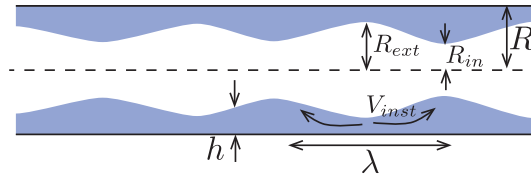


FIGURE 8 – Instabilité du film. Lorsque des perturbations apparaissent le rayon à l'intérieur des bosses est plus élevé qu'à l'extérieur, ce qui tend à aspirer le liquide des creux vers les bosses. Au contraire, la courbure longitudinale tend à lisser la perturbation. Si la première contribution l'emporte sur la seconde, l'instabilité s'amplifie exponentiellement.