

# Sur deux approches du cloquage des films minces

G. Parry\*, A. Cimetière, C. Coupeau, J. Colin

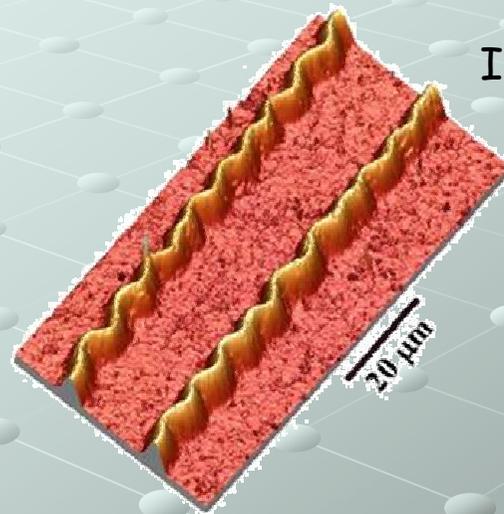
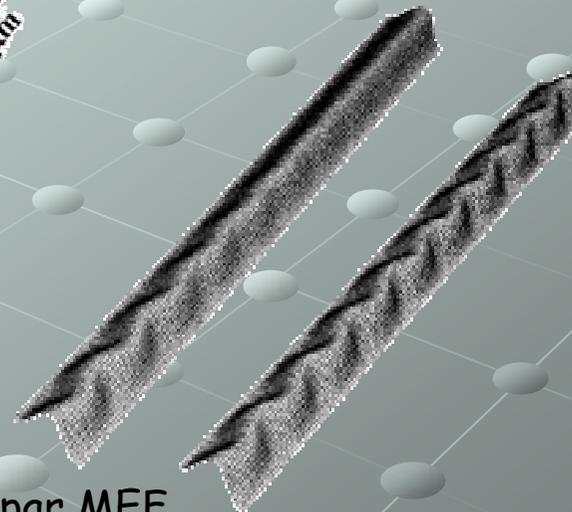
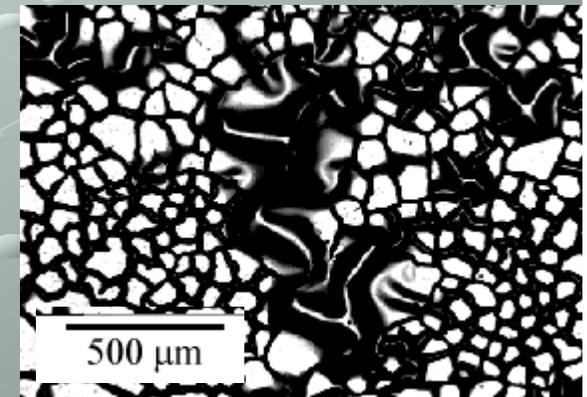
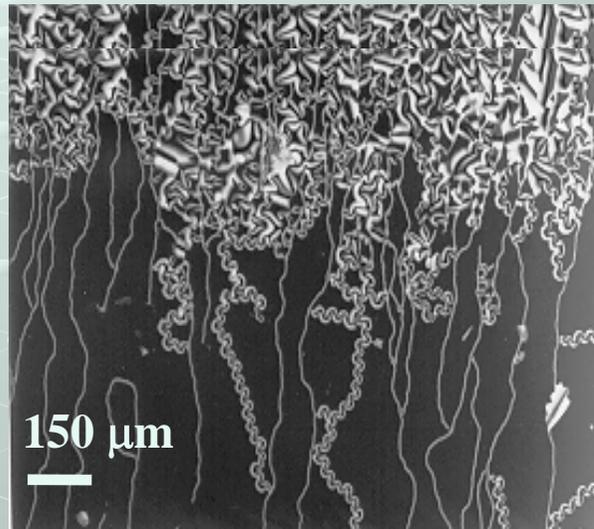
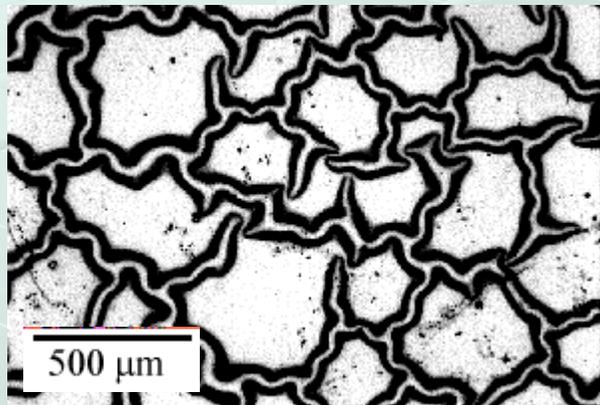


Image AFM



# Phénomène de cloquage spontané des films minces sur substrats

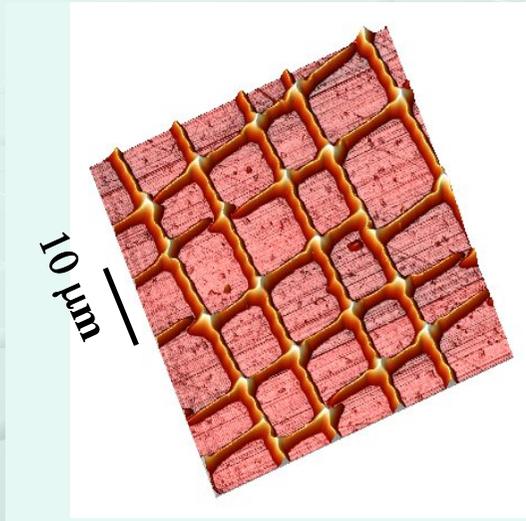


## Observations par microscopie optique

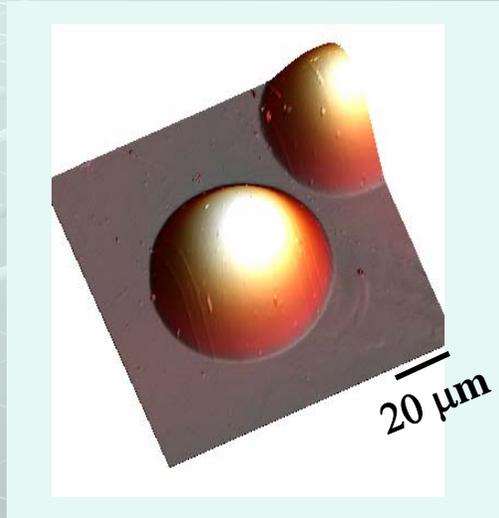
- ✓ Présence de fortes contraintes de compression  $\sigma$ :
  - thermiques (coefficients de dilatation)
  - externes par sollicitations mécaniques (compression, nano-indentation...)
  - intrinsèques liées à la technique de dépôt ( $\approx$ GPa par pulvérisation ionique)
- ✓ Possibilité de cloquage et délaminage des films minces: apparition de décollements de structures et dimensions très variées

# Phénomène de cloquage spontané des films minces sur substrats

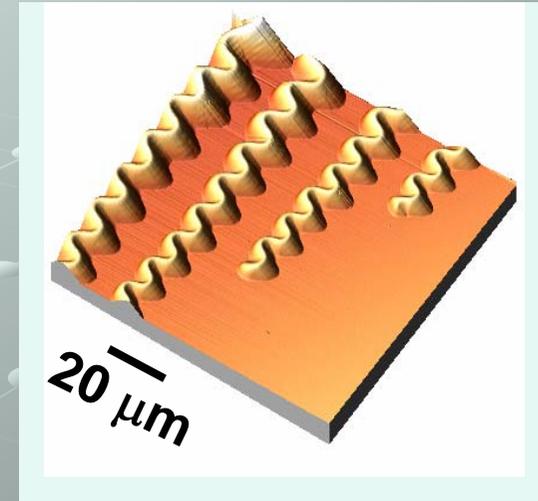
✓ Différents faciès de flambage (C. Coupeau et al.)



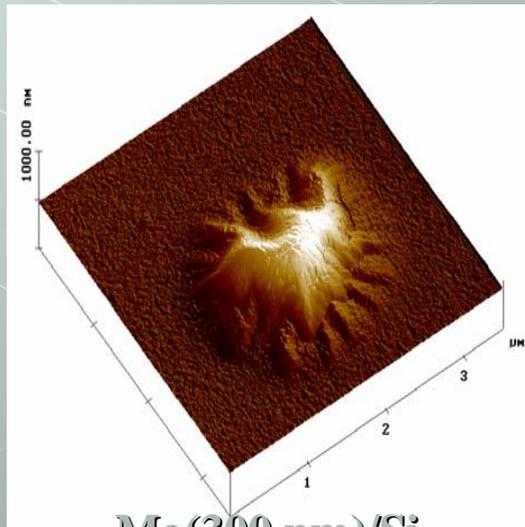
Acier inox(200 nm)/PC



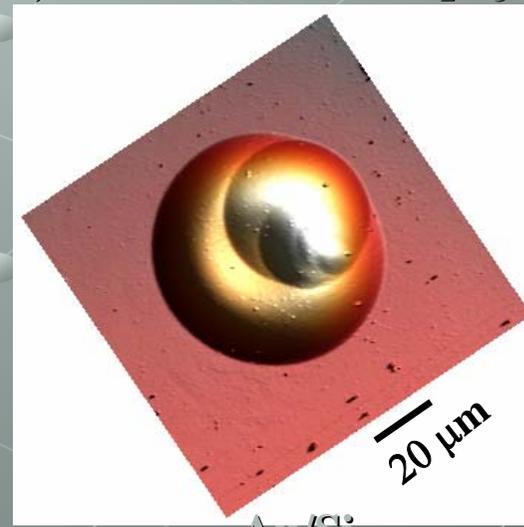
Au(630 nm)/Si



Y<sub>2</sub>O<sub>3</sub>(30-50nm)/GaAs



Mo(300 nm)/Si



Au/Si

# SOMMAIRE

## **I. Modèle de plaque non linéaire géométrique avec contact**

- **Modélisation du flambage unilatéral des films minces.**
- **Exploration des équilibres de cloquage.**
- **Prédiction des structures de cloquage.**

## **II. Système modèle constitué de barres et de ressorts**

# SOMMAIRE

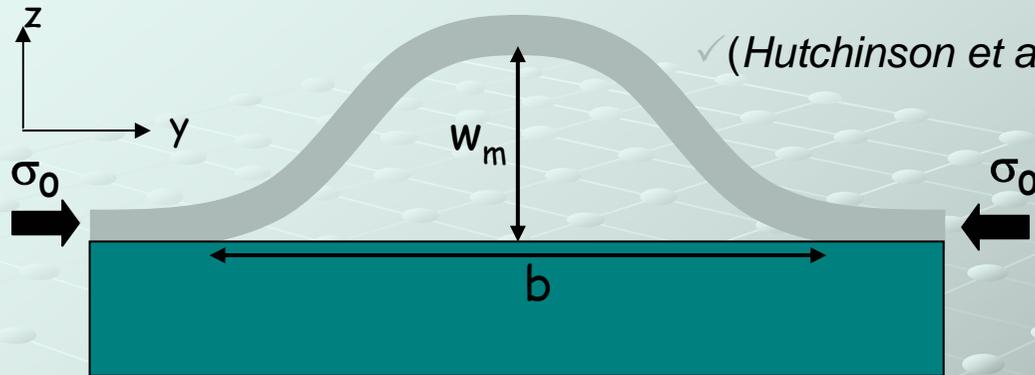
## I. Modèle de plaque non linéaire géométrique avec contact

- **Modélisation du flambage unilatéral des films minces.**
- Exploration des équilibres de cloquage.
- Prédiction des structures de cloquage.

## II. Système modèle constitué de barres et de ressorts

# 1. Modélisation du flambage

Un exemple de résolution analytique: la ride droite



Intensité de la contrainte dans la partie plane du film:  $\sigma_0$   
( $N = \int \sigma dz$ )

- Résolution rendue simple par l'invariance suivant la longueur
- Mode de flambage et contrainte critique

$$w(y) = w_m \frac{1 + \cos\left(\left[\frac{N_0 - N_{yy}}{D}\right]^{1/2} y\right)}{2} \quad N_{yy} = N_c = \frac{4D\pi^2}{b^2}$$

- Hauteur de la ride en fonction du niveau de l'intensité des contraintes dans le film:

$$w_m = h \left[ \frac{4}{3} \left( \frac{N_0}{N_c} - 1 \right) \right]^{1/2}$$

# 1. Modélisation du flambage

## *Bilan de la modélisation*

### ✓ Difficulté de la résolution analytique

#### Intégration numérique (éléments finis)

- Calculs en grands déplacements (non-linéarité géométrique)
- Cas du support rigide  
Introduction du contact unilatéral sans frottement
- Cas du support élastique  
Couplage d'éléments solides (3D) et d'éléments coques (2D)

# SOMMAIRE

## I. Modèle de plaque non linéaire géométrique avec contact

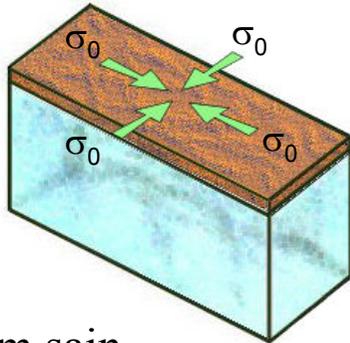
- Modélisation du flambage unilatéral des fibres minces.
- **Exploration des équilibres de cloquage.**
- Prédiction des structures de cloquage.

## II. Modèle discret à base de barres et de ressorts

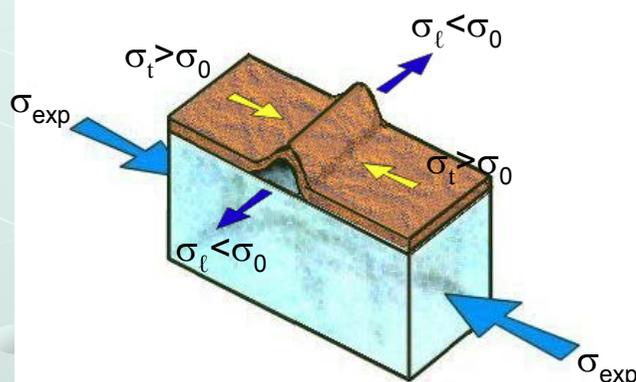
## 2. Exploration des structures de cloquage

### *Variation de l'état de contraintes*

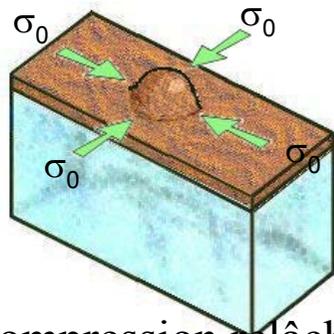
On fait varier l'état de contraintes dans le film en contrôlant la compression du substrat



(a) Film sain



(b) Compression uniaxiale



(c) Compression relâchée

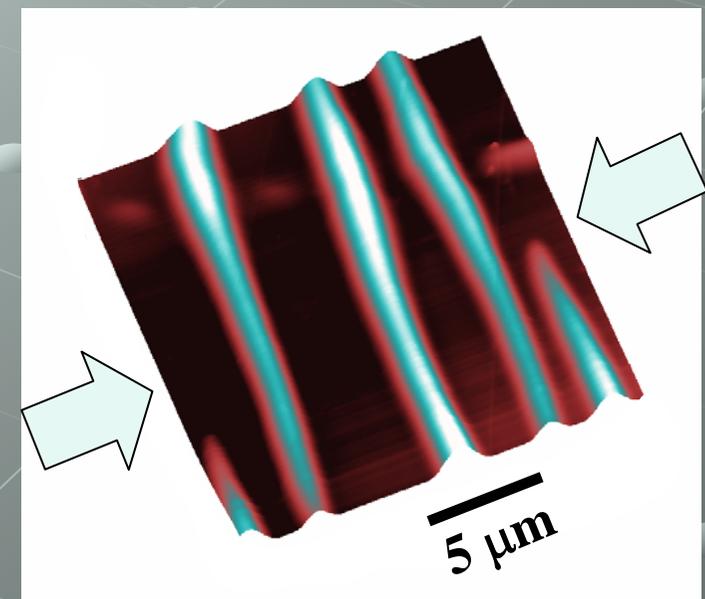
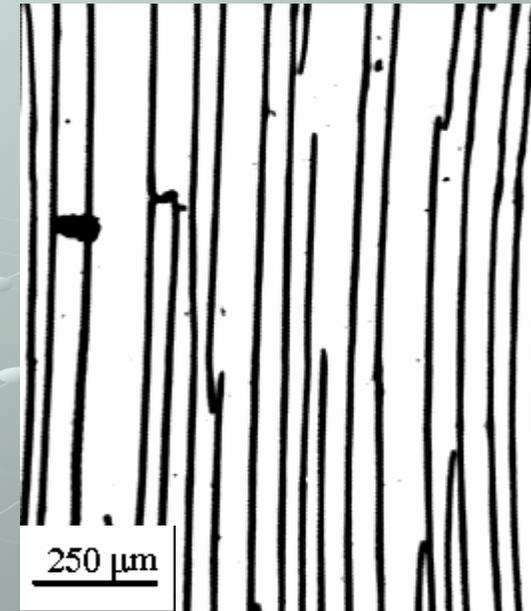
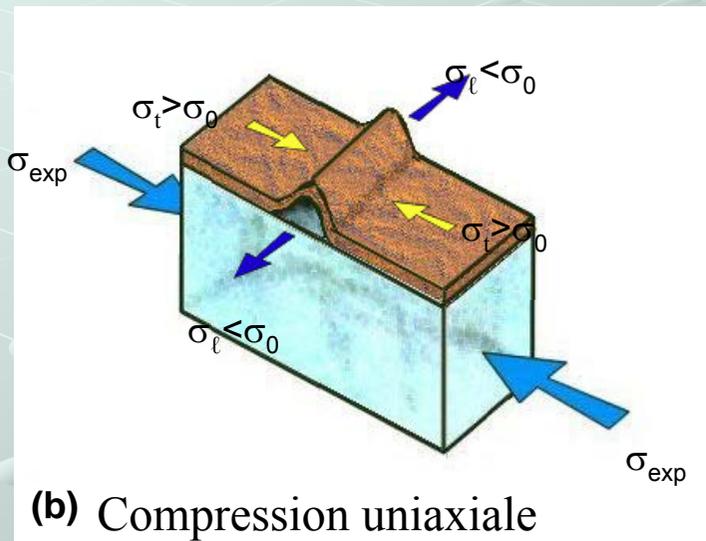
**Contraintes induites dans le film (Hyp.  $\varepsilon_{ij}^{\text{substrat}} = \varepsilon_{ij}^{\text{film}}$ )**

$$\Delta\sigma_{yy} = \frac{E_f}{E_s} \frac{1 - \nu_f \nu_s}{1 - \nu_f^2} \sigma_{yy}^{\text{exp}} \geq 0 \quad \Delta\sigma_{xx} = \frac{E_f}{E_s} \frac{\nu_f - \nu_s}{1 - \nu_f^2} \sigma_{yy}^{\text{exp}} \leq 0$$

Cyclage possible

✓ **Etape 1: compression uniaxiale du substrat (contrainte  $\sigma_0$ )**

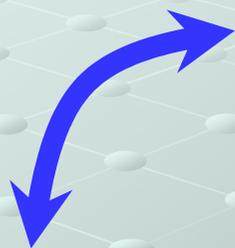
- Apparition de bandes rectilignes
- Création de rides droites stabilisées par une forte surcompression latérale



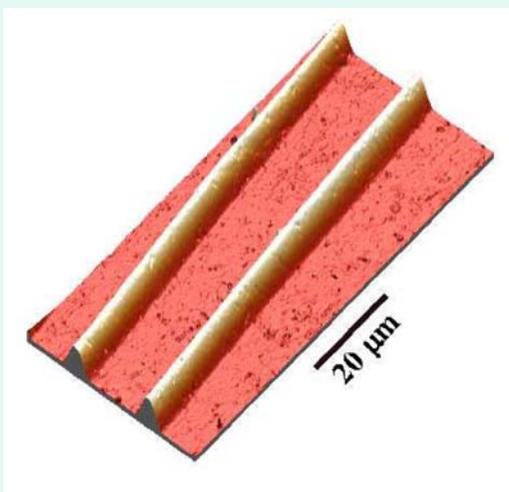
✓ Nickel(320nm)/Polycarbonate

✓ Etape 2: compression extérieure relâchée

Observé  
expérimentalement



Rangées de bulles

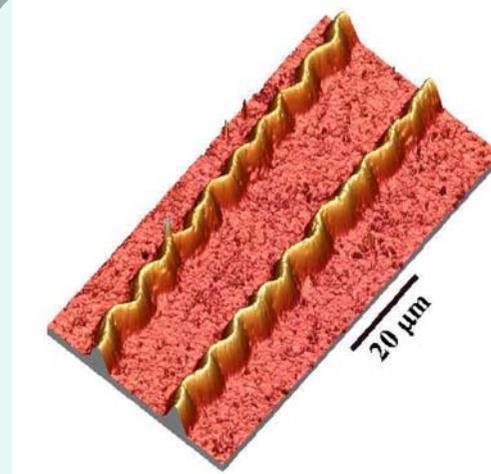


Rides droites

Transitions entre  
équilibres  
Evolution des équilibres



Observé  
expérimentalement

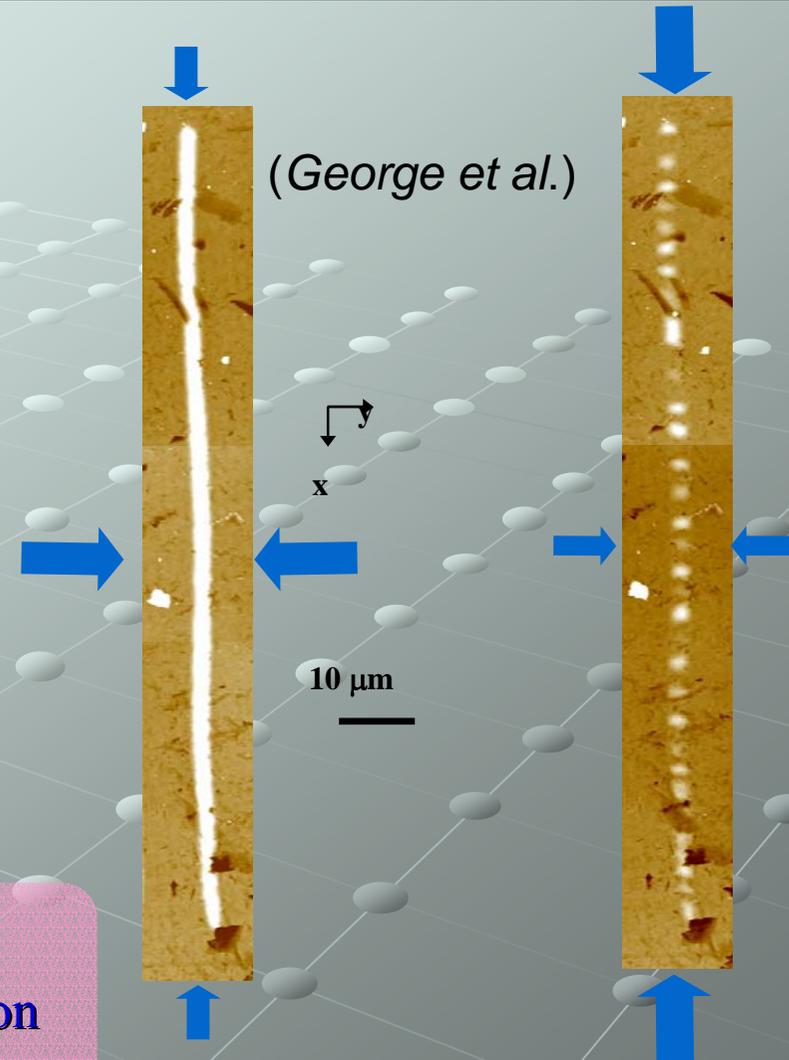


Cordons de téléphone

## 2. Exploration des structures de cloquage

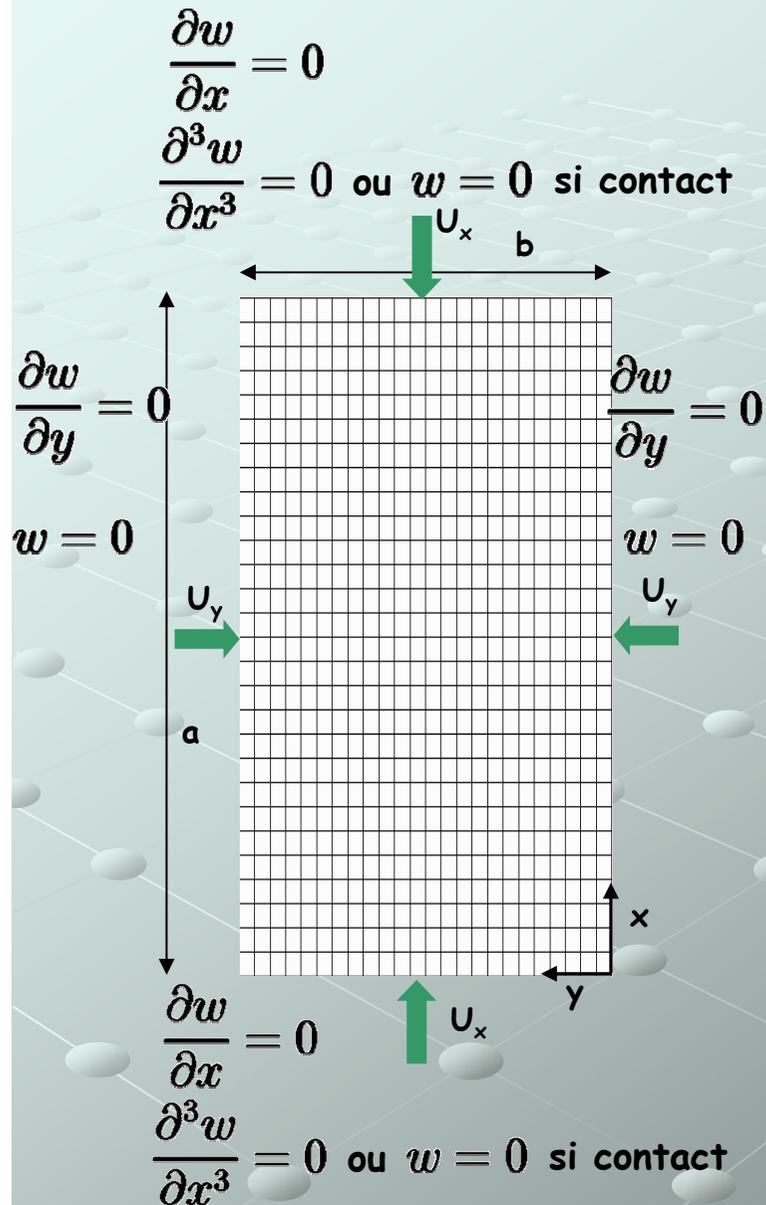
*Transition ride-bulles: observations expérimentales*

- surcompression latérale: rides stables
- transition rides-bulles provoquée par une surcompression longitudinale
- film redéposé entre les bulles (contact avec le substrat)
- distribution périodique des bulles



Rapport des contraintes  $\sigma_{yy}$  et  $\sigma_{xx}$  :  
Paramètre critique déterminant dans la transition

## 2. Exploration des structures de cloquage *modélisation par éléments finis*



### Hypothèses du calcul

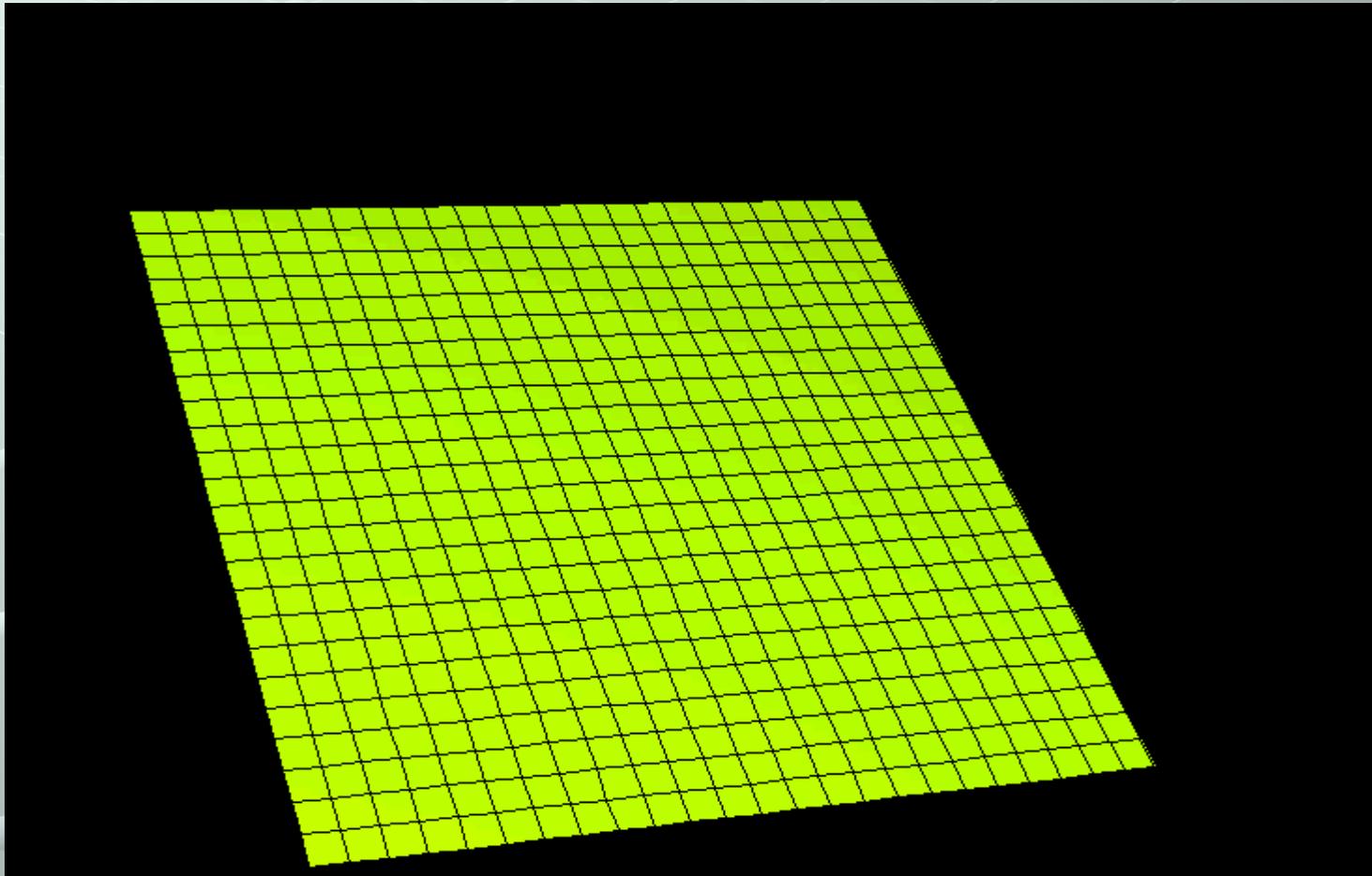
- Prise en compte des non linéarités géométriques
- Éléments de coques
- Déformations membranaires finies et grandes rotations

### Conditions aux limites

- Déplacements imposés sur les bords
- Conditions d'encastrement suivant la longueur
- Conditions de périodicité suivant la largeur
- support rigide ( $w \geq 0$ ) (substrat)

## 2. Exploration des structures de cloquage *calcul de la transition ride-bulle*

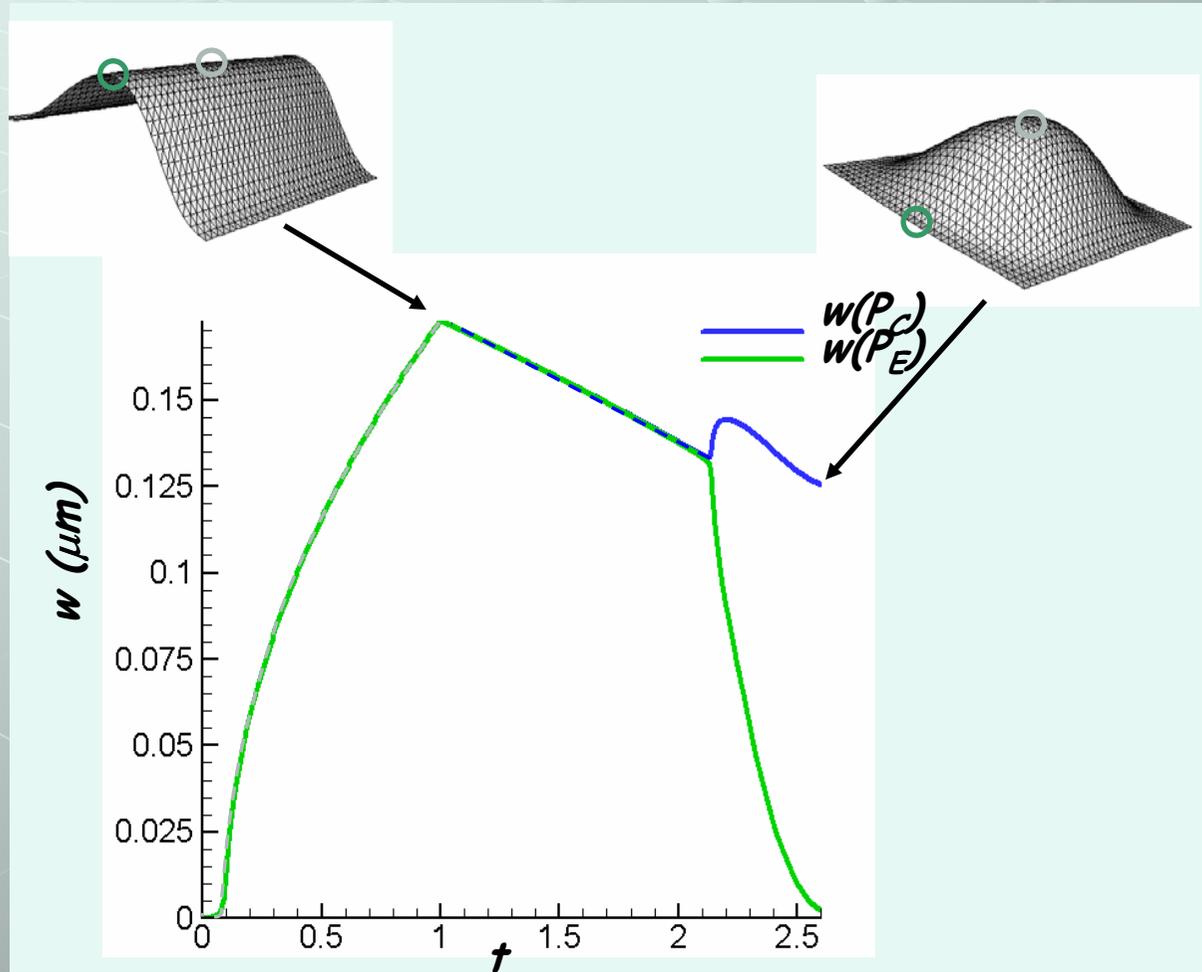
- ↗ Contrainte latérale : formation de la ride
- ↗ Contrainte longitudinale : formation de la ride
- Etat final: Bulle complètement déposée sur le substrat



## 2. Exploration des structures de cloquage

*Transition ride-bulles: résultats du calcul*

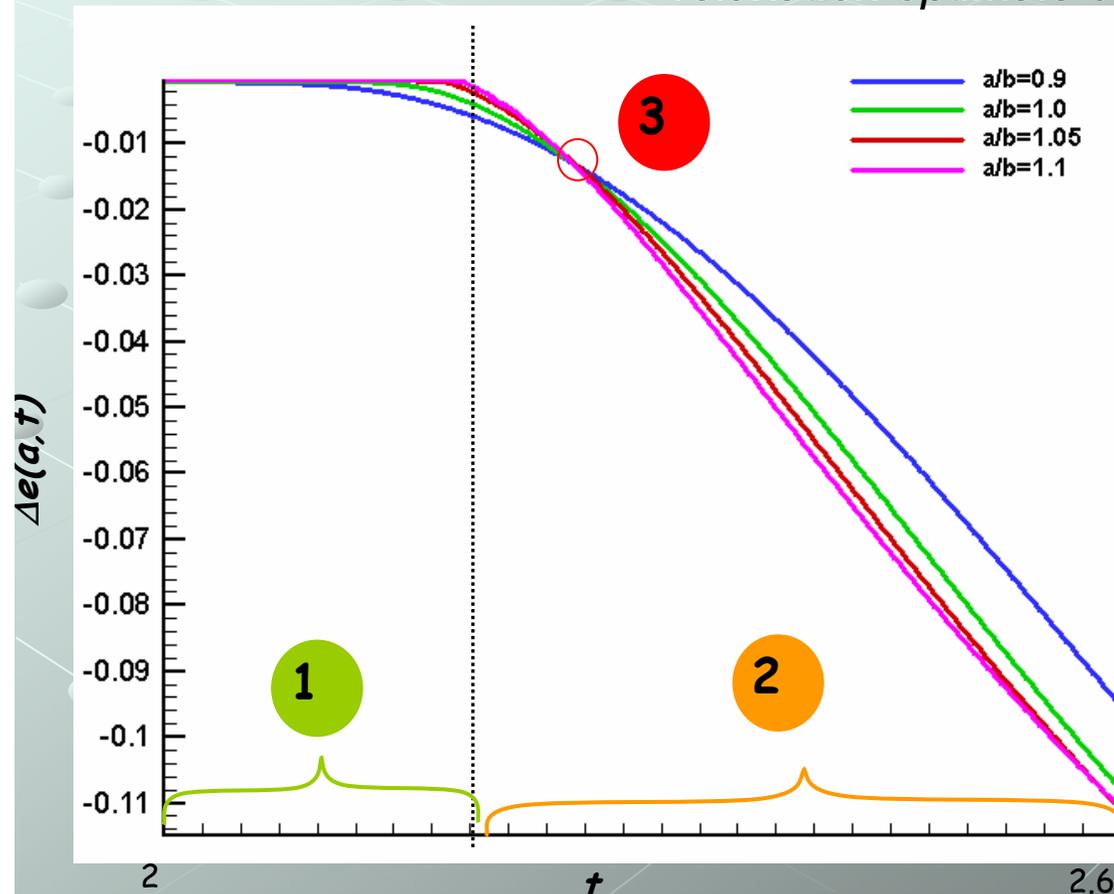
- suivi de la bifurcation et du régime post-critique
- point  $P_E$ : contact bulle-substrat
- point  $P_C$ : montée puis stabilisation au niveau du sommet de la bulle



## 2. Exploration des structures de cloquage

*Transition ride-bulles: sélection de la longueur d'onde*

- 1 Flambage naissant Longueurs d'onde courtes  $a^* \approx 0.9 b$
- 2 Régime post-critique Longueurs d'onde plus grandes  $a^* \approx 1.1 b$
- 3 Point équi-énergétique Plusieurs longueurs d'onde vérifient le critère de relaxation optimale de l'énergie



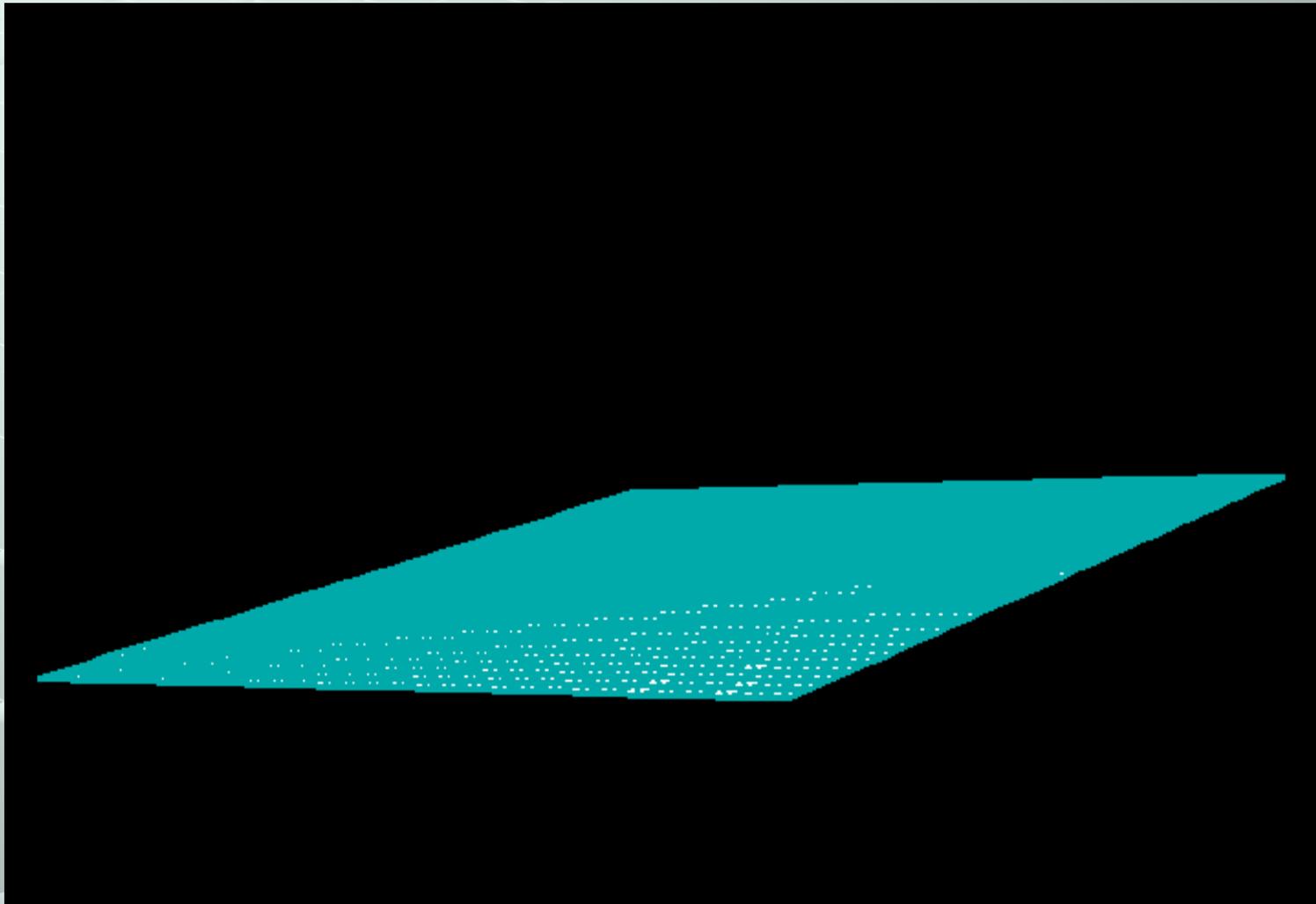
Il est important de raisonner dans le régime post-critique lointain de la ride

$a/b = 1.1$  en accord avec l'expérience

## 2. Exploration des structures de cloquage

*Transition ride-bulles:prévision numérique d'un claquage*

- Augmentation monotone du chargement conduit à une transition violente

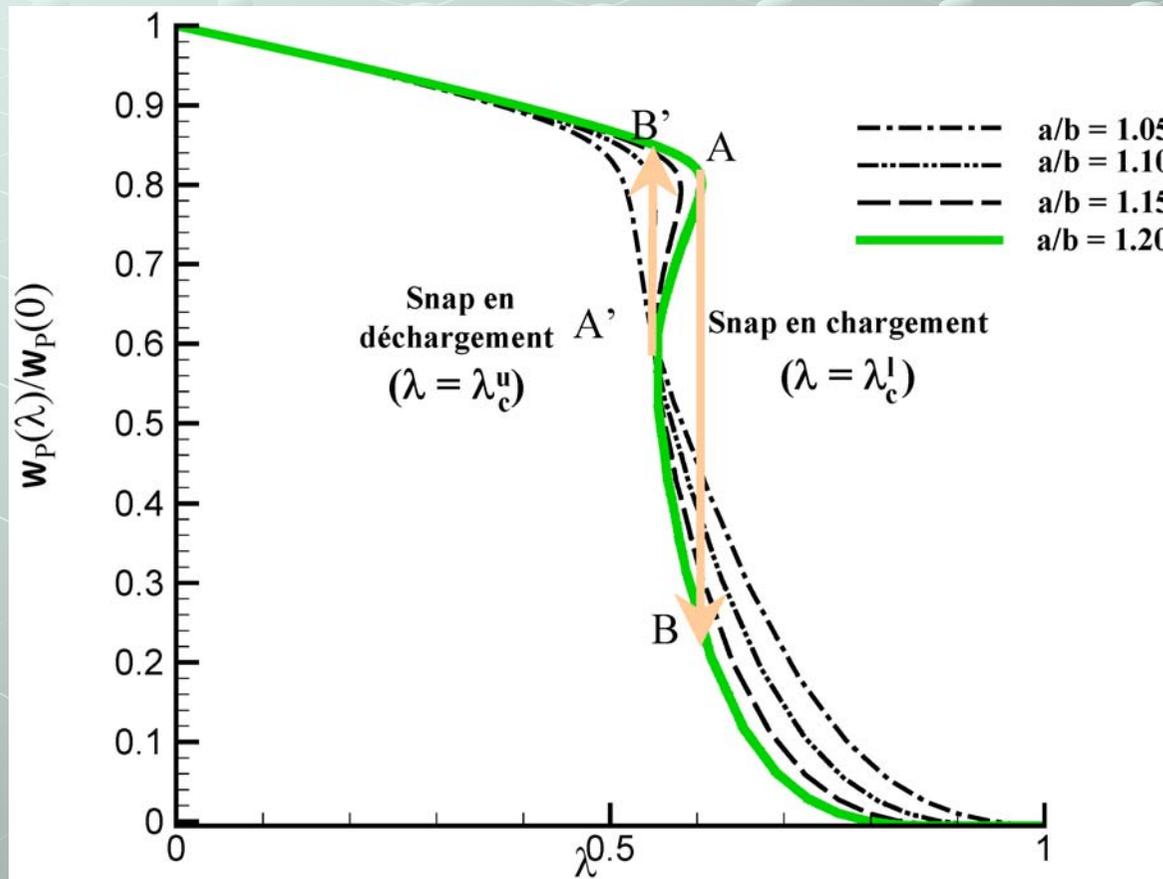


👁 *Transition ride-bulles par claquage*

## 2. Exploration des structures de cloquage

*Transition ride-bulles: prévision numérique d'un claquage*

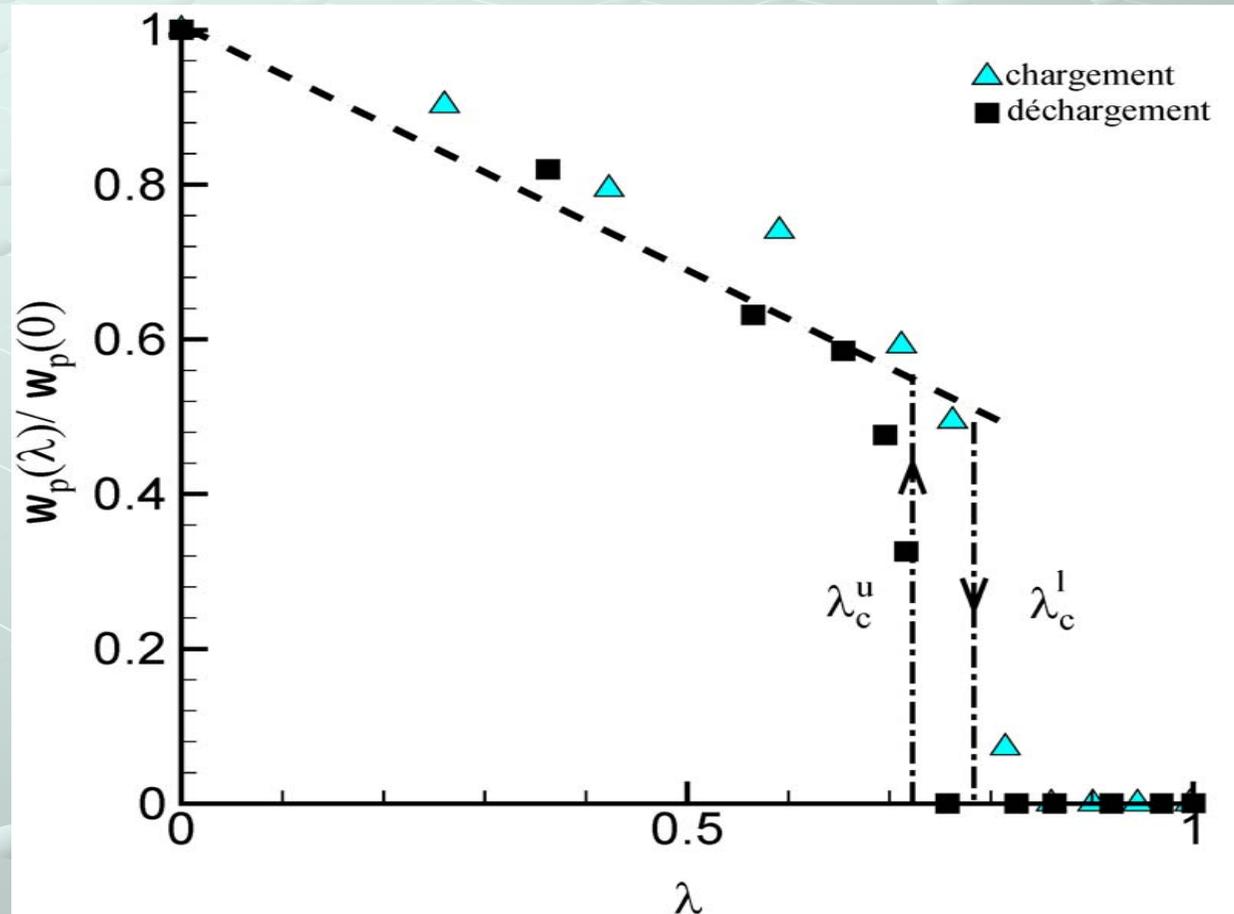
- Transition par claquage : flambage sous force décroissante
- Hystérésis → charge critique différente en charge et en décharge
- Valeur critique du rapport de forme  $a/b$  au delà duquel un claquage survient



## 2. Exploration des structures de cloquage

### *Transition ride-bulles: observation expérimentale du claquage*

- Hystérésis constaté
- Claquage observé pour des bulles longues



(Foucher et al.)

👁 Transition bulles-ride par claquage

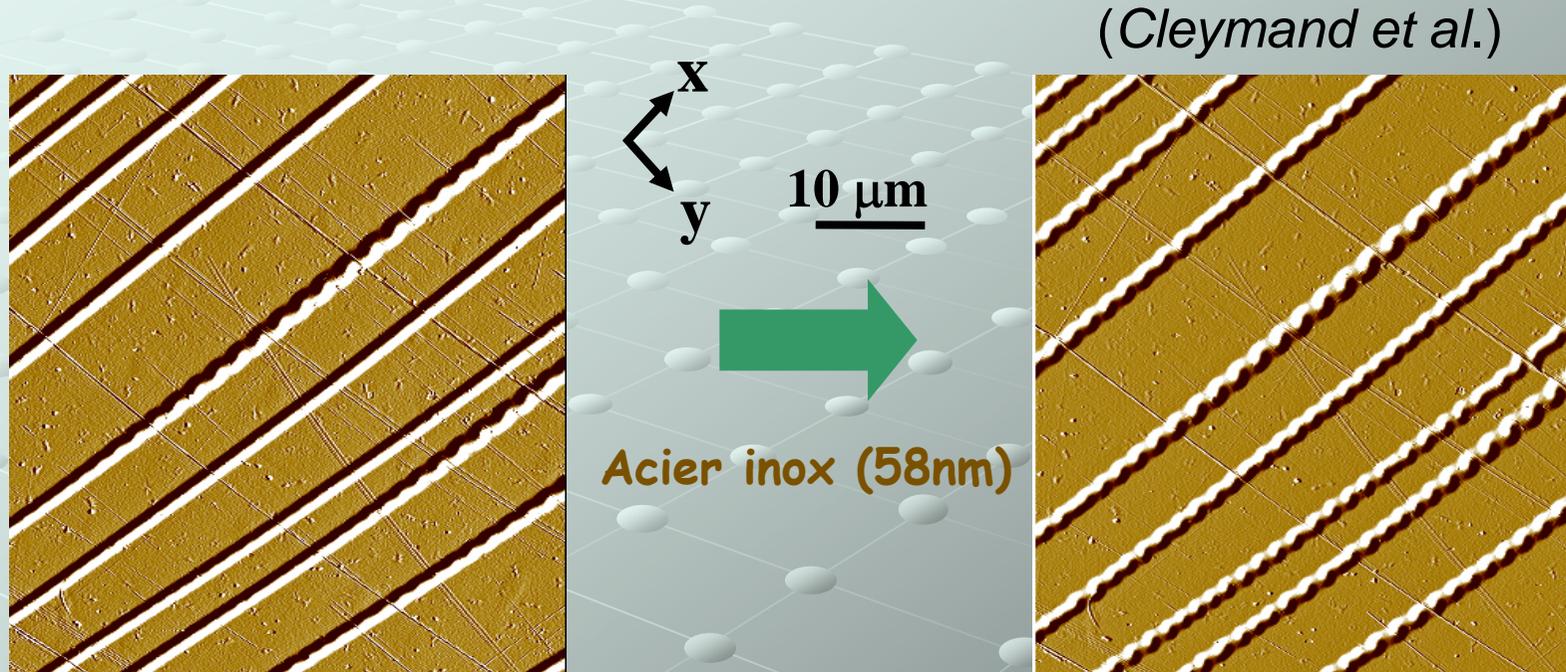
## 2. Exploration des structures de cloquage

### *Faits marquants*

- Caractérisation complète de la transition ride-bulles: ondulations naissantes → bulle déposée sur le substrat
- Calcul de la longueur d'onde optimale en fonction du chargement  
Caractérisation d'un point équi-énergétique → plusieurs longueurs d'ondes
- Mise en évidence d'un claquage au delà d'un rapport de forme critique  $a/b$  des bulles
- Bon accord entre les calculs et l'expérimentation

## 2. Exploration des structures de cloquage

*Transition ride-cordon: observation par AFM*

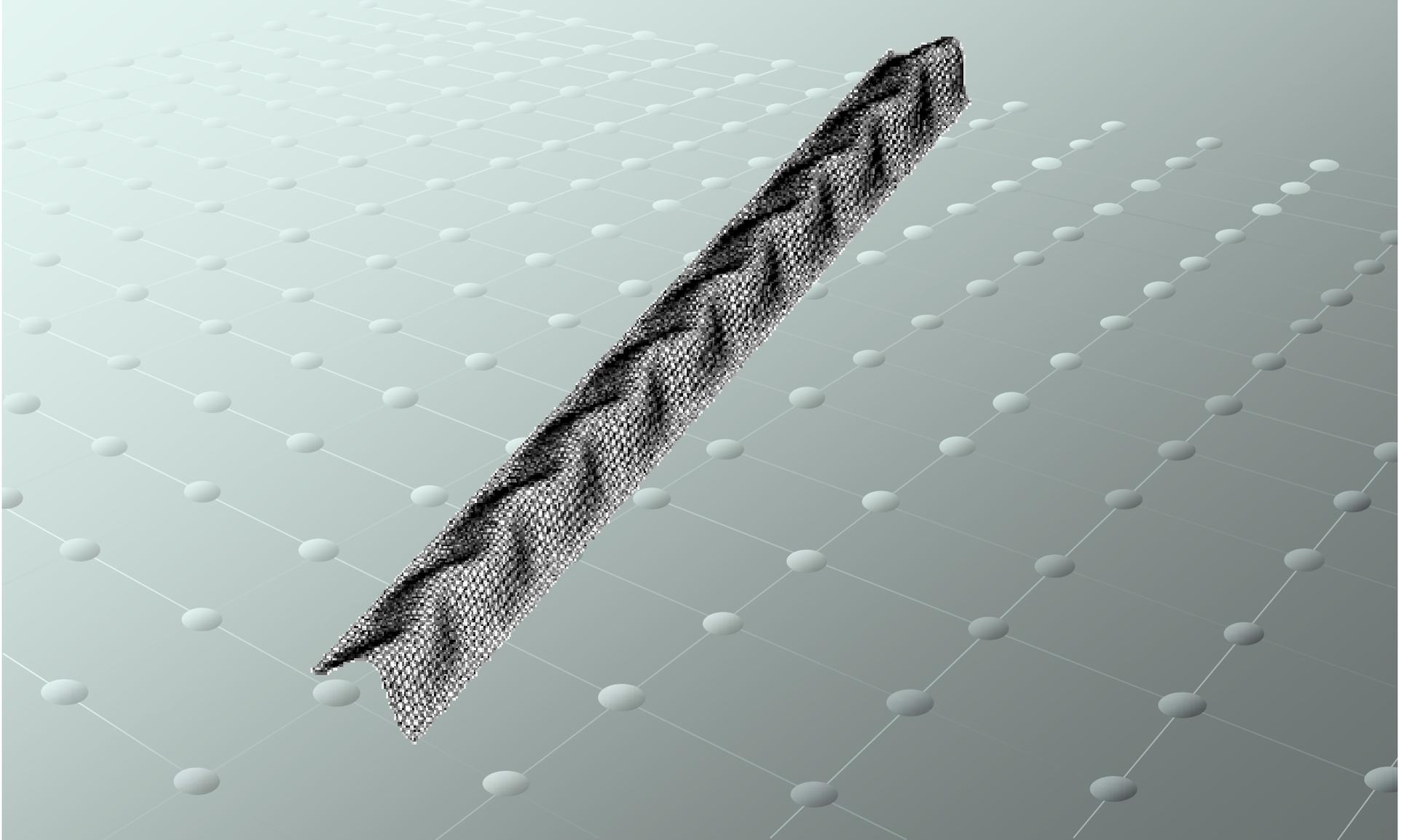


- apparitions localisées
- propagation progressive le long des rides droites

## 2. Exploration des structures de cloquage

*Transition ride-cordon:calcul*

✓ Equilibre de cordon (calcul)

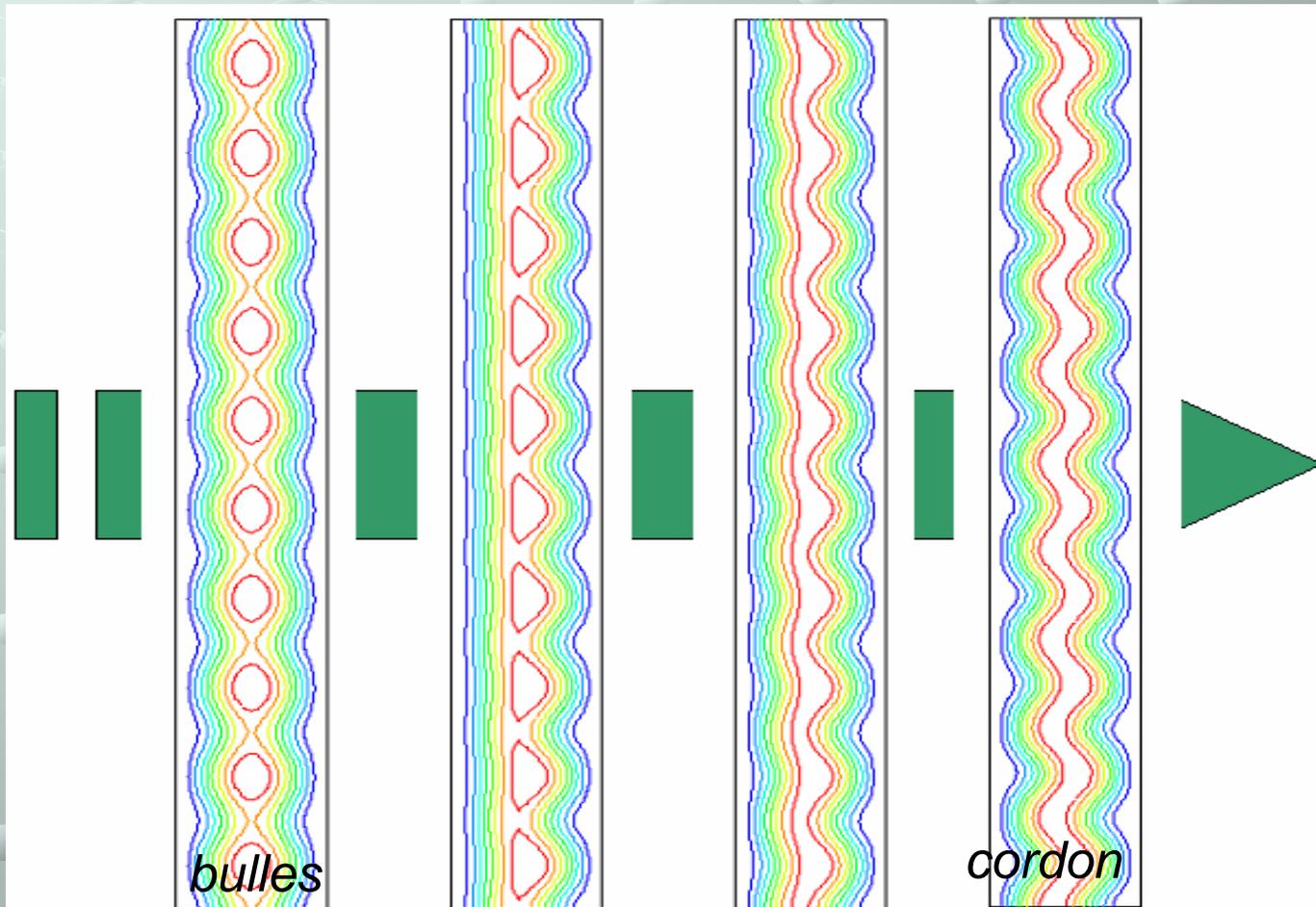


## 2. Exploration des structures de cloquage

*Autres transitions prévues par le calcul*

### ✓ Transition bulles-cordon

- Augmentation de la contrainte transversale à partir d'une distribution périodique de bulles
- Exemple de calcul suscitant de nouvelles expérimentations



# SOMMAIRE

## I. Modèle de plaque non linéaire géométrique avec contact

- Modélisation du flambage unilatéral des fibres minces.
- Exploration des équilibres de cloquage.
- **Détermination de la structure de cloquage.**

## II. Modèle discret à base de barres et de ressorts

### 3. Prédiction des structures de cloquage

*Solutions d'équilibre homologue*

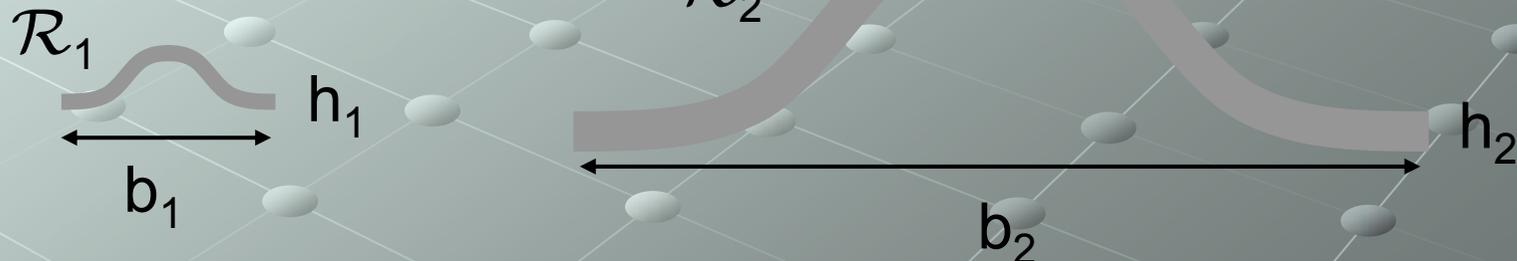
#### ✓ Paramètre de chargement adimensionnel

Il a pu être démontré que deux équilibres de même nature formés sur deux domaines délaminés homothétiques de rapport  $\alpha = b_2/b_1$  (cas des bandes) subissent la même transition pour une même valeur du paramètre adimensionnel:

$$\frac{\sigma b^2}{\bar{E} h^2} \quad \text{ou} \quad \epsilon \frac{b^2}{h^2}$$

Ce paramètre permet de s'affranchir des paramètres géométriques (épaisseur du film, largeur des bandes)

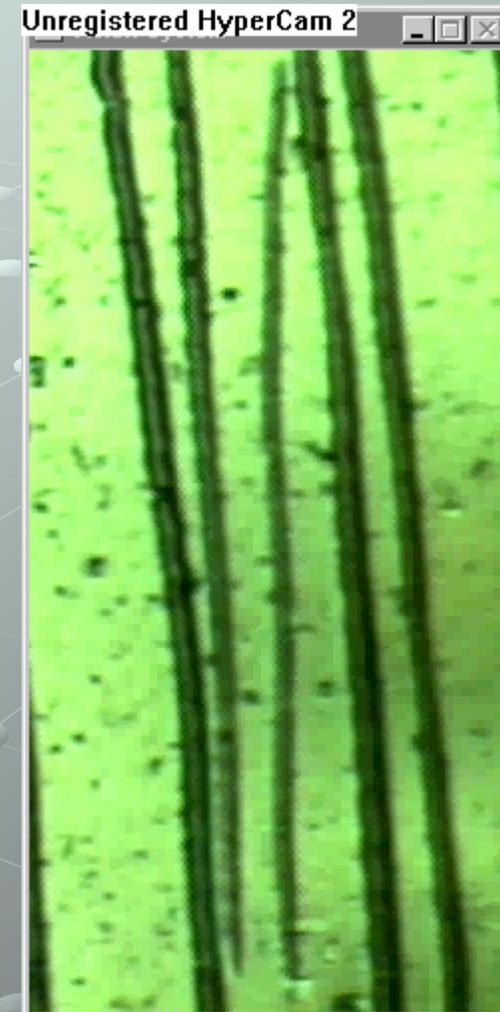
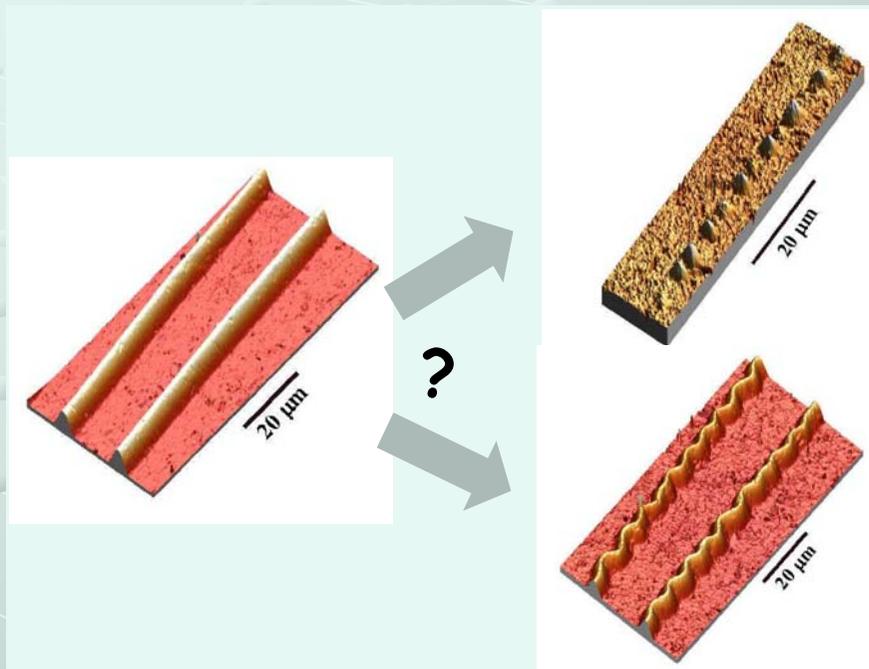
- Exemple de deux rides  $\mathcal{R}_1$  et  $\mathcal{R}_2$ :



Si  $\mathcal{R}_1$  subit une transition pour un état de contrainte  $\sigma_1$ , alors  $\mathcal{R}_2$  subit la même transition pour un état de contrainte  $\sigma_2$  telle que:  $\sigma_2(b_2/h_2)^2 = \sigma_1(b_1/h_1)^2$

### 3. Prédiction des structures de cloquage *Cartographie des équilibres*

#### ✓ Bulles ou cordons ?



- Transition: valeur critique du coefficient de Poisson  $\nu$  (*Audoly et al.*)
- Preuve expérimentale de la coexistence des cordons et des bulles sur le même échantillon (*Coupeau et al.*)

Ni (50 nm) / PC

## ✓ Détermination de l'équilibre le plus stable pour un chargement donné

Espace d'étude:  $(\beta_t, \beta_l)$

$$\beta_t = \frac{\bar{\sigma}_{yy}}{\bar{E}} \left( \frac{b}{h} \right)^2$$

$$\beta_l = \frac{\bar{\sigma}_{xx}}{\bar{E}} \left( \frac{b}{h} \right)^2$$

$b$ : largeur de la bande

$h$ : épaisseur du film

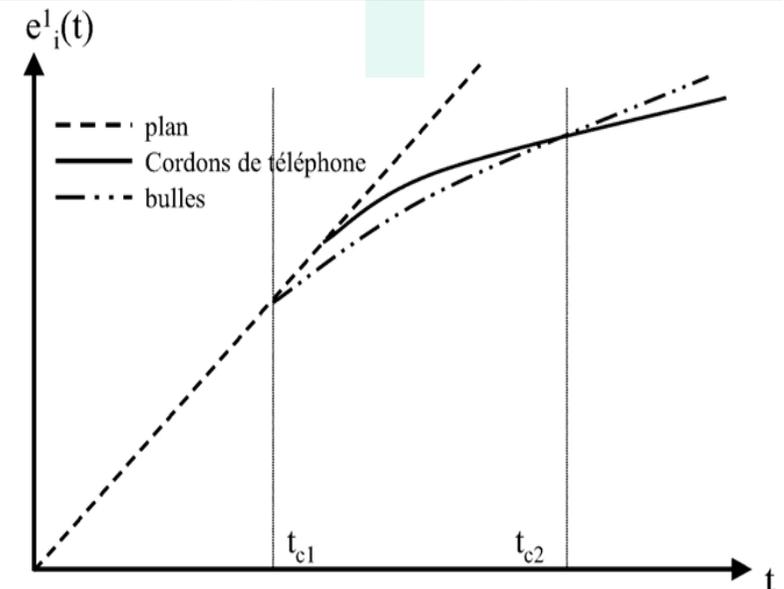
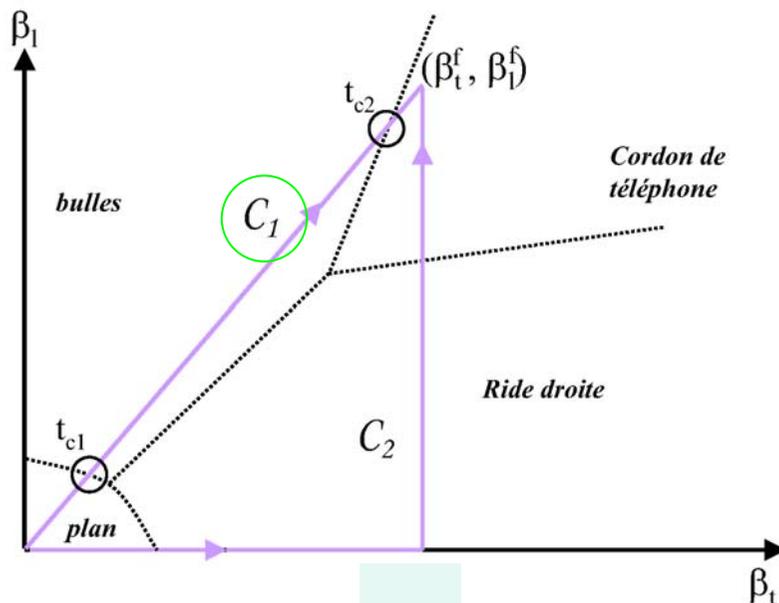
$\bar{\sigma}_{yy}$ : contrainte transversale

$\bar{\sigma}_{xx}$ : contrainte longitudinale

$\bar{E} = E/(1-\nu^2)$

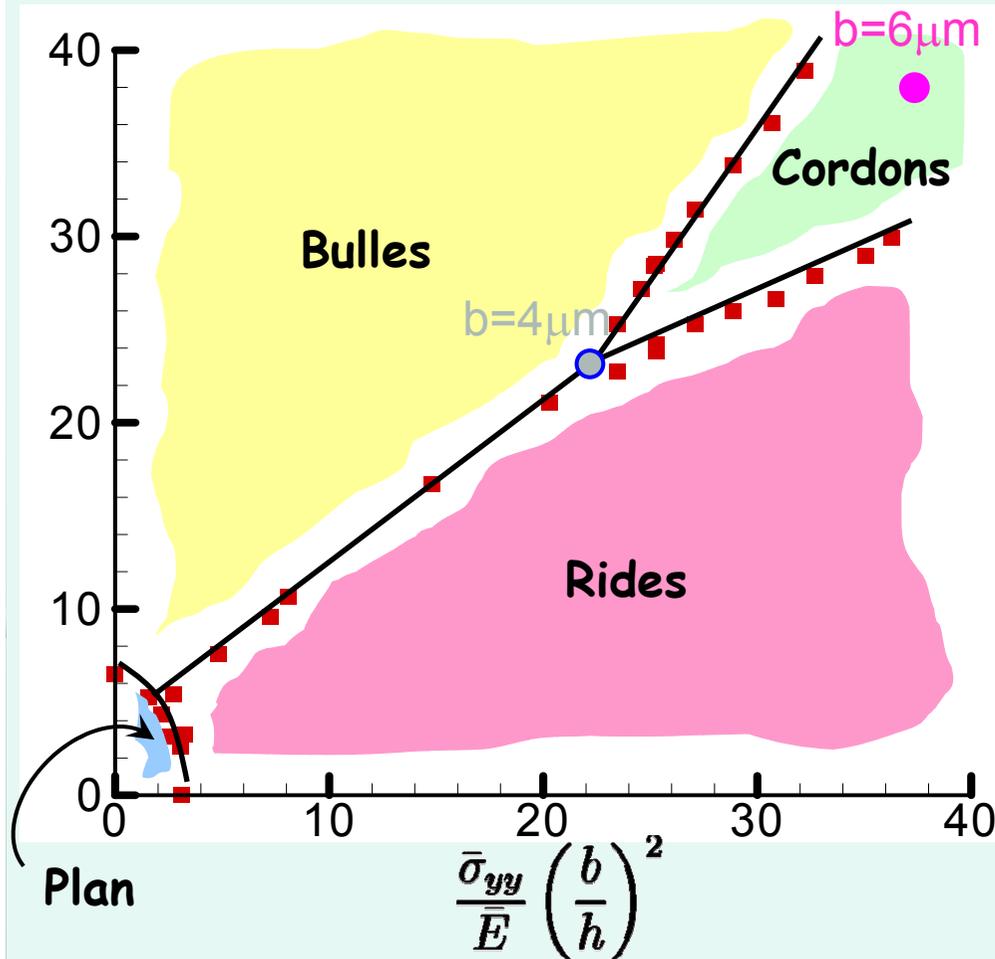
- Chargement  $(\beta_t, \beta_l)$  donné  $\rightarrow m$  équilibres différents
- Calcul de la densité d'énergie par unité de longueur:  $e^k(\beta_t, \beta_l)$ ,  $k \in 1..m$
- Equilibre  $i$  stable si  $e^i(\beta_t, \beta_l) = \min\{e^k(\beta_t, \beta_l), k \in 1..m\}$
- Détermination des frontières

trajet de chargement



## ✓ Domaines de stabilité

$$\frac{\bar{\sigma}_{xx}}{E} \left( \frac{b}{h} \right)^2$$



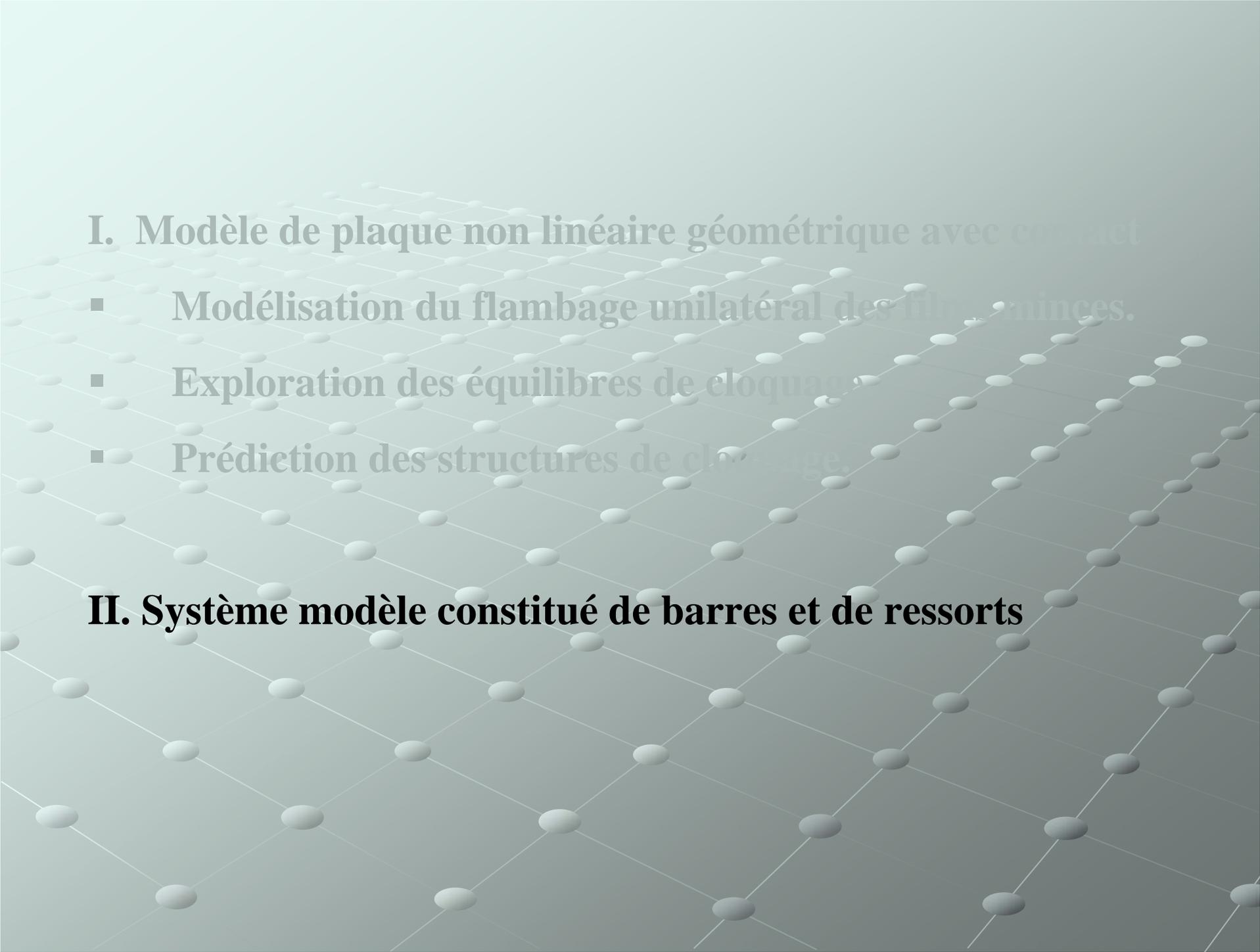
- *Cordons de téléphone* :
  - Niveaux de contraintes équilibriales d'intensité importante
- *Bulles* :
  - Relaxation des contraintes latérales

• « Diagramme de phase » des états d'équilibre

• Pour un film donné, on peut connaître le type d'équilibre présent en fonction de l'état de contrainte

• Inversement, forme des équilibres → informations locales sur l'état de contrainte

• Explication de la coexistence: largeur des bandes



## I. Modèle de plaque non linéaire géométrique avec contact

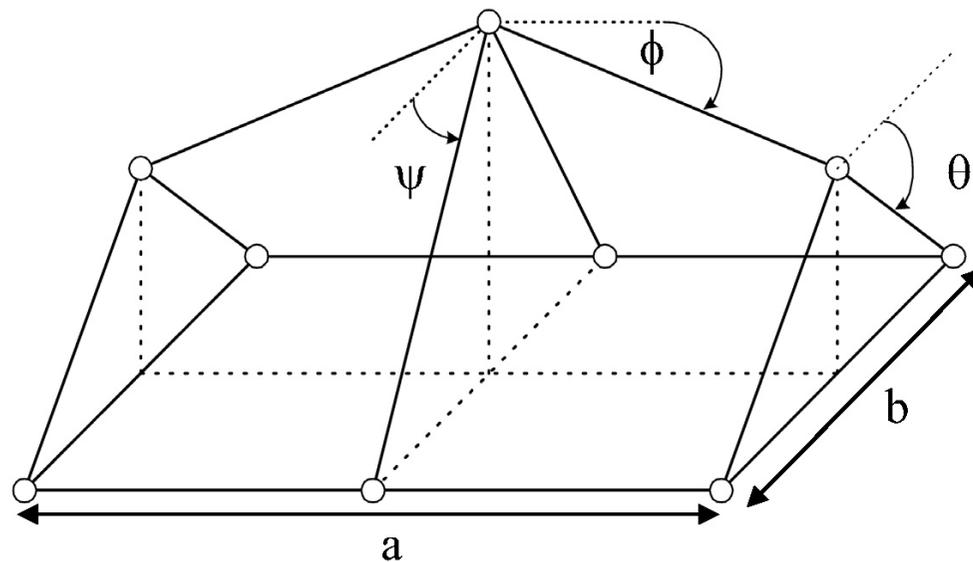
- Modélisation du flambage unilatéral des fibres minces.
- Exploration des équilibres de cloquage.
- Prédiction des structures de cloquage.

## II. Système modèle constitué de barres et de ressorts

## Modèle simplifié

### Système modèle constitué de barres et de ressorts

- Portion de bande délaminée largeur  $\mathbf{b}$  longueur  $\mathbf{a}$  → assemblage barres/ressorts  
↳ comportement mécanique le plus proche possible de celui de la plaque
- Modèle simple: 2 ddl → étude **analytique** de la transition ride-bulles



- Problème à deux paramètres

$\psi$  et  $\phi$  caractérisent la forme de la structure

$$\theta = f(\phi, \psi)$$

- Moments de rappel
- Barres élastiques

# Énergie potentielle

## Identification des raideurs en flexion

### Potentiel

$$V = \frac{1}{2}C_1\theta^2 + \frac{1}{2}C_2\psi^2 + \frac{1}{2}C_3\phi^2 + C\phi(\psi - \theta) + V_0$$

$C_1, C_2, C_3, C$ : constantes de raideur

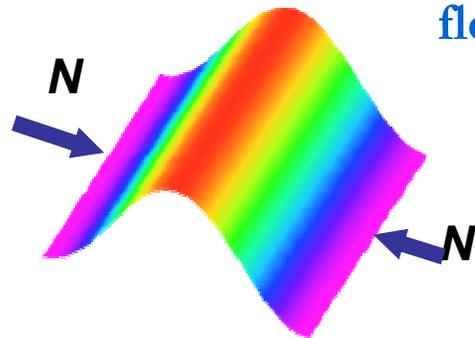
$V_0$ : énergie de déformation membranaire

$N$ : force par unité de longueur le long des bords

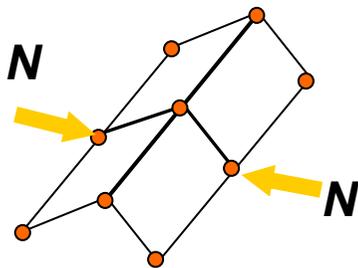
### Termes de flexion/cisaillement

Identification avec les **charges critiques** associés aux modes de **flambage naissant** particuliers calculés dans la théorie des **plaques**  $\Rightarrow$  détermination des coefficients

#### flexion



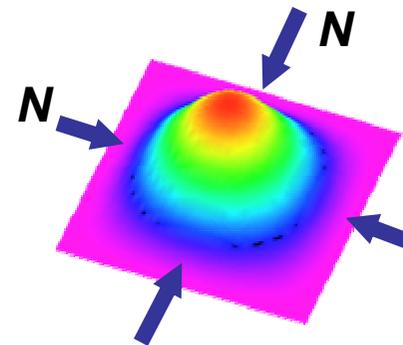
$$N_c = \frac{4D\pi^2}{b^2}$$



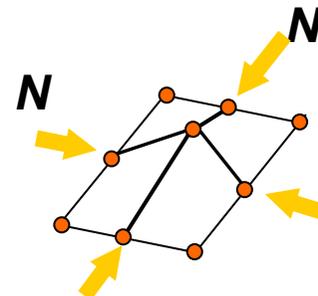
$$C_1 = C_2 = 2\pi^2 D \frac{a}{b}$$

$$C_3 = 2\pi^2 D \frac{b}{a}$$

#### cisaillement



$$N_c = \frac{4\pi^2 D}{b^2} \frac{2(a/b)^2 + 3 + 3(a/b)^4}{3(a/b)^2(1 + (a/b)^2)}$$



$$C = \frac{2}{3}$$

# Énergie potentielle.

## Identification des raideurs en traction/compression

### Potentiel

$$V = \frac{1}{2}C_1\theta^2 + \frac{1}{2}C_2\psi^2 + \frac{1}{2}C_3\phi^2 + C\phi(\psi - \theta) + V_0$$

$C_1, C_2, C_3, C$ : constantes de raideur

$V_0$ : énergie de déformation membranaire

$N$ : force par unité de longueur le long des bords

### Termes de compression

Identification avec compression d'une plaque plane:

• compression suivant la longueur:

$$k_i = Eh \frac{b}{a}$$

• compression suivant la largeur:

$$k_i = Eh \frac{a}{b}$$

## Gestion du contact

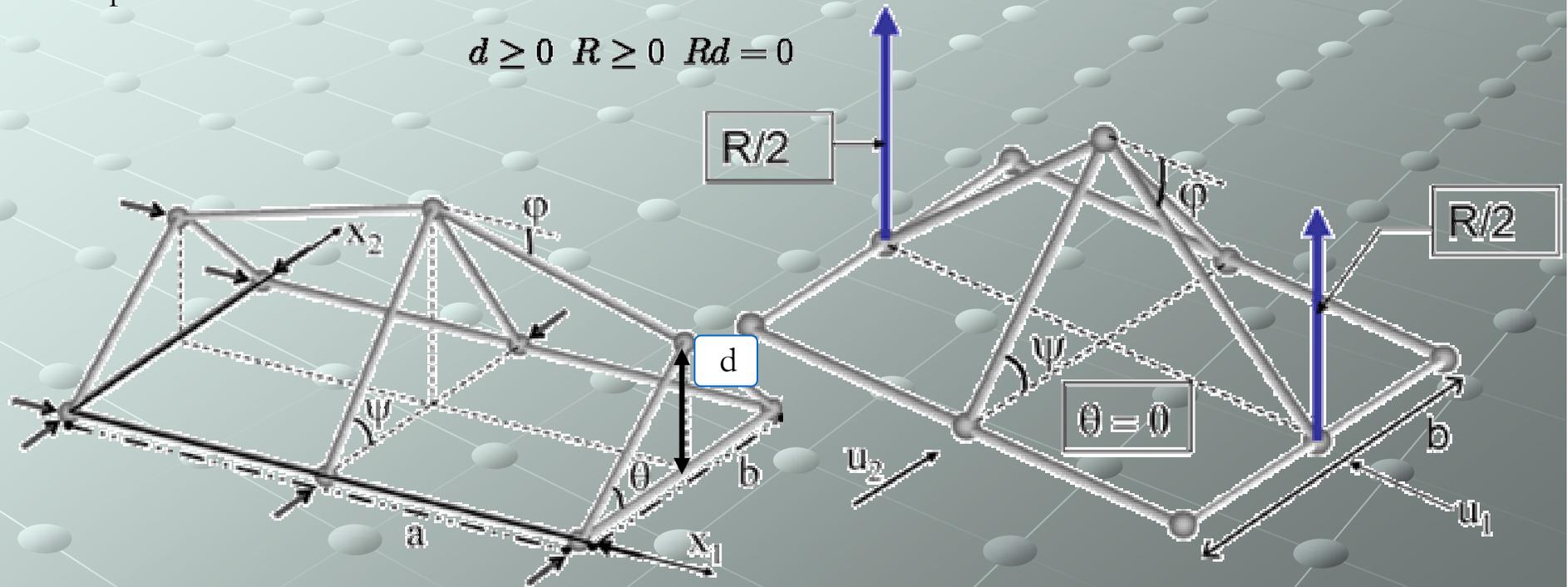
Le déplacement vertical  $\mathbf{d}$  des rotules latérales est lié au déplacement latéral  $\mathbf{u}_2$  et à l'angle  $\theta$ :

$$d = \left(\frac{b}{2} - u_2\right) \tan(\theta) = \frac{b}{2} (1 - \epsilon_2) \tan(\theta)$$

Lorsque les rotules touchent le plan rigide ( $\mathbf{d}=0$ ), une force de réaction  $\mathbf{R}$  apparaît.

Le déplacement  $\mathbf{d}$  et la force de réaction  $\mathbf{R}$  doivent satisfaire les relations suivantes:

$$d \geq 0 \quad R \geq 0 \quad Rd = 0$$



Pas de contact:  $R=0, d \neq 0$

Contact:  $R \neq 0, d = 0$

## Énergie potentielle : forme adimensionnelle

✓ Énergie potentielle  $V$  du système:

$$\begin{aligned} \tilde{V} = & \tilde{a}\theta^2 + \tilde{a}\psi^2 + \frac{1}{\tilde{a}}\varphi^2 + \frac{2}{3}\varphi(\psi - \theta) + \tilde{k}\tilde{a}\epsilon_1^2 + \\ & \tilde{k}\tilde{a} \left(1 - \frac{1 - \epsilon_1}{\cos \varphi}\right)^2 + \tilde{k}\tilde{a} \left(1 - \frac{1 - \epsilon_2}{\cos \theta}\right)^2 + \tilde{k}\tilde{a} \left(1 - \frac{1 - \epsilon_2}{\cos \psi}\right)^2 \\ & - \lambda d(\theta) \end{aligned}$$

avec  $k = \frac{Ehb^2}{4\pi^2 D} = \frac{E}{\sigma_c} = \frac{1}{\epsilon_c}$  : raideur en compression / raideur en flexion

$\tilde{a} = a/b$  : longueur/largeur de bulle

$\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$  : déformations imposées dans les deux directions

$\lambda = \frac{Rb}{2\pi^2 D}$  : Force de réaction

## Équations d'équilibre

- **Choix du chargement:**

$$\begin{cases} \epsilon_1 = \varrho \epsilon \\ \epsilon_2 = \epsilon \end{cases} \quad \text{avec } \varrho \text{ un paramètre caractéristique du chargement}$$

- **Les équilibres vérifient:**

*En absence de contact:*

$$V_1(\varphi, \psi, \epsilon) = V(\varphi, \psi, \lambda = 0, \epsilon)$$

*Etude de la stabilité au sens de la seconde variation du potentiel*

$$\begin{cases} \frac{\partial V_1}{\partial \psi} = f_1(\varphi, \psi, \epsilon) = 0 \\ \frac{\partial V_1}{\partial \varphi} = f_2(\varphi, \psi, \epsilon) = 0 \end{cases} \quad \longrightarrow \quad \frac{\partial^2 V}{\partial u_i \partial u_j} \quad 1 \leq i \leq 2, 1 \leq j \leq 2$$

*En présence de contact:*

$$V_2(\psi, \lambda, \epsilon) = V(\varphi = \frac{b}{a}\psi, \psi, \lambda, \epsilon)$$

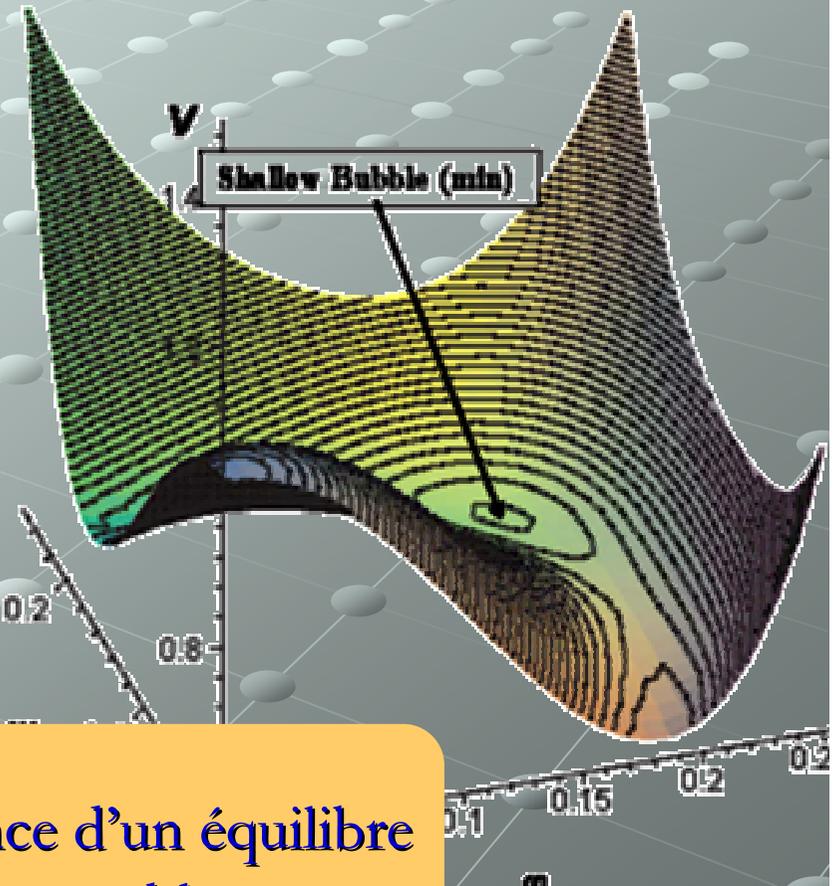
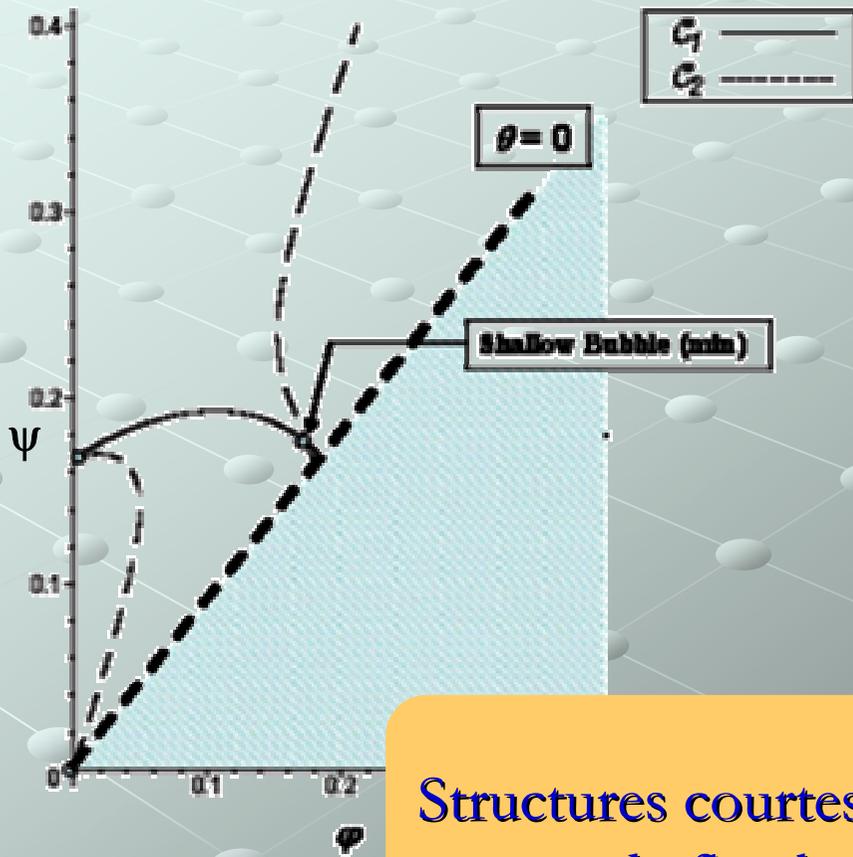
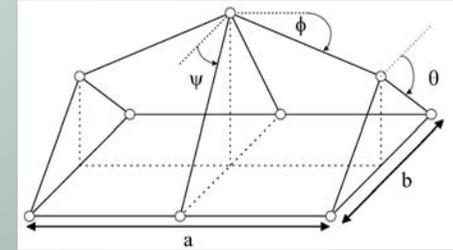
$$\begin{cases} \frac{\partial V_2}{\partial \psi} = g_1(\psi, \lambda, \epsilon) = 0 \\ \frac{\partial V_2}{\partial \lambda} = g_2(\psi, \lambda, \epsilon) = 0 \end{cases}$$

# Résultats: nature des équilibres, effet de taille, stabilité

- Bulles courtes

Déformation  $\varepsilon = 15 \cdot 10^{-3}$

Rapport de forme:  $a/b = 0.9$



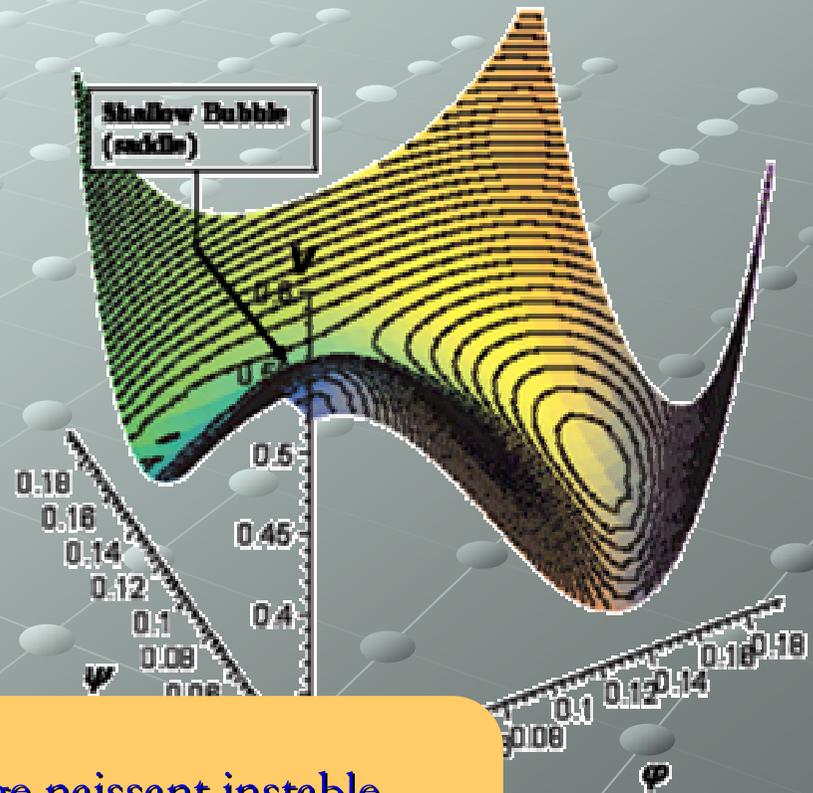
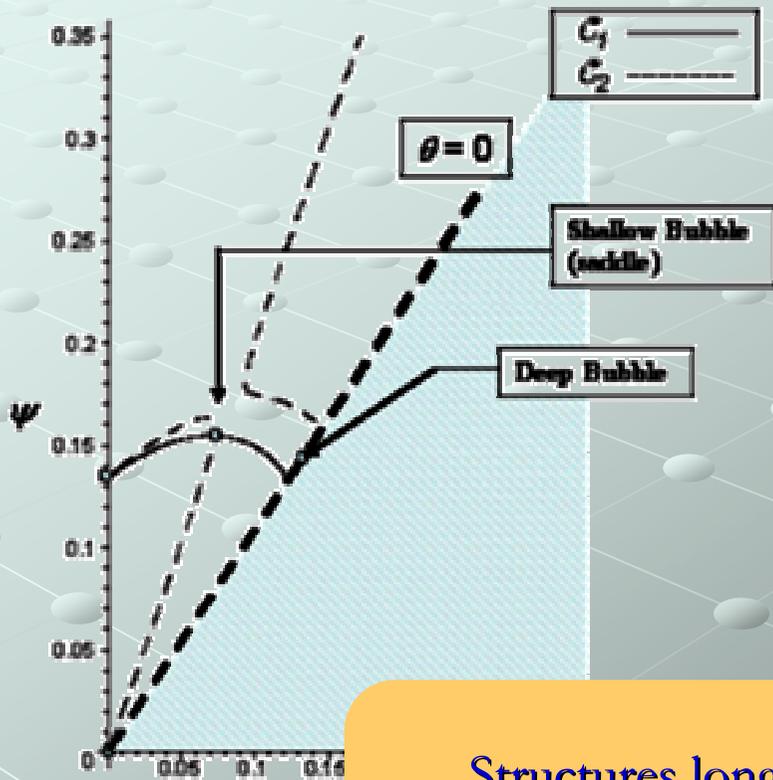
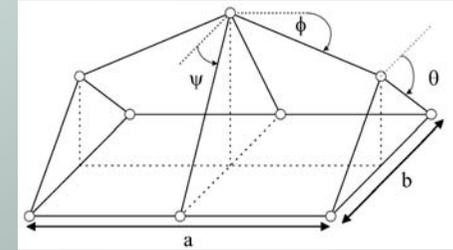
Structures courtes: existence d'un équilibre de flambage naissant stable

# Résultats: nature des équilibres, effet de taille, stabilité

- Bulles longues

Déformation  $\varepsilon = 10 \cdot 10^{-3}$

Rapport de forme:  $a/b = 1.2$



Structures longues: flambage naissant instable  
Existence d'un équilibre de bulles déposées stable  
Risque de claquage

## Conclusion

### ⇒ Existence de deux équilibres sous forme de bulle

- équilibre I : bulle peu profonde
- équilibre II: bulle déposée

bulles courtes → équilibre I stable  
bulles longues → équilibre II stable } paradoxe cohabitation bulles courtes et longues

### ⇒ Perte de stabilité associée à un élançement $a/b$ critique

Au delà d'un rapport  $a/b$  critique, I devient instable et II devient stable → à rapprocher du **claquage** observé expérimentalement et numériquement.

### ⇒ Modèle

Bonne représentation des phénomènes observés (nombre et nature des équilibres, étude de stabilité)

Prédictif au niveau des valeurs (valeurs critiques chargement, longueurs critiques)