

Multistabilité et contrôle de forme de plaques et coques orthotropes

Corrado MAURINI

Institut Jean Le Rond d'Alembert (UMR 7190)
Université Pierre et Marie Curie - CNRS

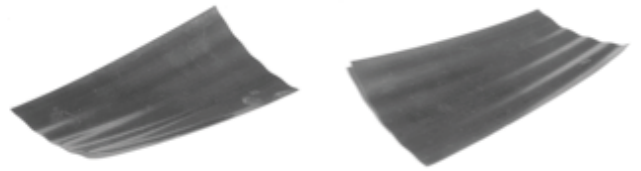
30 avril 2010 - GDR MEPHY

Structures multistables: exemples

(Forterre et al. *Nature* 2005)



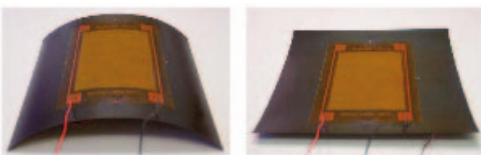
(Norman, Seffen, Guest *PRSA* 2008)



(Guest, Pellegrino *PRSA* 2006)



(Schultz et al. *CompScTech* 2006)



Non-linéarités
géométriques

Applications of multistable structures

Roll-up screens

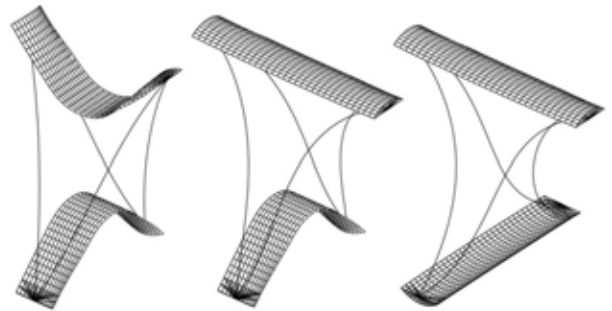


(Cambridge Advanced Structures Group)

Folding consumer electronic devices

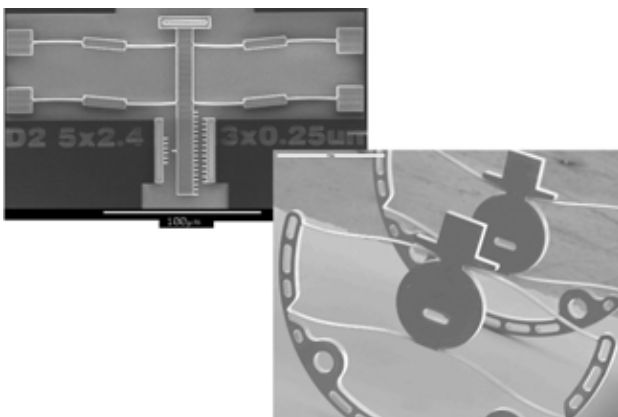


Compliant hinges for deployable structures



(Santer, Pellegrino *IJSS* 2008)

MEMS mechanisms and micro-motors



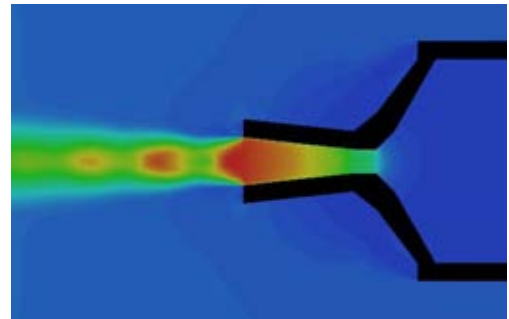
Other "long-term" applications

Morphing wings

Veriflex R based composite



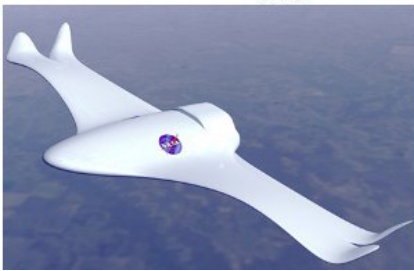
Morphing aerodynamic nozzles



news office

Go
advanced search

news
recent



MIT makes move toward vehicles that morph

Elizabeth A. Thomson, News Office
March 22, 2006

Picture a bird, effortlessly adjusting its wings to catch every current of air. Airplanes that could do the same would have many advantages over today's flying machines, including increased fuel efficiency.

Now MIT engineers report they may have found a way for structures -- and materials -- to move in this way, essentially morphing from one shape into another.

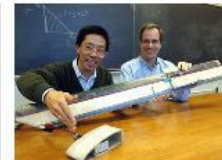


Photo / Donna Coveney

Professors Yet-Ming Chiang, left, and Steven Hall show components of their electrochemically actuated morphing rotor prototype (foreground) as well as a reduced-scale model.

UPMC
PARIS UNIVERSITÄT



Structures multistables: idées de base et applications

Phénomènes non-linéaires, perte de stabilité et bifurcations en mécanique des structures

- **Cadre:**

- Non-linéarités géométriques dans les structures minces (poutres, plaques).

- **Points de vue et objectifs:**

- ~~Instabilités comme limites à la stabilité des structures.~~
- Instabilités comme **possibilités** à exploiter dans la conception de structures avec plusieurs configurations d'exercice.
- Concevoir des structures avec plusieurs configurations d'équilibre stable et maîtriser leurs 'formes' avec les paramètres matériaux et géométriques.

- **Méthodes d'analyse:**

- ~~Méthodes de continuation des équilibres et études locales de stabilité~~
- Analyse **globale** de stabilité en fonction d'un où plusieurs paramètres, modèles réduits, diagrammes des phases.

Résultats présentés: plaques et coques orthotropes

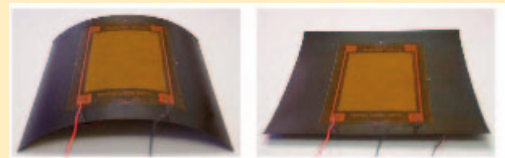
Etude du nombre et type de configurations stables de plaques et coques anisotropes (à courbure presque uniforme)

I. Coques orthotropes avec configuration initiale naturelle



- Effet de la courbure initiale
- Effet de l'anisotropie
- Optimisation pour la tristabilité

II. Plaques avec déformations inélastiques



- Effet des déformations inélastiques (plastiques, thermiques, piézo-électriques)
- Actionnement multiparamétrique pour le contrôle de forme

Hypothèses

Hypothèses:

- Plaques et coques libres aux bords, homogènes
- Pas de forces appliquées. Chargement par **déformations inélastiques** uniformes
- **Courbure uniforme**
- Modèle de Von Kármán (non-linéarités géométriques au premier ordre)
- Approche énergétique (statique, systèmes à potentiel):

Equilibres stables Minima (locaux) de l'énergie potentielle

Les déformations inélastiques modélisent nombreux effets physiques:

- Déformations thermiques et plastiques, séchage/mouillage, effets piézo-électriques, croissance.

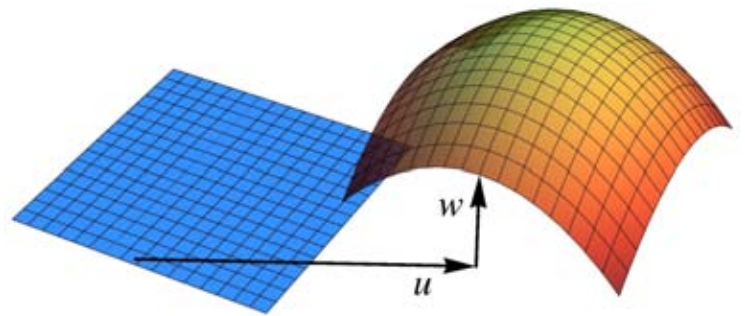
Cinématique de Föppl-von Karman

- Déformation membranaire:

$$E = \{E_x, E_y, 2E_{xy}\}$$

- Courbure:

$$K = \{K_x, K_y, 2K_{xy}\}$$



$$(VK) \quad E(u, w) = \frac{1}{2} u + u^T + \frac{1}{2} w w, \quad \text{Effets non linéaires}$$

$$K(w) = w,$$

Compatibilité: $\mathcal{L}(E) := \frac{\partial E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial E_x}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial E_{xy}}{\partial x \partial y} = \det K$ (Eq. Gauss)

Courbure de Gauss associée
aux déformations membranaires

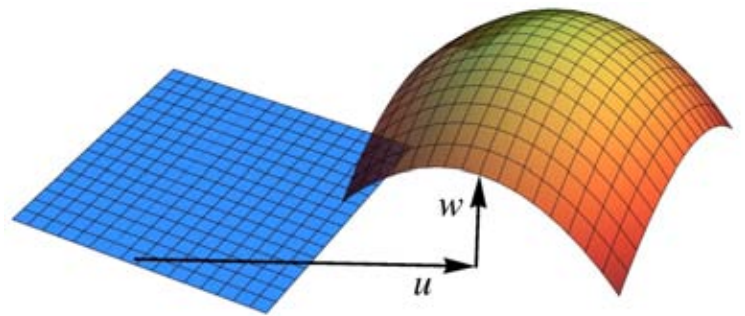
Cinématique de Föppl-von Karman

- Déformation membranaire:

$$E = \{E_x, E_y, 2E_{xy}\}$$

- Courbure:

$$K = \{K_x, K_y, 2K_{xy}\}$$



$$(VK) \quad E(u, w) = \frac{1}{2} u + u^\top + \frac{1}{2} w w, \quad \text{Effets non linéaires}$$
$$K(w) = w,$$

$$\text{Compatibilité: } \mathcal{L}(E) := \frac{\partial E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial E_x}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial E_{xy}}{\partial x \partial y} = \det K \quad (\text{Eq. Gauss})$$

Courbure de Gauss associée
aux déformations membranaires

Energie potentielle avec déformations inélastiques

Déformations inélastiques:

- $F = \{F_x, F_y, 2F_{xy}\}$: Déformation membranaire **inélastique**
- $H = \{H_x, H_y, 2H_{xy}\}$: Courbure **inélastique**

Energie potentielle

$$U = \frac{1}{2} \int_S \underbrace{\bar{A}(E - F)^2}_{\text{Extension}} + \frac{1}{2} \int_S \underbrace{\bar{D}(K - H)^2}_{\text{Flexion}} + \int_S \underbrace{\bar{B}^\top (E - F) \cdot (K - H)}_{\text{Extension-Flexion}}$$

avec $\bar{A}, \bar{D}, \bar{B}$ matrices de rigidités.

Les déformations actuelles E et K respectent la compatibilité $\mathcal{L}(E) = \det K$ mais les déformations inélastiques F et H sont indépendantes

$$g_F := \mathcal{L}(F) = \det H$$

Modèle à courbure uniforme

(UC) Avec l'hypothèse de courbure uniforme ($K = \text{cst}$) l'énergie s'écrit:

$$U(K) = \frac{1}{2} \underbrace{D (K - H) \cdot (K - H)}_{\text{Flexion}} + \frac{1}{2} \underbrace{(\det K - g_F)^2}_{\text{Extension}},$$

Rayon de courbure caractéristique $R_0 = c L^2/t$ (L diamètre, t épaisseur, $c = 1$)

- $K = (K_x, K_y, 2K_{xy})$, courbure dans la configuration actuelle.
- $H = (H_x, H_y, 0)$, courbures inélastiques.
- $g_F = \mathcal{L}(F)$: courbure de Gauss associée aux déf. membranales inélastiques.
- $D = \bar{D} - \bar{B}^T \bar{A}^{-1} \bar{B}$ rigidité en flexion.

(Seffen [PRSA 2007](#)), (Vidoli, Maurini [PRSA 2008](#))

Modèle à courbure uniforme

(UC) Avec l'hypothèse de courbure uniforme ($K=cst$) l'énergie s'écrit:

$$U(K) = \frac{1}{2} \underbrace{D (K - H) \cdot (K - H)}_{\text{Flexion}} + \frac{1}{2} \underbrace{(\det K - g_F)^2}_{\text{Extension}},$$

Rayon de courbure caractéristique $R_0 = c L^2/t$ (L diamètre, t épaisseur, $c = 1$)

- $K = (K_x, K_y, 2K_{xy})$, courbure dans la configuration actuelle.
- $H = (H_x, H_y, 0)$, courbures inélastiques.
- $g_F = \mathcal{L}(F)$: courbure de Gauss associée aux déf. membranales inélastiques.
- $D = \bar{D} - \bar{B}^T \bar{A}^{-1} \bar{B}$ rigidité en flexion.

(Seffen [PRSA 2007](#)), (Vidoli, Maurini [PRSA 2008](#))

Modèle à courbure uniforme

(UC) Avec l'hypothèse de courbure uniforme ($K=cst$) l'énergie s'écrit:

$$U(K) = \frac{1}{2} \underbrace{D (K - H) \cdot (K - H)}_{\text{Flexion}} + \frac{1}{2} \underbrace{(\det K - g_F)^2}_{\text{Extension}},$$

Rayon de courbure caractéristique $R_0 = c L^2/t$ (L diamètre, t épaisseur, $c = 1$)

- $K = (K_x, K_y, 2K_{xy})$, courbure dans la configuration actuelle.
- $H = (H_x, H_y, 0)$, courbures inélastiques.
- $g_F = \mathcal{L}(F)$: courbure de Gauss associée aux déf. membranales inélastiques.
- $D = \bar{D} - \bar{B}^T \bar{A}^{-1} \bar{B}$ rigidité en flexion.

(Seffen [PRSA 2007](#)), (Vidoli, Maurini [PRSA 2008](#))

Modèle à courbure uniforme

(UC) Avec l'hypothèse de courbure uniforme ($K=cst$) l'énergie s'écrit:

$$U(K) = \frac{1}{2} \underbrace{D (K - H) \cdot (K - H)}_{\text{Flexion}} + \frac{1}{2} \underbrace{(\det K - g_F)^2}_{\text{Extension}},$$

Rayon de courbure caractéristique $R_0 = c L^2/t$ (L diamètre, t épaisseur, $c = 1$)

- $K = (K_x, K_y, 2K_{xy})$, courbure dans la configuration actuelle.
- $H = (H_x, H_y, 0)$, courbures inélastiques.
- $g_F = \mathcal{L}(F)$: courbure de Gauss associée aux déf. membranales inélastiques.
- $D = \bar{D} - \bar{B}^T \bar{A}^{-1} \bar{B}$ rigidité en flexion.

(Seffen [PRSA 2007](#)), (Vidoli, Maurini [PRSA 2008](#))

Modèle à courbure uniforme

(UC) Avec l'hypothèse de courbure uniforme ($K = \text{cst}$) l'énergie s'écrit:

$$U(K) = \frac{1}{2} \underbrace{D (K - H) \cdot (K - H)}_{\text{Flexion}} + \frac{1}{2} \underbrace{(\det K - g_F)^2}_{\text{Extension}},$$

Rayon de courbure caractéristique $R_0 = c L^2/t$ (L diamètre, t épaisseur, $c = 1$)

- $K = (K_x, K_y, 2K_{xy})$, courbure dans la configuration actuelle.
- $H = (H_x, H_y, 0)$, courbures inélastiques.
- $g_F = \mathcal{L}(F)$: courbure de Gauss associée aux déf. membranales inélastiques.
- $D = \bar{D} - \bar{B}^T \bar{A}^{-1} \bar{B}$ rigidité en flexion.

(Seffen [PRSA 2007](#)), (Vidoli, Maurini [PRSA 2008](#))

Modèle à courbure uniforme

(UC) Avec l'hypothèse de courbure uniforme ($K=cst$) l'énergie s'écrit:

$$U(K) = \frac{1}{2} \underbrace{D (K - H) \cdot (K - H)}_{\text{Flexion}} + \frac{1}{2} \underbrace{(\det K - g_F)^2}_{\text{Extension}},$$

Rayon de courbure caractéristique $R_0 = c L^2/t$ (L diamètre, t épaisseur, $c = 1$)

- $K = (K_x, K_y, 2K_{xy})$, courbure dans la configuration actuelle.
- $H = (H_x, H_y, 0)$, courbures inélastiques.
- $g_F = \mathcal{L}(F)$: courbure de Gauss associée aux déf. membranales inélastiques.
- $D = \bar{D} - \bar{B}^T \bar{A}^{-1} \bar{B}$ rigidité en flexion.

(Seffen [PRSA 2007](#)), (Vidoli, Maurini [PRSA 2008](#))

Energie potentielle: modèle à courbure uniforme

Cas générale avec $g_F = \mathcal{L}(F)$ et H indépendantes:

$$U(K) = \frac{1}{2} \underbrace{D(K - H) \cdot (K - H)}_{\text{Flexion}} + \frac{1}{2} \underbrace{(\det K - g_F)^2}_{\text{Extension}},$$

Configuration avec énergie en flexion nulle

$$K = H$$

Configuration avec énergie en extension nulle

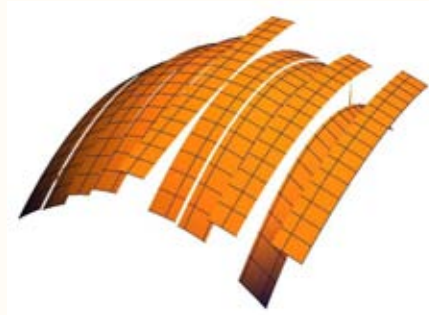
$$\det K = g_F$$

En général $g_F = \det(H)$ et n'existent pas une configuration naturelle!

Configuration relaxée avec

$$K = H \text{ et } \det K = g_F$$

(non compatible)



Energie potentielle: modèle à courbure uniforme

Cas générale avec $g_F = \mathcal{L}(F)$ et H indépendantes:

$$U(K) = \frac{1}{2} \underbrace{D(K - H) \cdot (K - H)}_{\text{Flexion}} + \frac{1}{2} \underbrace{(\det K - g_F)^2}_{\text{Extension}},$$

Configuration avec énergie en flexion nulle

$$K = H$$

Configuration avec énergie en extension nulle

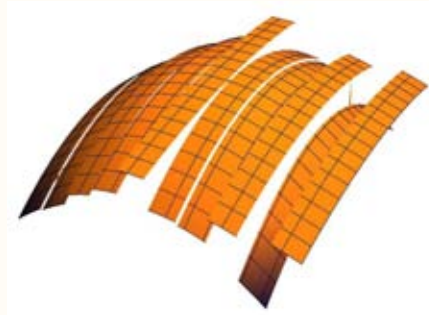
$$\det K = g_F$$

En général $g_F = \det(H)$ et n'existent pas une configuration naturelle!

Configuration relaxée avec

$$K = H \text{ et } \det K = g_F$$

(non compatible)



Energie potentielle: modèle à courbure uniforme

Cas générale avec $g_F = \mathcal{L}(F)$ et H indépendantes:

$$U(K) = \frac{1}{2} \underbrace{D(K - H) \cdot (K - H)}_{\text{Flexion}} + \frac{1}{2} \underbrace{(\det K - g_F)^2}_{\text{Extension}},$$

Configuration avec énergie en flexion nulle

$$K = H$$

Configuration avec énergie en extension nulle

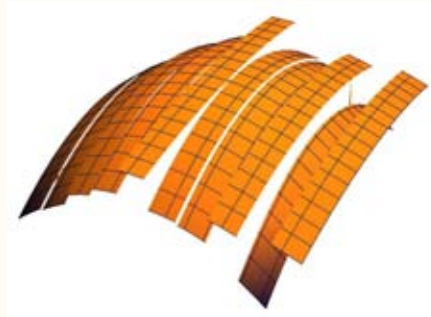
$$\det K = g_F$$

En général $g_F = \det(H)$ et n'existent pas une configuration naturelle!

Configuration relaxée avec

$$K = H \text{ et } \det K = g_F$$

(non compatible)



Energie potentielle: modèle à courbure uniforme

Cas générale avec $g_F = \mathcal{L}(F)$ et H indépendantes:

$$U(K) = \frac{1}{2} \underbrace{D(K - H) \cdot (K - H)}_{\text{Flexion}} + \frac{1}{2} \underbrace{(\det K - g_F)^2}_{\text{Extension}},$$

Configuration avec énergie en flexion nulle

$$K = H$$

Configuration avec énergie en extension nulle

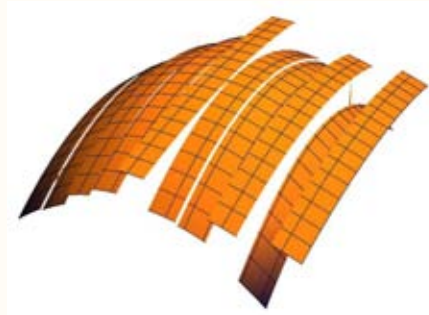
$$\det K = g_F$$

En général $g_F = \det(H)$ et n'existent pas une configuration naturelle!

Configuration relaxée avec

$$K = H \text{ et } \det K = g_F$$

(non compatible)



Energie potentielle: modèle à courbure uniforme

Cas générale avec $g_F = \mathcal{L}(F)$ et H indépendantes:

$$U(K) = \frac{1}{2} \underbrace{D(K - H) \cdot (K - H)}_{\text{Flexion}} + \frac{1}{2} \underbrace{(\det K - g_F)^2}_{\text{Extension}},$$

Configuration avec énergie en flexion nulle

$$K = H$$

Configuration avec énergie en extension nulle

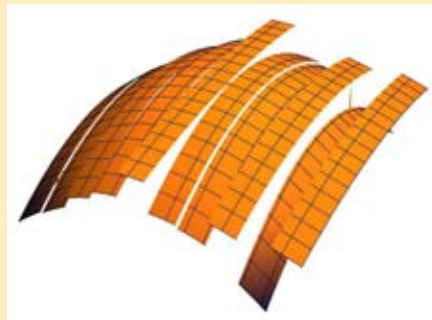
$$\det K = g_F$$

En général $g_F = \det(H)$ et n'existent pas une configuration naturelle!

Configuration relaxée avec

$$K = H \text{ et } \det K = g_F$$

(non compatible)



Energie potentielle: les deux cas étudiés

I. Coques avec configuration naturelle $K = H$ ($g_F = \det H$)

$$U(K) = \frac{1}{2} D (K - H) \cdot (K - H) + \frac{1}{2} (\det K - \det H)^2$$

Configuration naturelle $K = H$

(Seffen *PRSA* 2007), (Vidoli, Maurini *PRSA* 2008)

II. Plaques avec courbures inélastiques H ($g_F = 0$)

$$U(K) = \frac{1}{2} D (K - H) \cdot (K - H) + \frac{1}{2} (\det K)^2$$

Pas de configuration naturelle

(Mansfield *PRSA* 1962), (Hyer *JCompMat* 1981), (Mattioni et al. *IJSS* 2007) (Schultz et al. *CompScTech* 2006)
(Seffen, McMahon *IJMS* 2007), (Fernandes, Maurini, Vidoli *in preparation*)

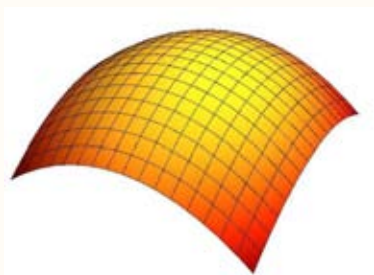
I. Coques orthotropes avec courbure initiale H

Coques **orthotropes** à courbure uniforme K
avec configuration initiale (naturelle) à courbure H :

$$U(K; H) = \frac{1}{2} D (K - H) \cdot (K - H) + \frac{1}{2} (\det K - \det H)^2,$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & & 0 \\ 0 & 0 & \rho \left(1 - \frac{\nu^2}{}\right) \end{bmatrix}, \quad \begin{array}{l} > 1 & : \text{ Rapport des modules de Young} \\ \nu < - & : \text{ Coefficient de Poisson} \\ \rho > 0 & : \text{ Rigidité en cisaillement} \end{array}$$

Objectif: Recherche des équilibres stables en fonctions de $H_x, H_y, \beta, \nu, \rho$



$K = H$ configuration naturelle
(minimum global de $U(K; H)$)

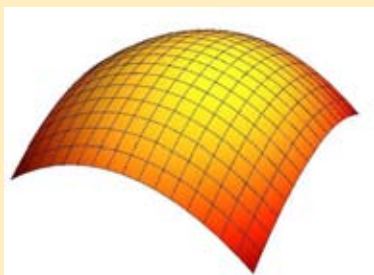
I. Coques orthotropes avec courbure initiale H

Coques **orthotropes** à courbure uniforme K
avec configuration initiale (naturelle) à courbure H :

$$U(K; H) = \frac{1}{2} D (K - H) \cdot (K - H) + \frac{1}{2} (\det K - \det H)^2,$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & & 0 \\ 0 & 0 & \rho \left(1 - \frac{\nu^2}{}\right) \end{bmatrix}, \quad \begin{array}{ll} > 1 & : \text{Rapport des modules de Young} \\ \nu < - & : \text{Coefficient de Poisson} \\ \rho > 0 & : \text{Rigidité en cisaillement} \end{array}$$

Objectif: Recherche des équilibres stables en fonctions de $H_x, H_y, \beta, \nu, \rho$



$K = H$ configuration naturelle
(minimum global de $U(K; H)$)

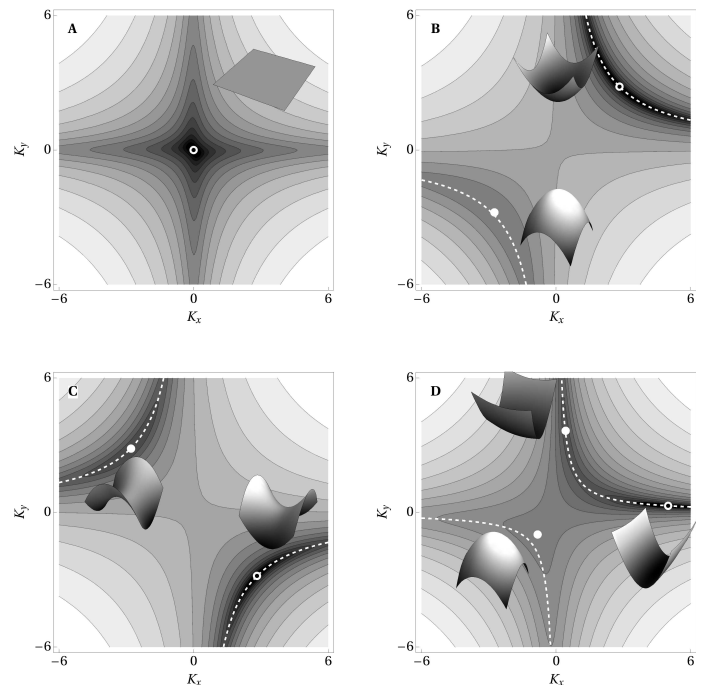
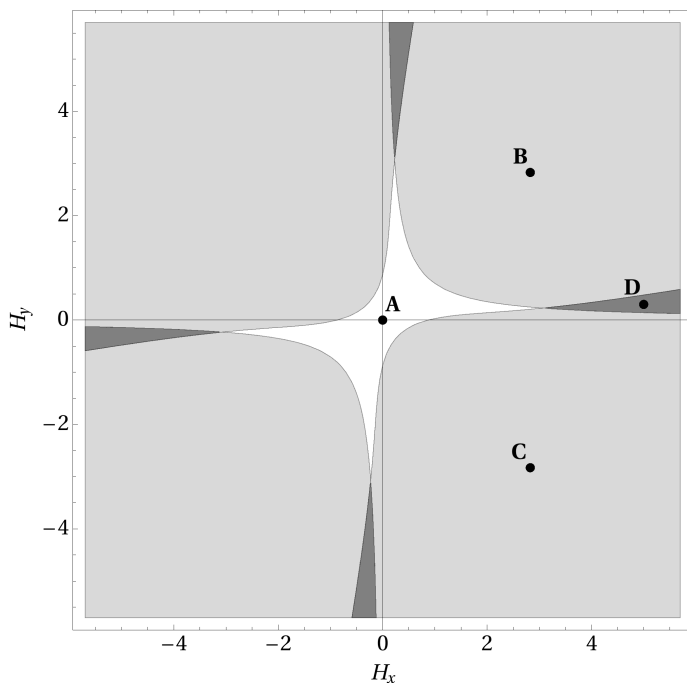
I. Equilibres et stabilité: modèle extensible

Courbure initiale sans torsion ($H_{xy} = 0$)

équilibres sans torsion $K_{xy} = 0$.

Diagramme des phases ($H_x - H_y$)

Espace des configurations ($K_x - K_y$)



$$\beta = 0.977, \nu = 0.766, \rho = 1.965$$

I. Equilibres et stabilité: modèle inextensible

L'extension est pénalisée pour des courbures élevées :

$$U(K; H) = \frac{1}{2} D(K - H) \cdot (K - H) + \frac{1}{2} (\det K - \det H)^2$$

Dominant pour $\|K\| \gg 1$

$$K \quad 1 \quad \det K \quad \det H$$

Le **modèle inextensible** est associé au problème de minimisation sous contraintes :

$$\min_{K \in \mathcal{G}} U_b(K; H) = \min_{K \in \mathcal{G}} \frac{1}{2} D(K - H) \cdot (K - H),$$

où $\mathcal{G} := \{K \in \mathbb{R}^3, \det K = \det H\}$ est la variété à courbure de Gauss constante.

I. Modèle inextensible

Paramétrisation de $\mathcal{G} := \{K \in \mathbb{R}^3, \det K = \det H\}$ en utilisant une représentation spectrale de K :

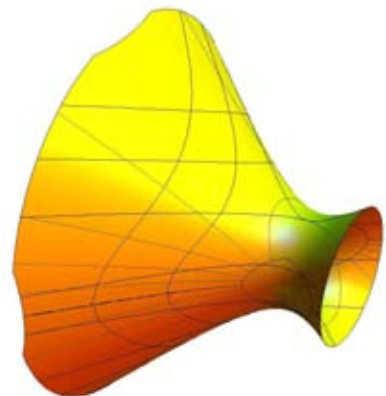
$$K(c, \theta) = c \begin{pmatrix} m(\theta) & n(\theta) \\ -n(\theta) & m(\theta) \end{pmatrix} + \frac{\det H}{c} \begin{pmatrix} m(\theta) & n(\theta) \\ n(\theta) & -m(\theta) \end{pmatrix}$$

où $m(\theta)$ et $n(\theta)$ sont les deux directions orthogonales de courbure principale.

Le problème de minimisation devient

$$\min_{c, \theta} U(c, \theta) = \min_{c, \theta} U_b(K(c, \theta))$$

avec $c \in [0, \infty)$, $\theta \in [-\pi/2, \pi/2)$

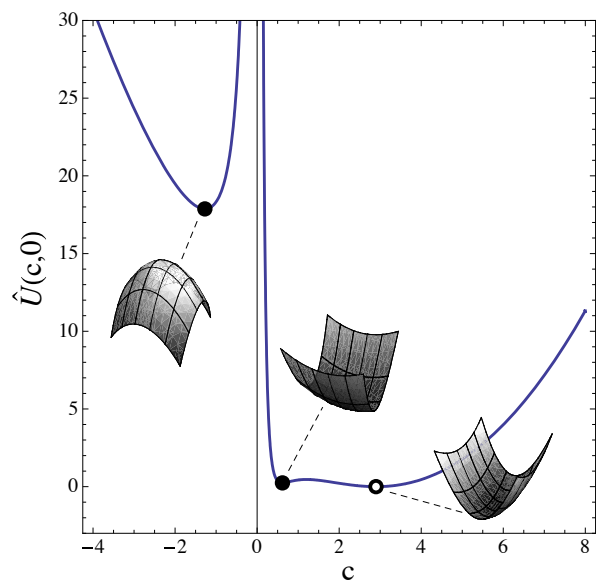
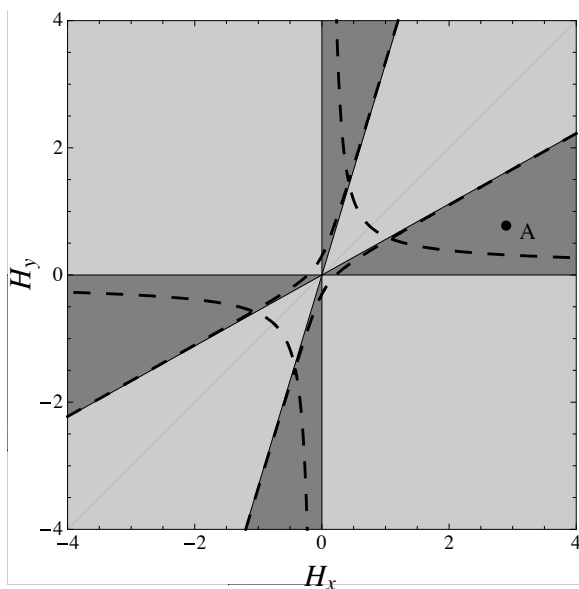


Variété $\det K = \det H$ en \mathbb{R}^3 et lignes coordonnées (c, θ)

I. Modèle inextensible: diagramme des phases

Zones de bi- et tri- stabilité: modèle inextensible vs modèle extensible (- - -)

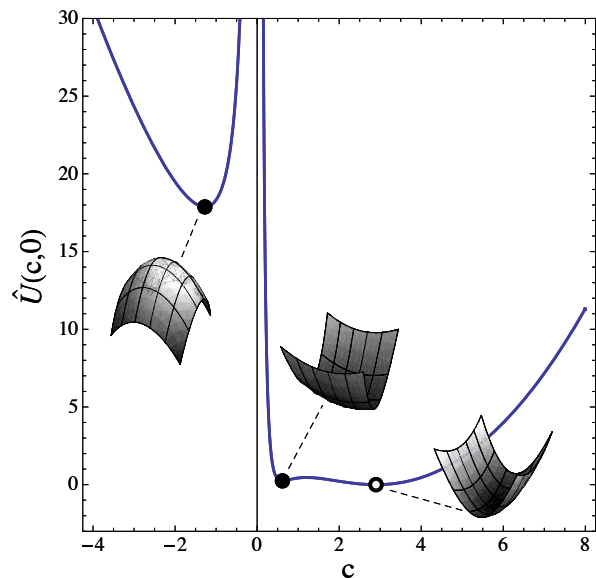
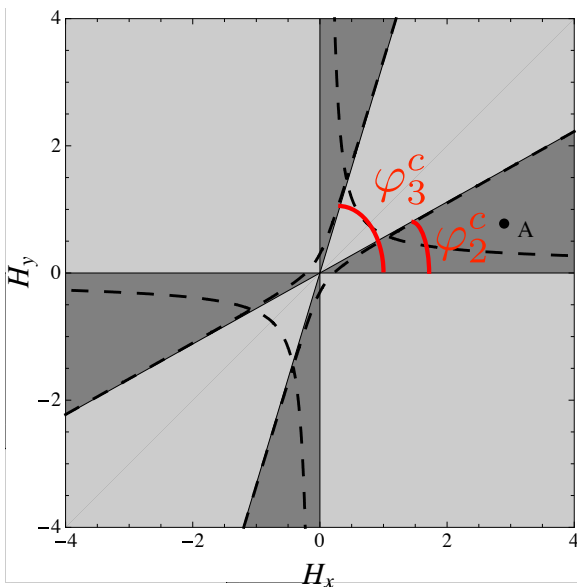
$$H_{xy} = 0, \quad K_{xy} = 0 \text{ (i.e. } \theta = 0), \quad K_x = c, \quad K_y = \det(H)/c$$



I. Modèle inextensible: diagramme des phases

Zones de bi- et tri- stabilité: modèle inextensible vs modèle extensible (- - -)

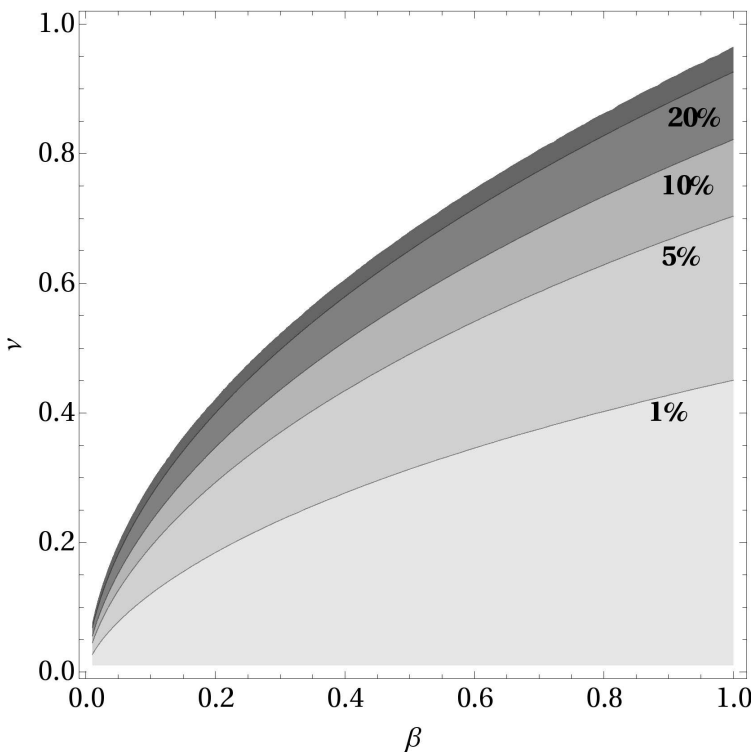
$$H_{xy} = 0, \quad K_{xy} = 0 \text{ (i.e. } \theta = 0), \quad K_x = c, \quad K_y = \det(H)/c$$



Les limites de stabilité sont définies par les angles $\varphi = \arctan(H_y/H_x)$
(résultats analytiques)

I. Modèle inextensible: influence des paramètres matériau

Pourcentage de tristabilité du diagramme des phases



La tristabilité est maximisée pour

- $\rho > \rho_t^+ = \frac{3\beta}{4\nu}$
- $\nu < \bar{\beta}$

Exemple d'optimisation des la forme et des paramètres matériau pour la multistabilité.

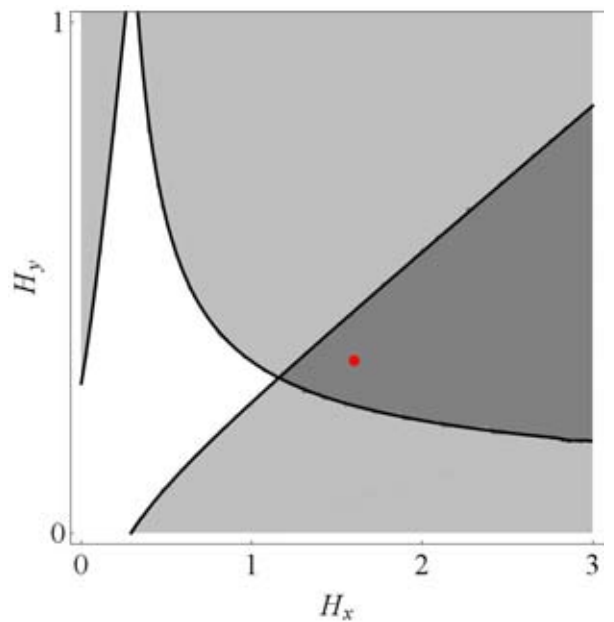
S.Vidoli, C.Maurini, Proc. R. Soc. A (2008) 464, 2949-2966.

I. Choices of β and ν to enhance tristability

With the polar representation method (Vannucci, Vincenti, *CompStruct* 2007) we solved the hard combinatorial problem for designing an optimal orthotropic composite:

$$\beta = 1, \quad \nu = 0.9, \quad \rho = 5.3 > \rho_t^+ = 0.8$$

8 high-modulus carbon/epoxy layers at
[+ / - / - / + / - / + / + / -] 45°

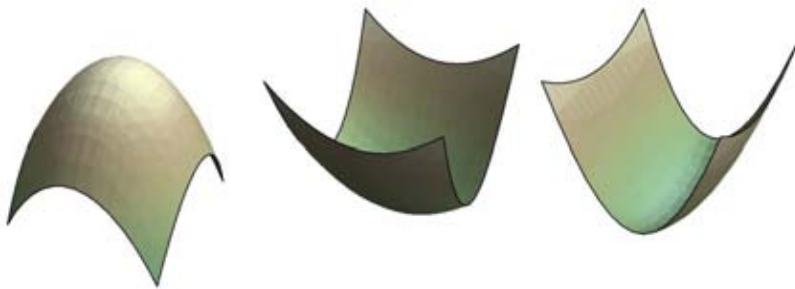
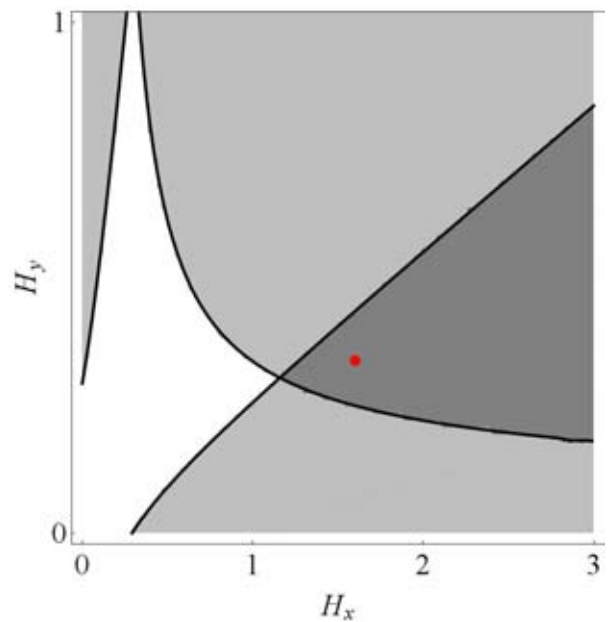


I. Choices of β and ν to enhance tristability

With the polar representation method (Vannucci, Vincenti, *CompStruct* 2007) we solved the hard combinatorial problem for designing an optimal orthotropic composite:

$$\beta = 1, \quad \nu = 0.9, \quad \rho = 5.3 > \rho_t^+ = 0.8$$

8 high-modulus carbon/epoxy layers at $[+/-/-/+/-/+ / + / + / -] 45^\circ$



Robustly tristable shell.

Energie potentielle: les deux cas étudiés

I. Coques avec courbure initiale H

$$U(K, H) = \frac{1}{2} D (K - H) \cdot (K - H) + \frac{1}{2} (\det K - \det H)^2$$

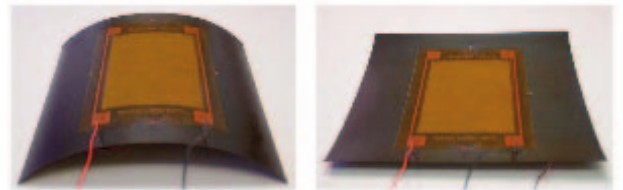
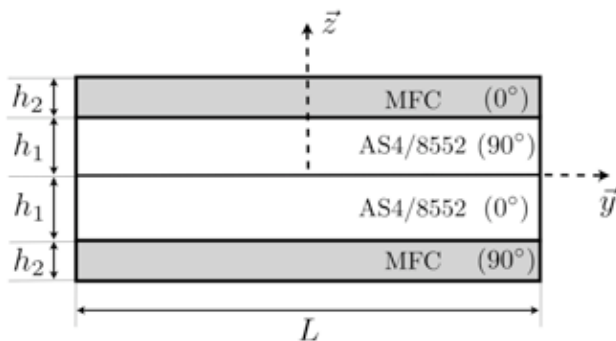
(Seffen *PRSA* 2007), (Vidoli, Maurini *PRSA* 2008)

II. Plaques avec déformations inélastiques H

$$U(K, H) = \frac{1}{2} D (K - H) \cdot (K - H) + \frac{1}{2} (\det K)^2$$

(Mansfield *PRSA* 1962), (Hyer *JCompMat* 1981), (Mattioni et al. *IJSS* 2007) (Schultz et al. *CompScTech* 2006)
(Seffen, McMahon *IJMS* 2007), (Fernandes, Maurini, Vidoli *in preparation*)

II. Plaques avec déformations inélastiques H



Schultz et Hyer (2006)

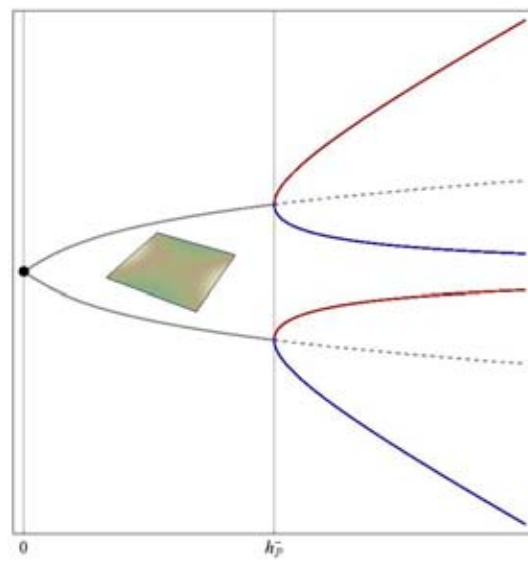
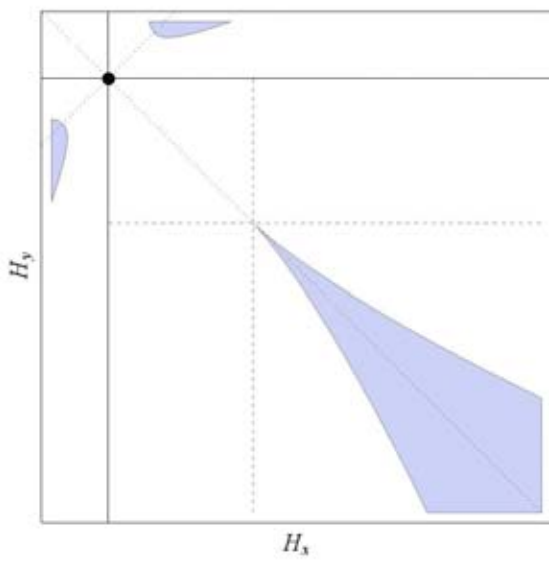
	E_1 (GPa)	E_2 (GPa)	G_{12} (GPa)	ν_{12}	α_1 ($10^{-6}/\text{C}$)	α_2 ($10^{-6}/\text{C}$)
AS4/3502	135.	9.5	5.	0.3	0.02	30.

Energie avec effets thermiques et piézo-électriques (cas homogène)

$$U(K; H) = \frac{1}{2} D (K - H) \cdot (K - H) + \frac{1}{2} (\det K)^2$$

$$\text{avec: } D = \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \rho \left(1 - \frac{\nu^2}{1} \right) \end{bmatrix}, \quad H = a \Delta T \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} \Delta V_0 \\ \Delta V_{90} \\ 0 \end{bmatrix}$$

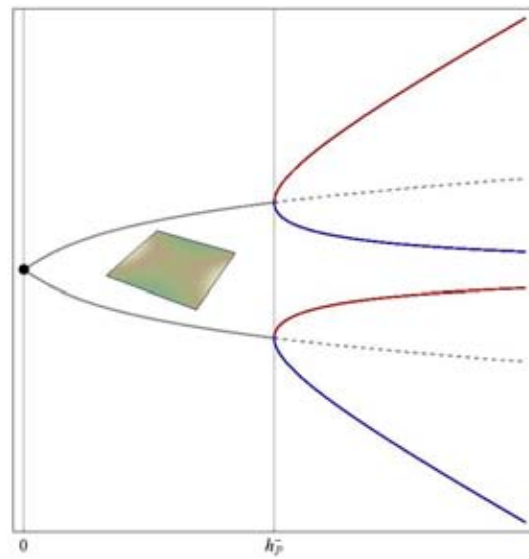
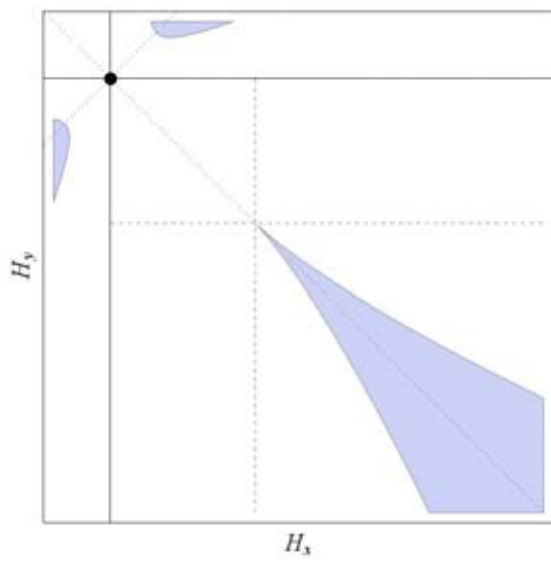
II. Bifurcation sous chargement thermique



A_2

A_3

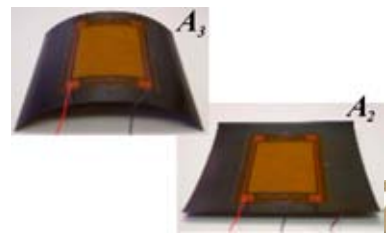
II. Bifurcation sous chargement thermique



A_2

A_3

On obtient les 2 configurations A_2 and A_3 (Schultz et al. *CompScTech* 2006), (Portela et al. *ComputStruct* 2008)

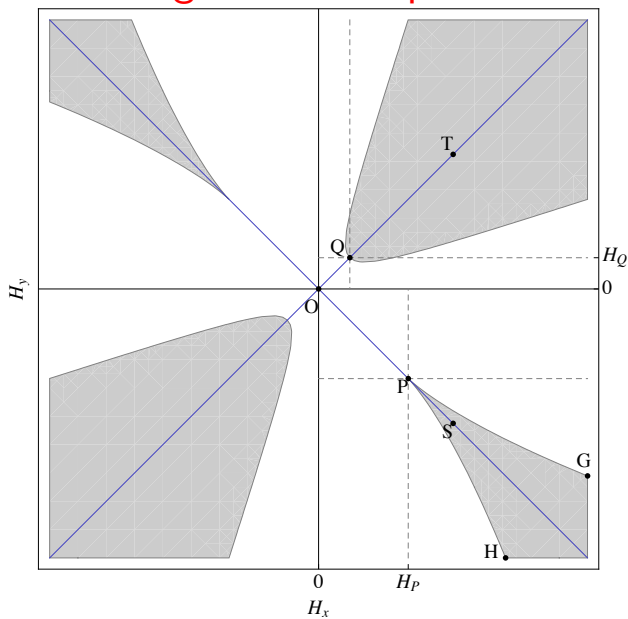


PMc
PARISUNIVERSITAE

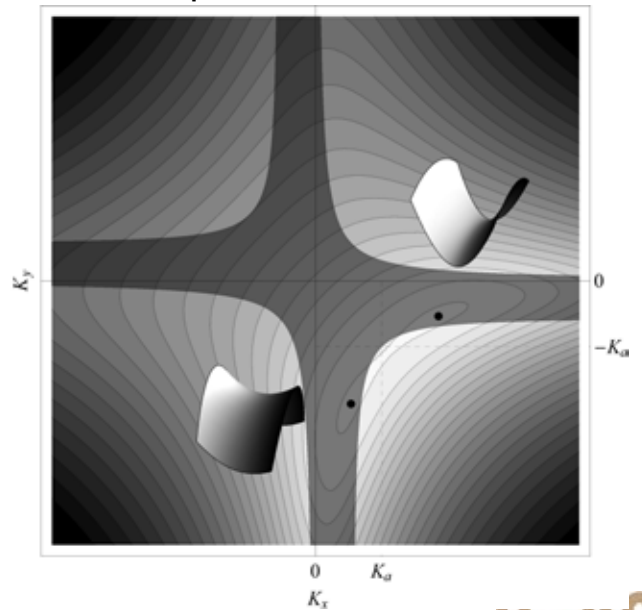
II. Plaques avec déformations inélastiques H

Energie potentielle:
$$U(K) = \frac{1}{2} D (K - H) \cdot (K - H) + \frac{1}{2} (\det K)^2$$

Diagramme des phases

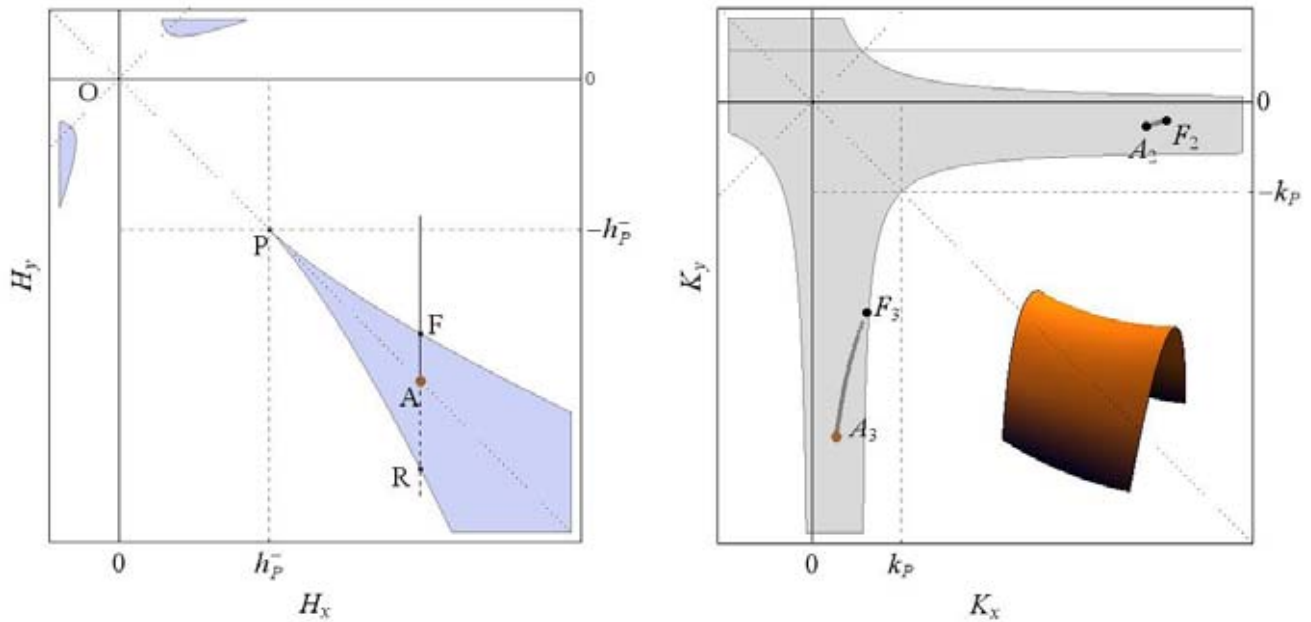


Espace des configurations pour H H^S



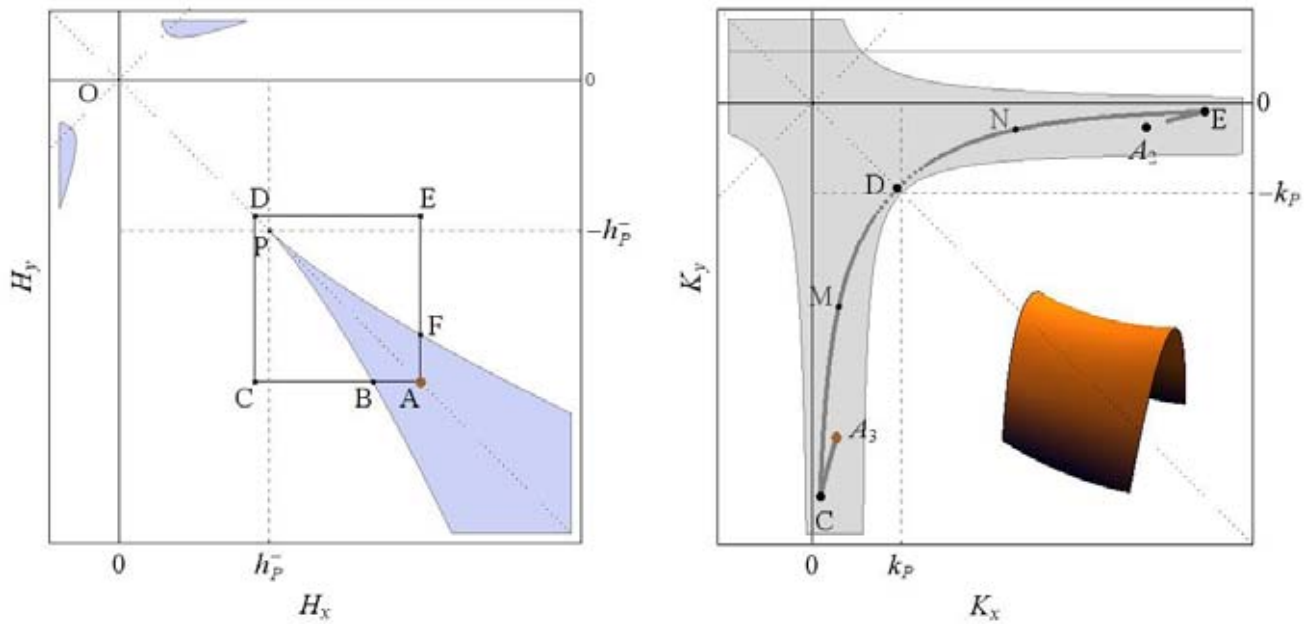
$\partial^2 U / \partial K^2$ ne dépend pas de H la stabilité ne dépend pas de H !

II. Transition avec snap-through: 1 paramètre d'actionnement



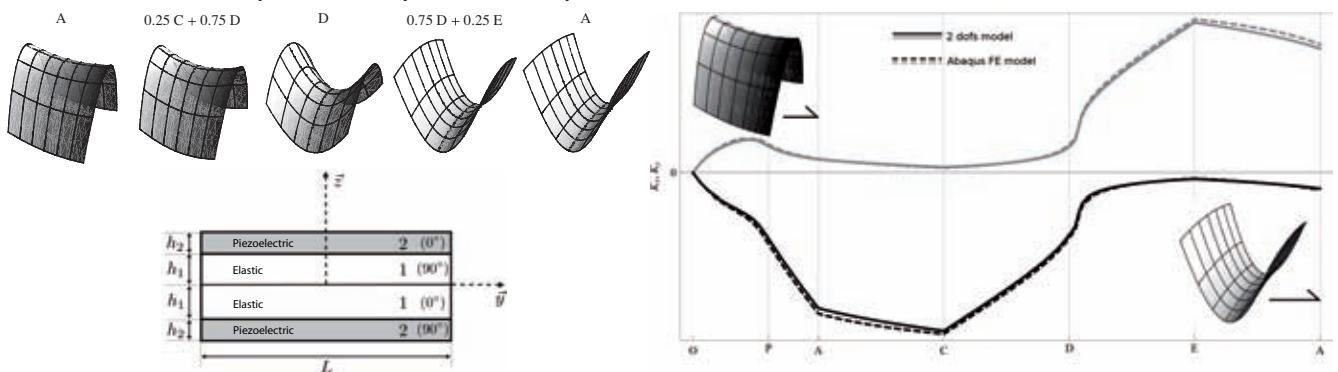
(Schultz et al. *CompScTech* 2006), (Mattioni et al. *IJSS* 2007)

II. Transition sans snap-through: 2 paramètres d'actionnement



Validation par éléments finis

Plaque composite (presque) carrée ($L = 25\text{cm}$, $h_1 = 0.00036\text{m}$ et $h_2 = 0.0003\text{m}$)



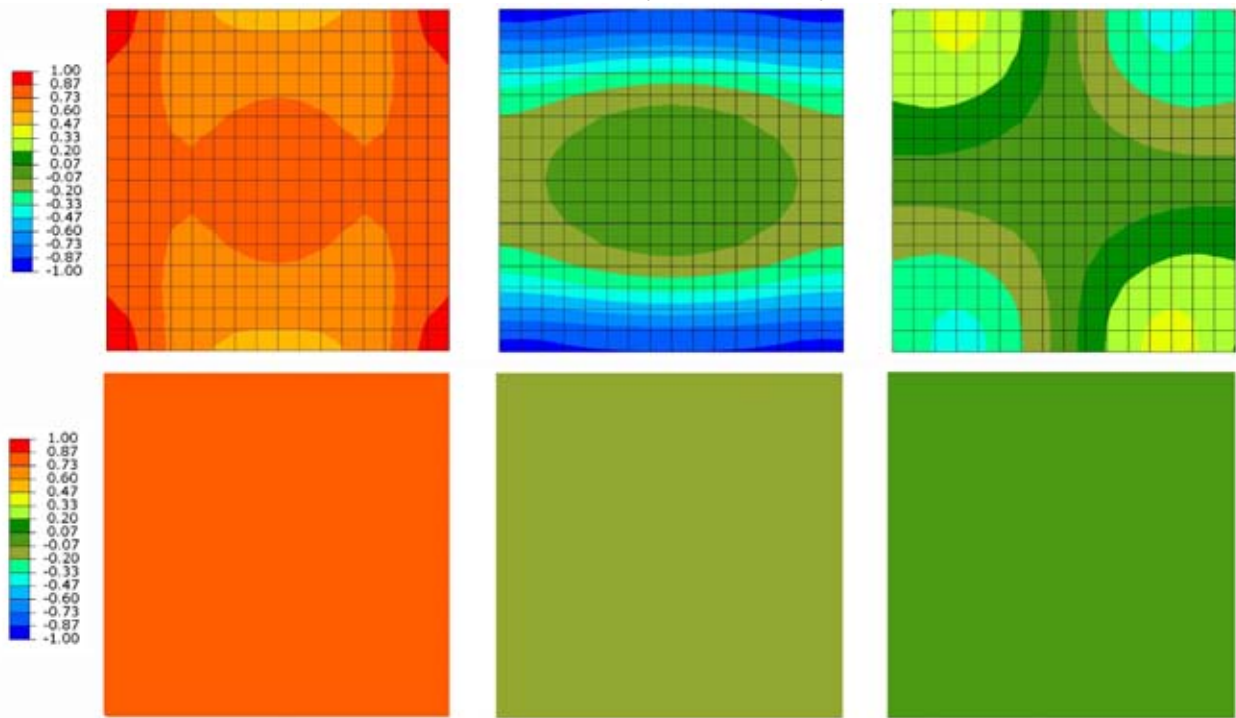
- OA : refroidissement de la plaque avec application de ΔT_0 dans les couches centrales
- AC : application de $\Delta V = -580\text{V}$ sur la couche piézoélectrique supérieure
- CD : application de $\Delta V = -580\text{V}$ sur la couche piézoélectrique inférieure
- DE : application de $\Delta V = 580\text{V}$ sur la couche piézoélectrique supérieure
- EA : application de $\Delta V = 580\text{V}$ sur la couche piézoélectrique inférieure

- Full Newton (sans contrôle de stabilité)
- Abaqus, éléments coques quadratiques à intégration réduite (S8R)

**Validation du passage sans snap-through
et du modèle à courbure uniforme**

Résultats éléments finis: champs de courbure

$H = H_A$: Champs des courbures K_x , K_y and K_{xy} dans la configurations A_3



Haut: Abaqus R coques non-linéaires (16 16 éléments S8R)
Bas: Modèle (à courbure uniforme)

Conclusions

- Exemple d'optimisation de la forme et des paramètres matériaux d'une coque orthotrope pour la multistabilité.
- Exemple d'actionnement multiparamétrique pour la transition entre états stables avec contrôle de stabilité.

Collaborations

S.Vidoli (La Sapienza)

A.Fernandes, A.Vincenti (UPMC), K.Seffen, S.Guest (Cambridge)

A. Fernandes, C. Maurini, S.Vidoli, Multiparameter actuation for shape control of bistable composite plates, *IJSS* 2010

S.Vidoli, C.Maurini, Tristability of thin orthotropic shells with uniform initial curvature, *Proc. R. Soc. A* 2008

C.Maurini, J.Pouget, S.Vidoli, Distributed piezoelectric actuation of a bistable buckled beam. *Eur. J. Mech. A/Solids* 2007