

Instabilité et mécanique végétale : exemple d'une plante carnivore

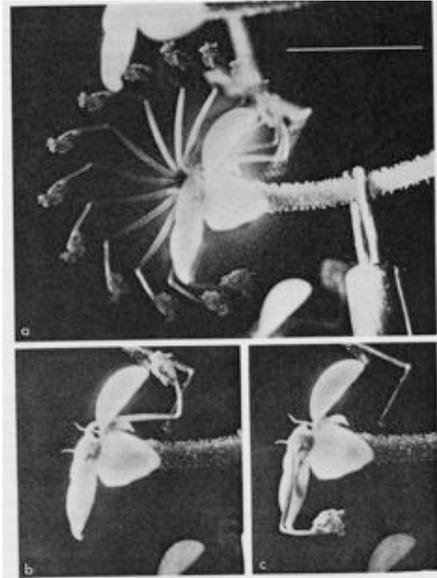
Yoël Forterre

Laboratoire IUSTI, CNRS & Aix-Marseille Université

J. Skotheim (Stanford), J. Dumais, L. Mahadevan (Harvard), B. Moulia,
H. Cochard (INRA Clermont), Y. Kim (Bayreuth)

mouvements rapides...sans muscle

Mécanisme de défense



Pollinisation,
dispersion de graines...

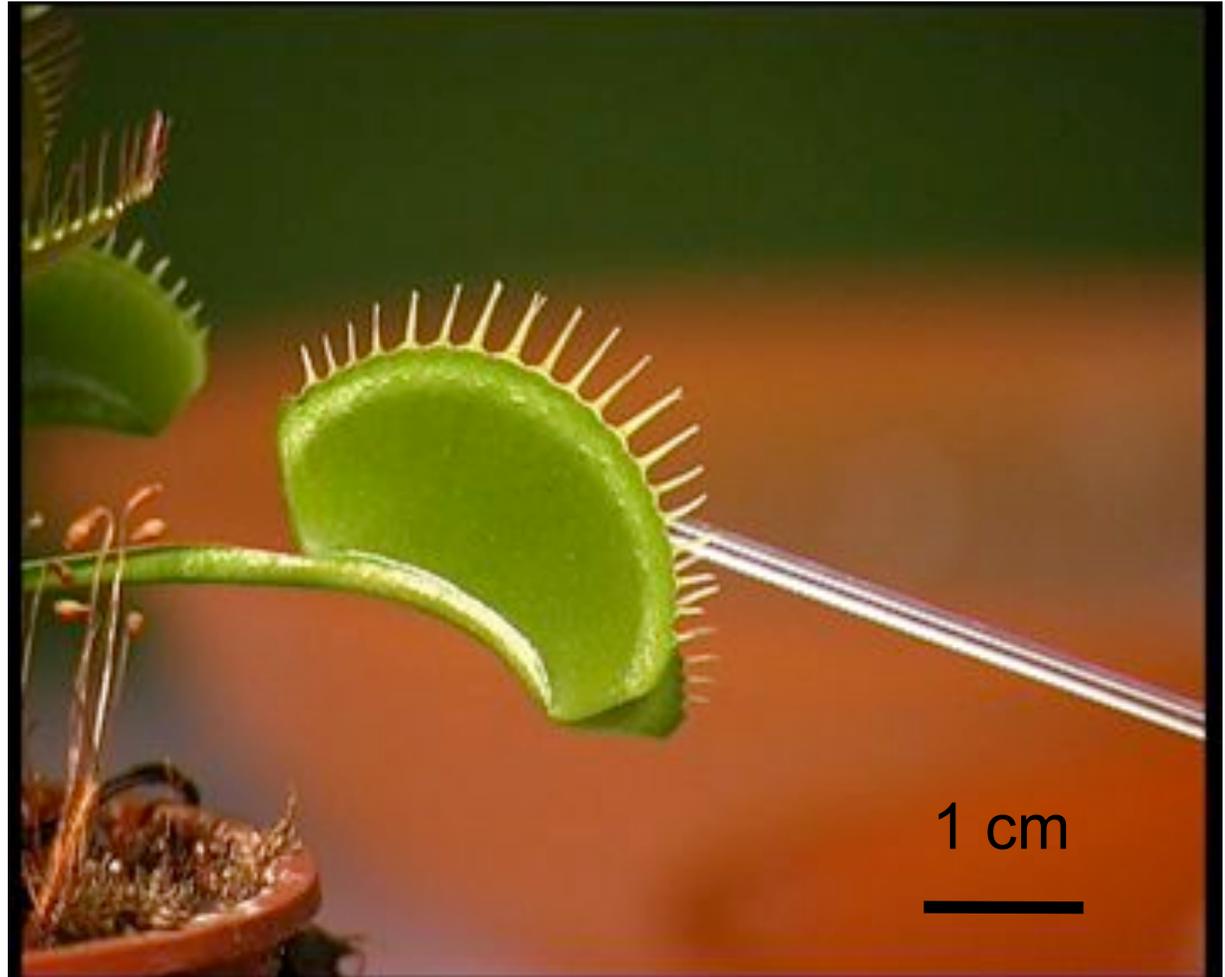


Nutrition (plantes carnivores)



Dionée (Venus Flytrap)

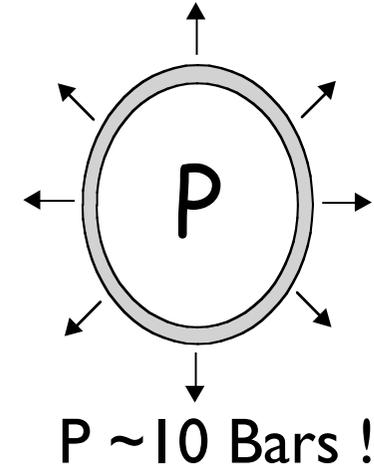
“the most wonderful plant in the world” C. Darwin



Film temps réel

principales hypothèses à l'échelle cellulaire

- mouvement rapide d'eau (osmose)
- croissance rapide (fluage de la paroi cellulaire)

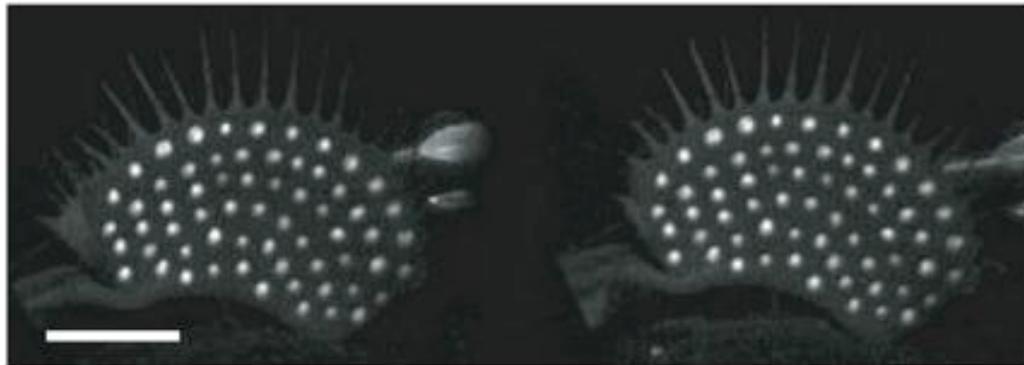
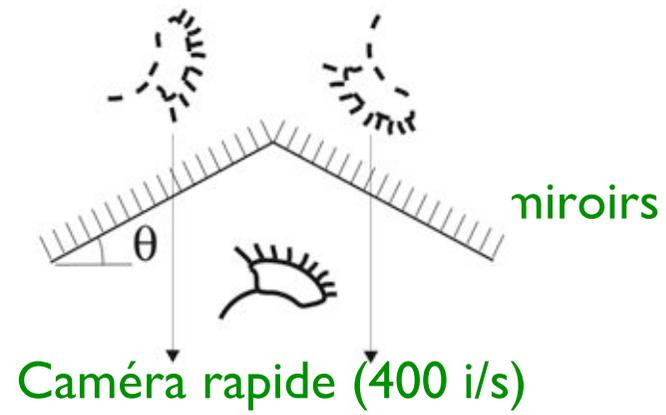


→ rôle de la géométrie et de l'élasticité à l'échelle macro ?

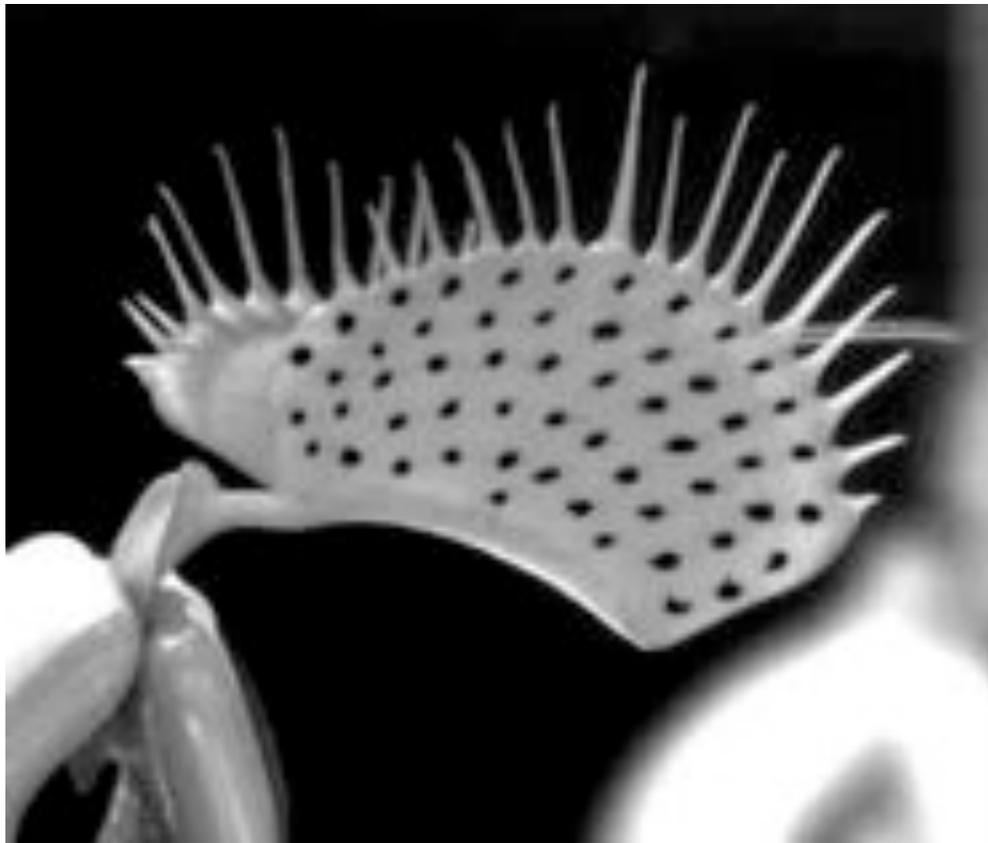
1) mécanisme de fermeture ?

2) temps de fermeture ?

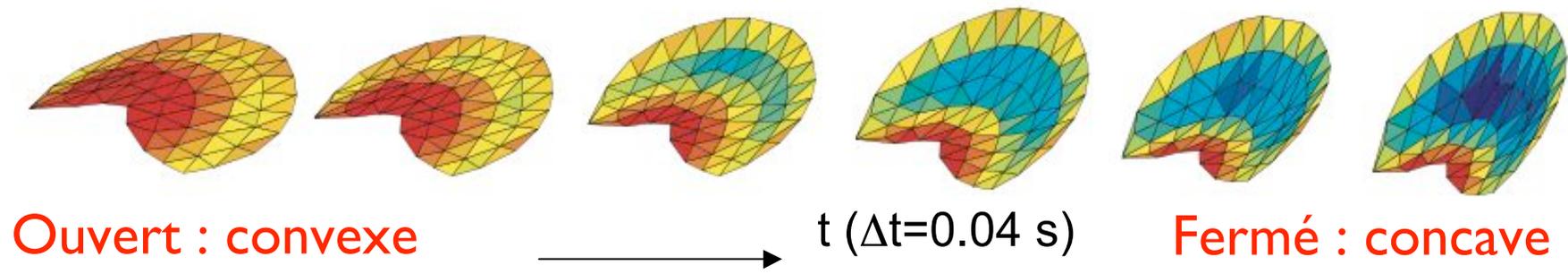
Etude de la dynamique de fermeture



←
← Lumière UV
←



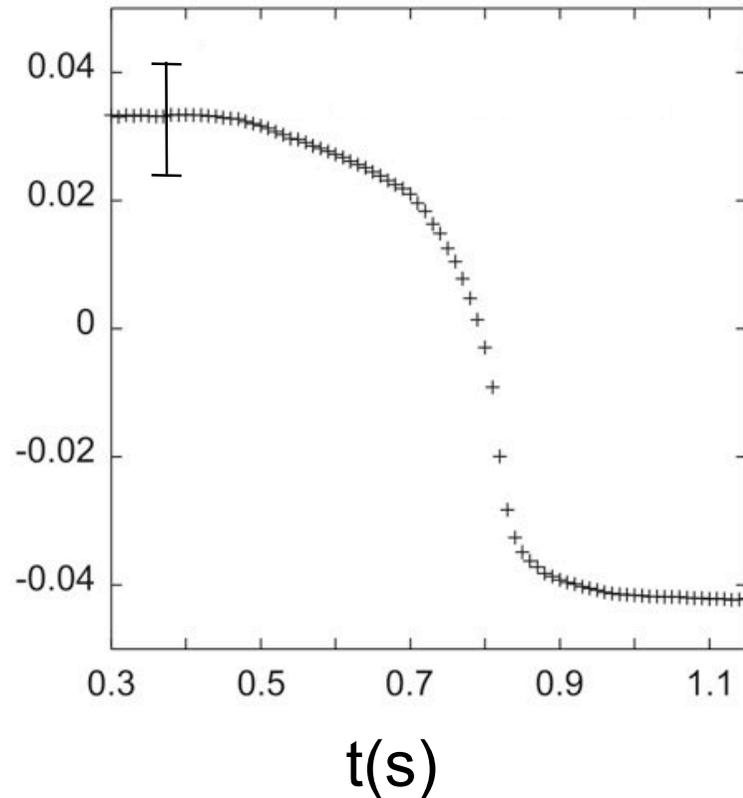
150 images/s



dynamique typique de fermeture

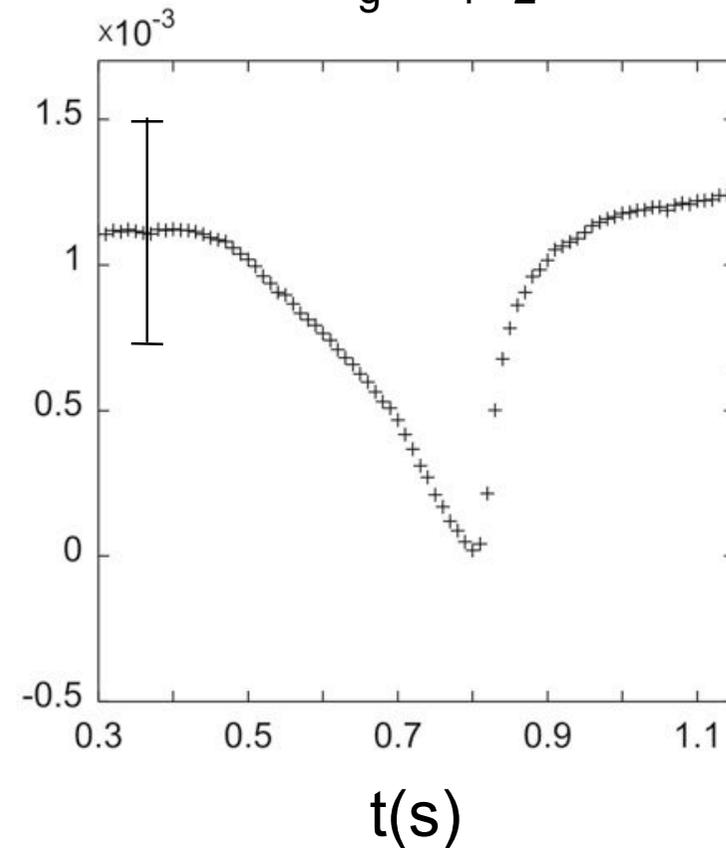
Courbure moyenne

$$\kappa_m = (\kappa_1 + \kappa_2) / 2$$



Courbure de Gauss

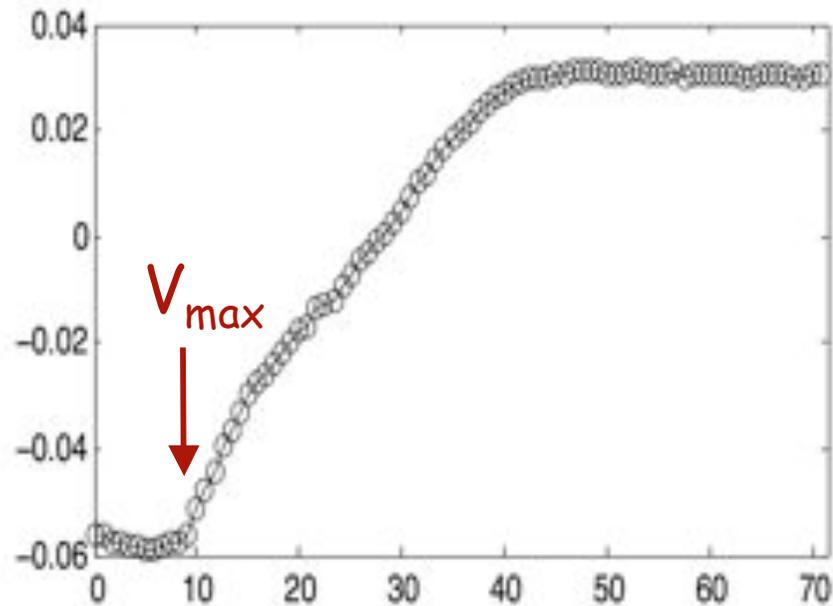
$$\kappa_g = \kappa_1 \kappa_2$$



→ accumulation et libération d'énergie élastique

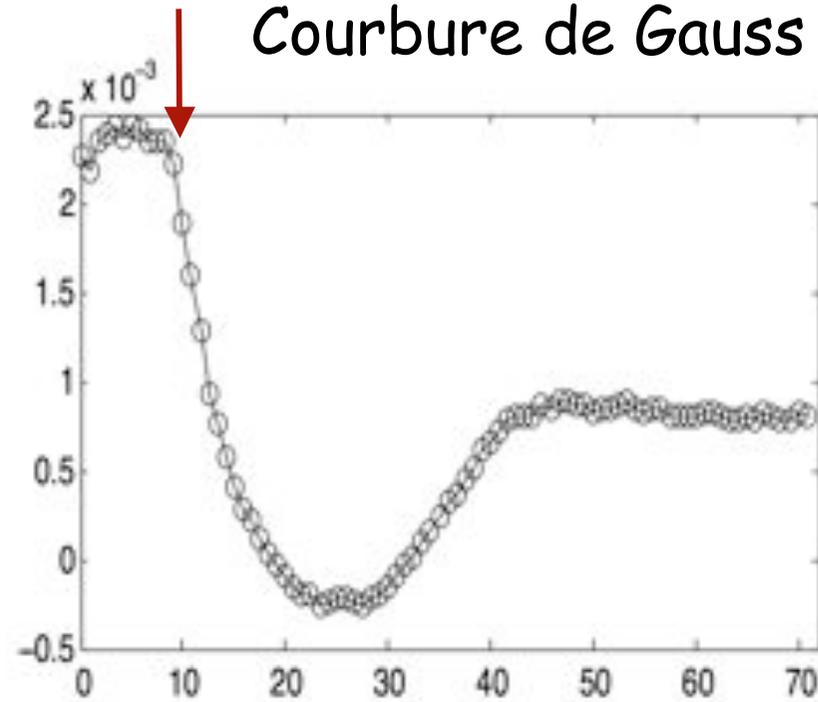
Très différent de l'ouverture (« croissance lente »)...

Courbure moyenne



t(s)

Courbure de Gauss

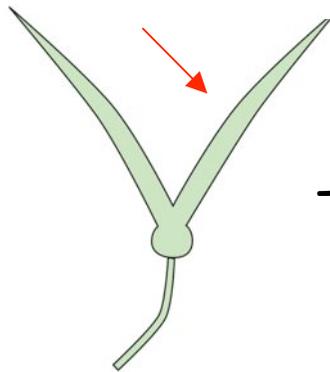
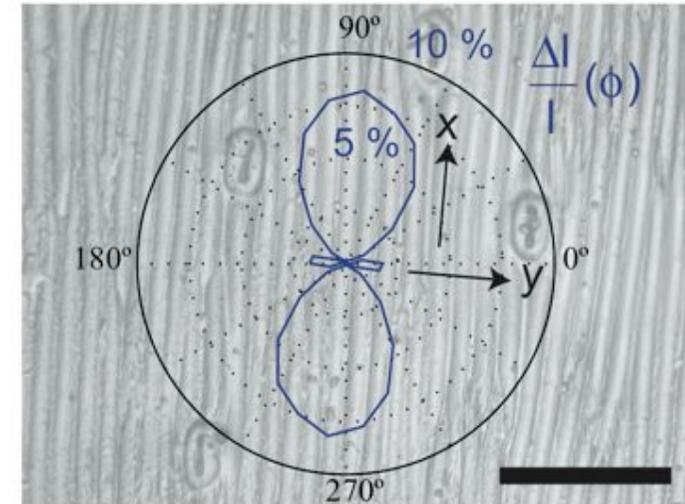
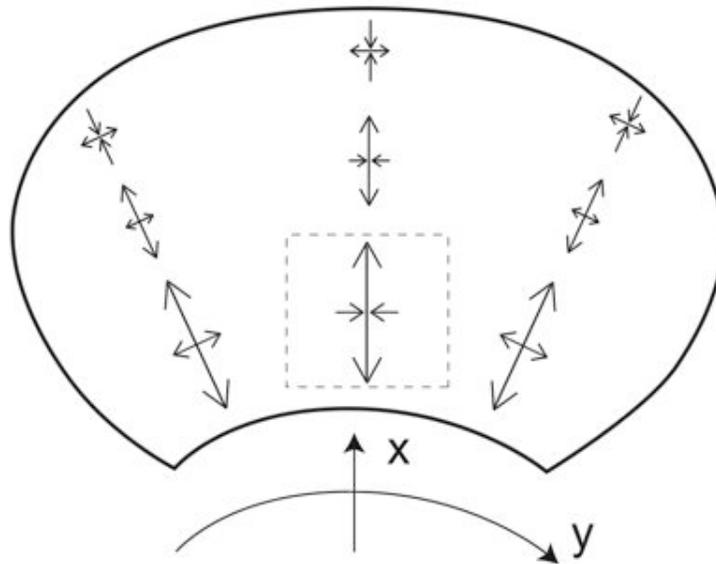
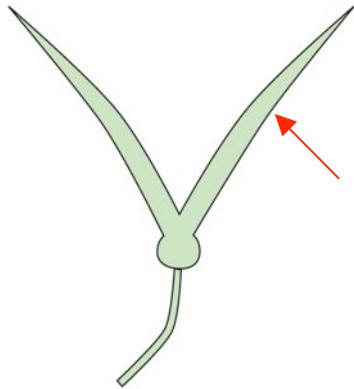


t(s)

Manip Hervé Pelloux-Prayer

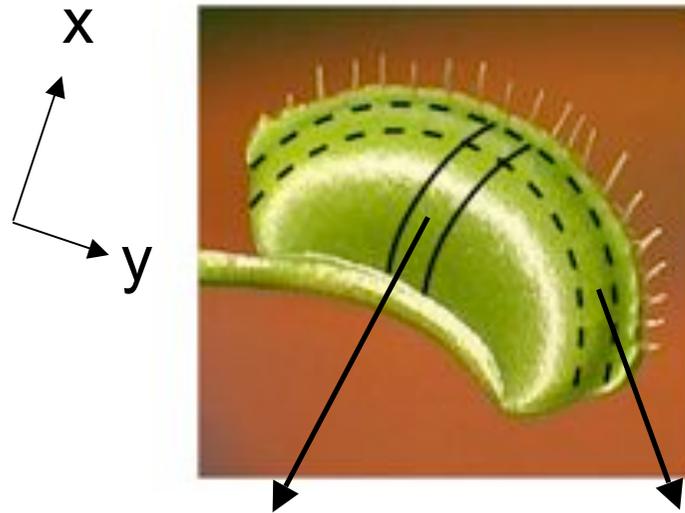
Champs de déformation associé à la fermeture

- surface externe : extention anisotrope (5-10 %)



- Surface interne : pas de déformation (< 1%)

Courbures naturelles κ_{xn} et κ_{yn}



dissection dans l'état final libère les contraintes géométriques

κ_{xn} reste dans l'état final fermé



κ_{yn} revient spontanément dans l'état initial ouvert



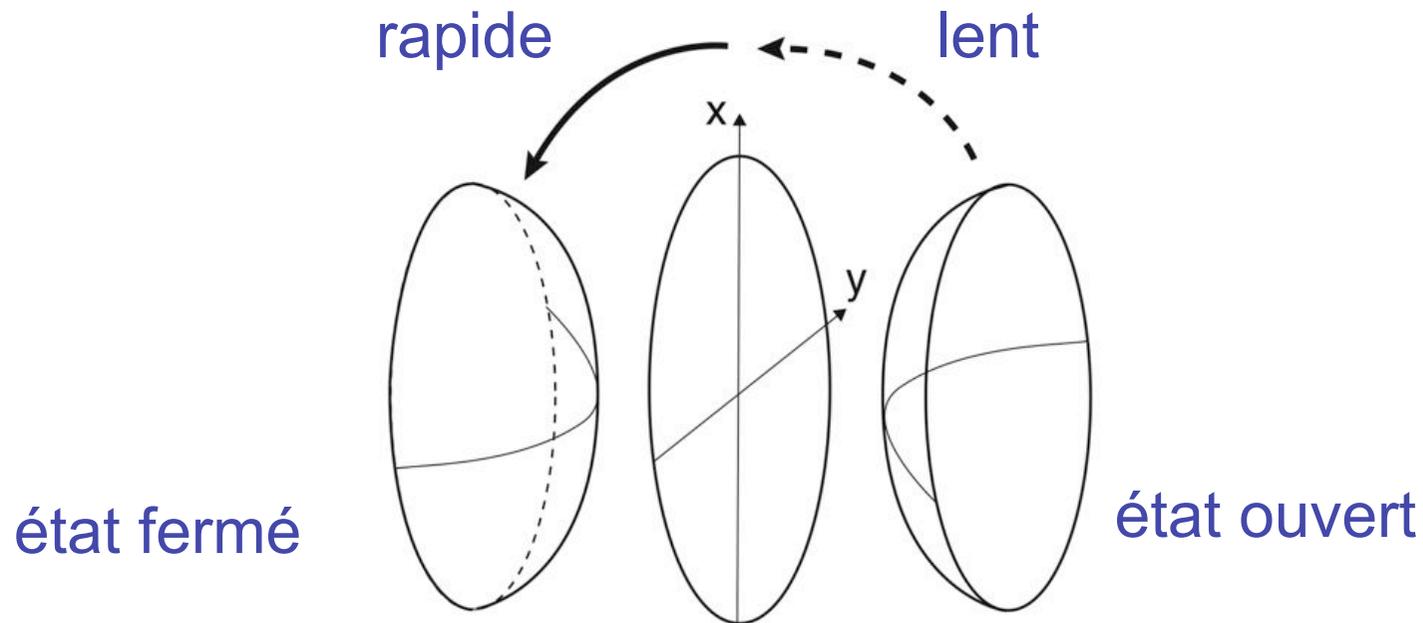
→ seul κ_{xn} change 'activement' lors de la fermeture

Mécanisme de fermeture : un flambage de coque élastique

→ Le système change 'activement' κ_{xn}

MAIS feuille = coque doublement courbée

→ Barrière d'énergie élastique d'étirement : instabilité



Modèle de coque élastique : statique

- feuille = coque élastique mince
(épaisseur h , taille L , courbures $\kappa_x \kappa_y$)

- paramètre contrôlé par la plante : κ_{xn}

- $U_{\text{élastique}} = U_{\text{courbure}} + U_{\text{étirement}}$

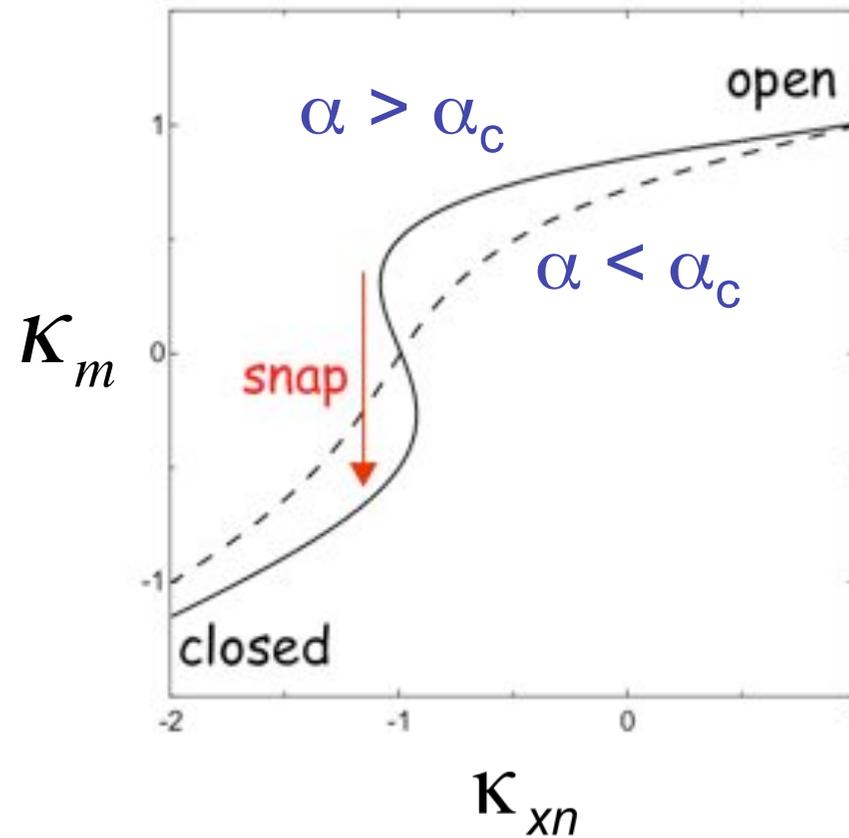
$$U_{\text{courbure}} \sim Eh^3 L^2 \left[(\kappa_x - \kappa_{nx})^2 + (\kappa_y - \kappa_{ny})^2 \right]$$

$$U_{\text{étirement}} \sim EhL^6 (\kappa_x \kappa_y - \kappa_{x0} \kappa_{y0})^2$$

Forme d'équilibre :

$$\partial_{\kappa_x} U_{\text{élastique}} = 0$$

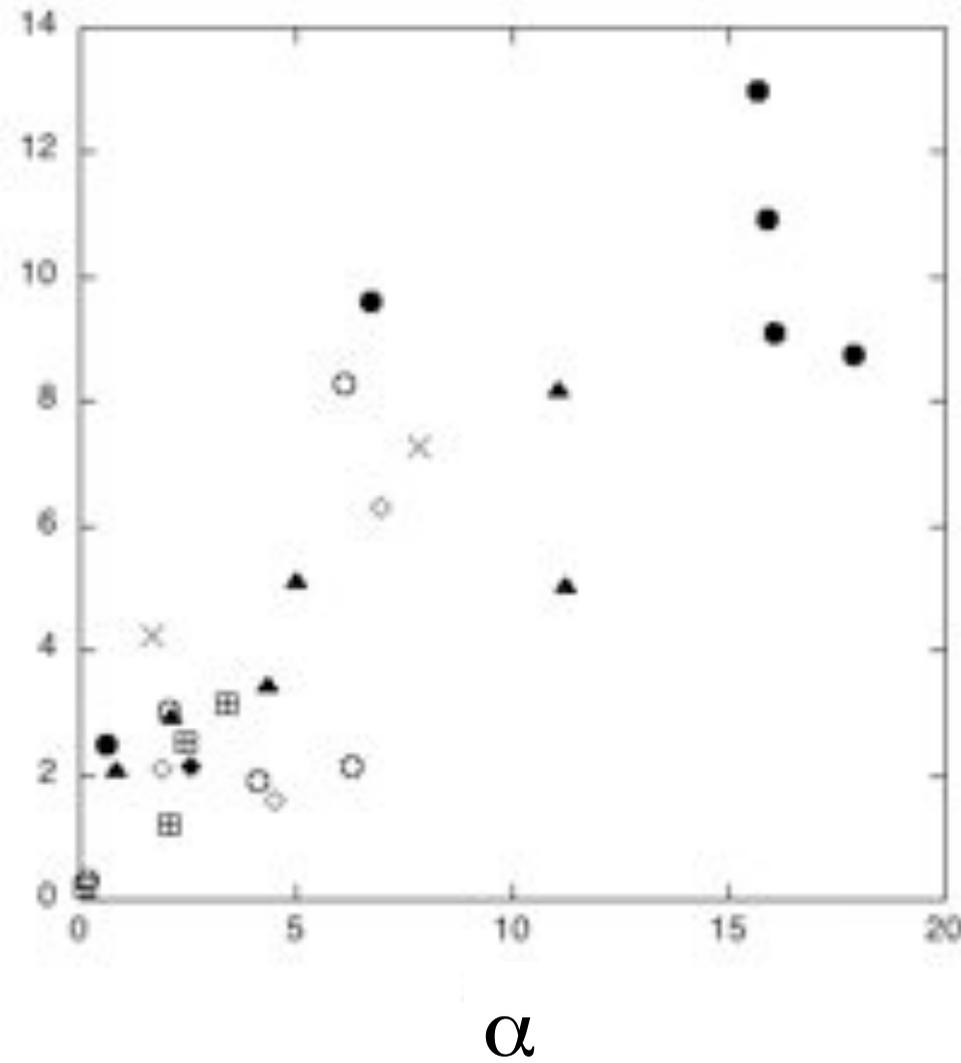
$$\partial_{\kappa_y} U_{\text{élastique}} = 0$$



$$\longrightarrow \alpha = \frac{L^4 \kappa^2}{h^2} \sim \frac{U_{\text{étirement}}}{U_{\text{courbure}}}$$

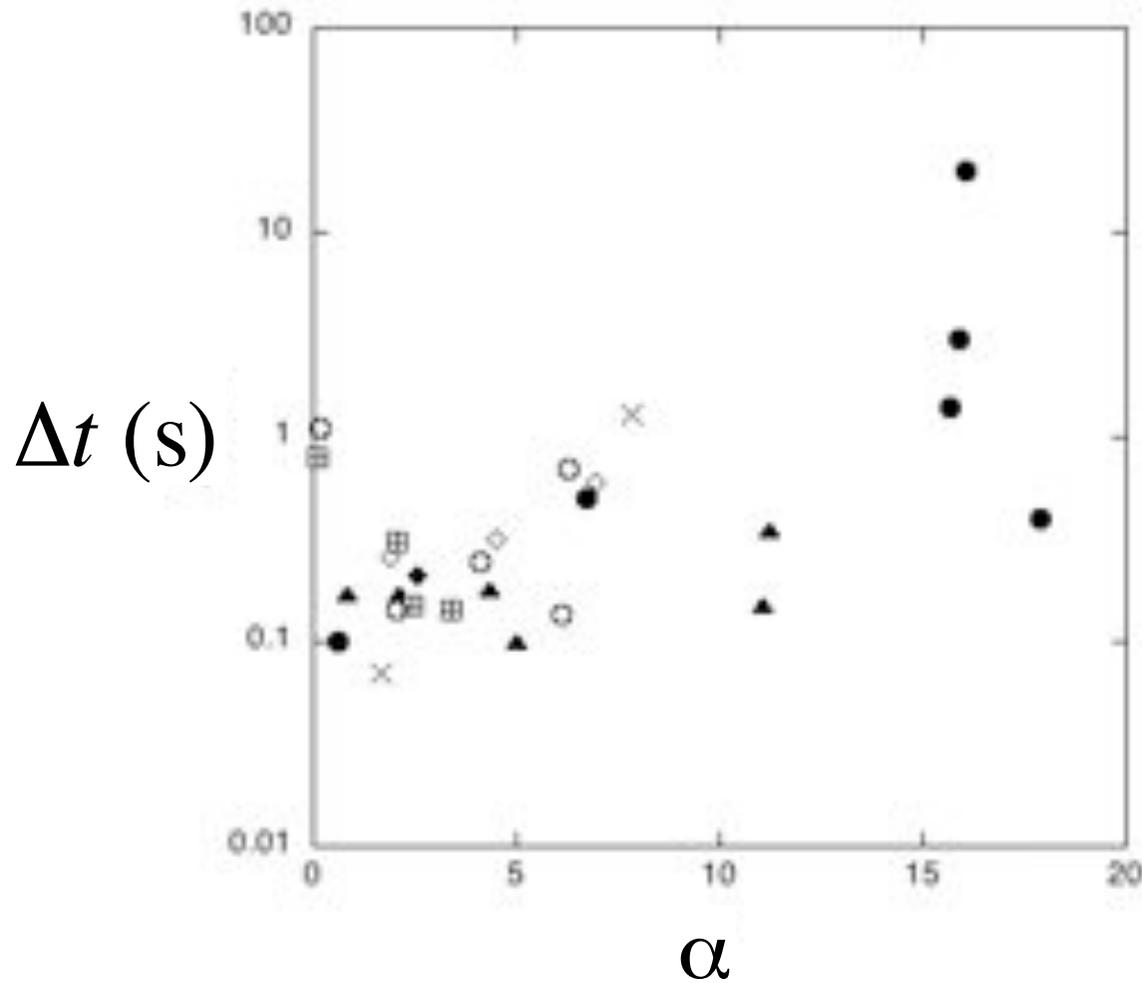
Vitesse de fermeture

$$\left(\frac{d\theta}{dt}\right)_{\max} \text{ (s}^{-1}\text{)}$$



$$\alpha = \frac{L^4 \kappa^2}{h^2}$$

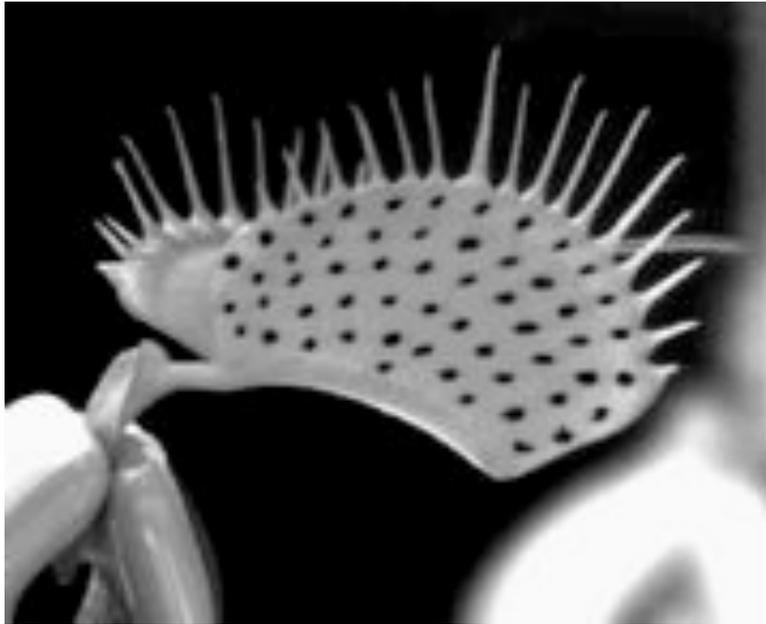
Une forme optimale ?



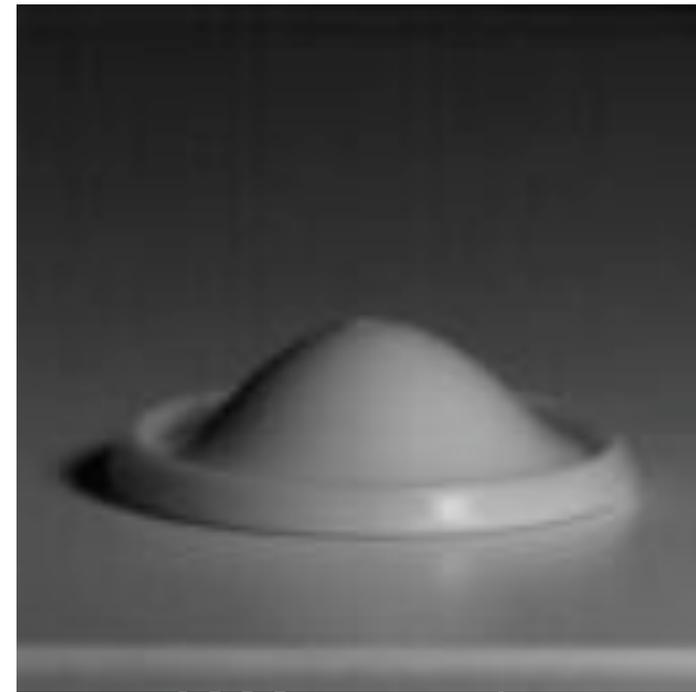
$$\alpha = \frac{L^4 \kappa^2}{h^2}$$

Feuille typique: $\alpha \sim (1\text{cm})^4 (0.1\text{cm}^{-1})^2 / (0.1\text{cm})^2 \sim 1$

Temps de fermeture



150 images/s



2000 images/s

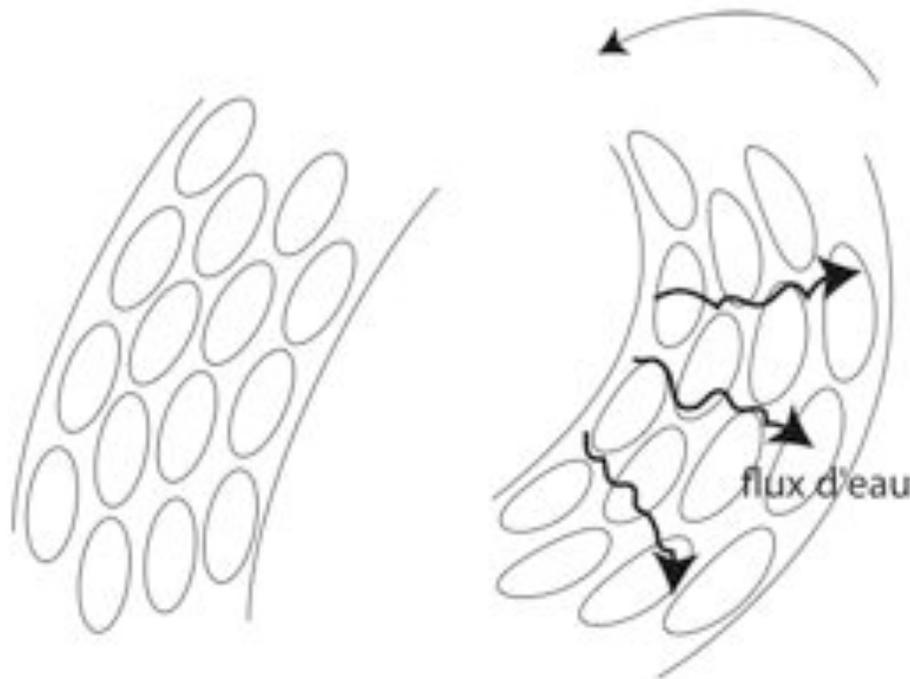
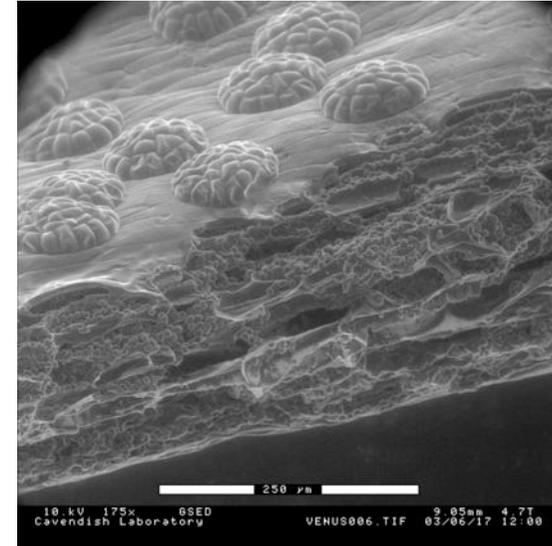
$$\tau_{\text{inertiel}} \sim \frac{L^2}{h} \sqrt{\frac{\rho}{E}}$$

Dionée : $L \sim 1$ cm, $h \sim 0.5$ mm, $\rho \sim 10^{-3}$ kg/m³, $E \sim 10$ MPa

$$\tau_{\text{inertiel}} \approx 1 - 10\text{ms} \ll \tau_{\text{fermeture}}$$

mécanisme de dissipation interne : poroélasticité ?

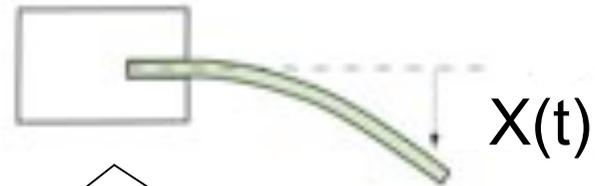
Tissu végétal = milieu poreux mou imbibé d'eau



$$\tau_p \sim \frac{\eta h^2}{kE} \sim 0.1 - 1 \text{ s}$$

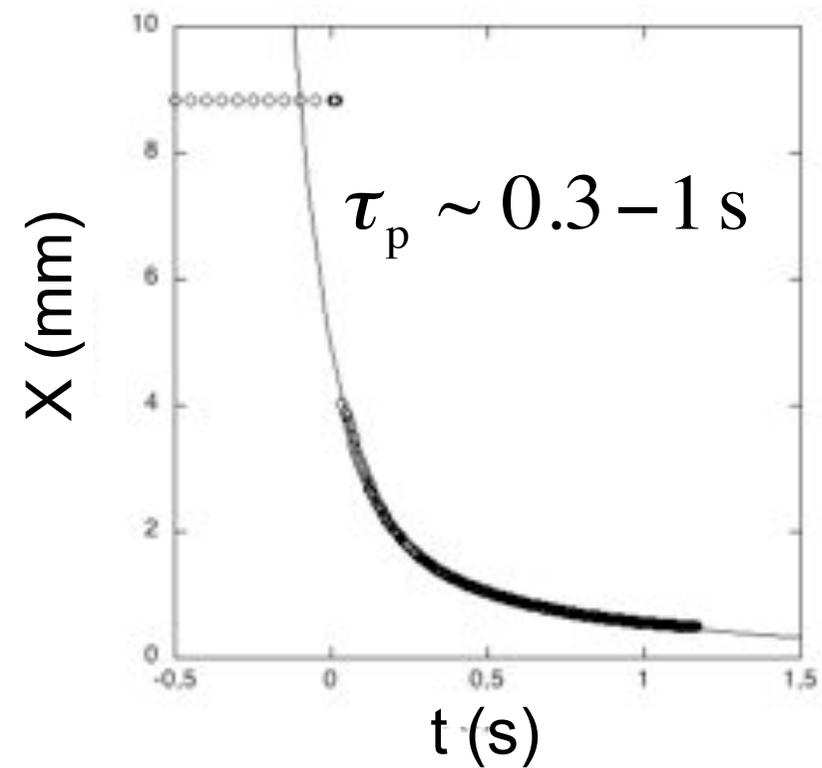
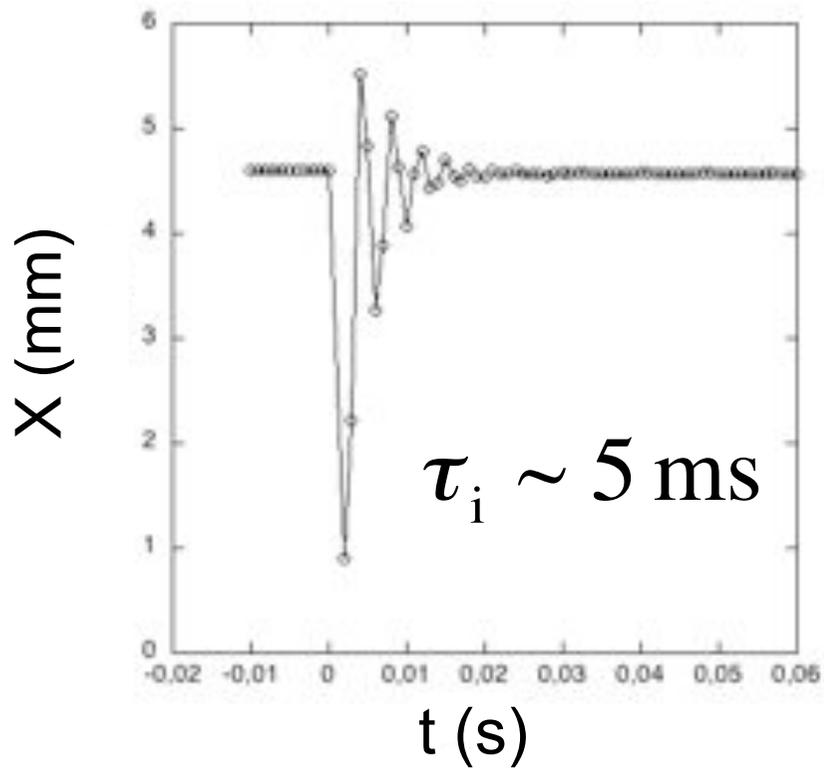
$\eta \sim 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$, $h \sim 0.5 \text{ mm}$
 $E \sim 10^7 \text{ Pa}$, $k \sim 10^{-16} \text{ m}^2$???

Estimation de τ_p : Rhéologie du tissu



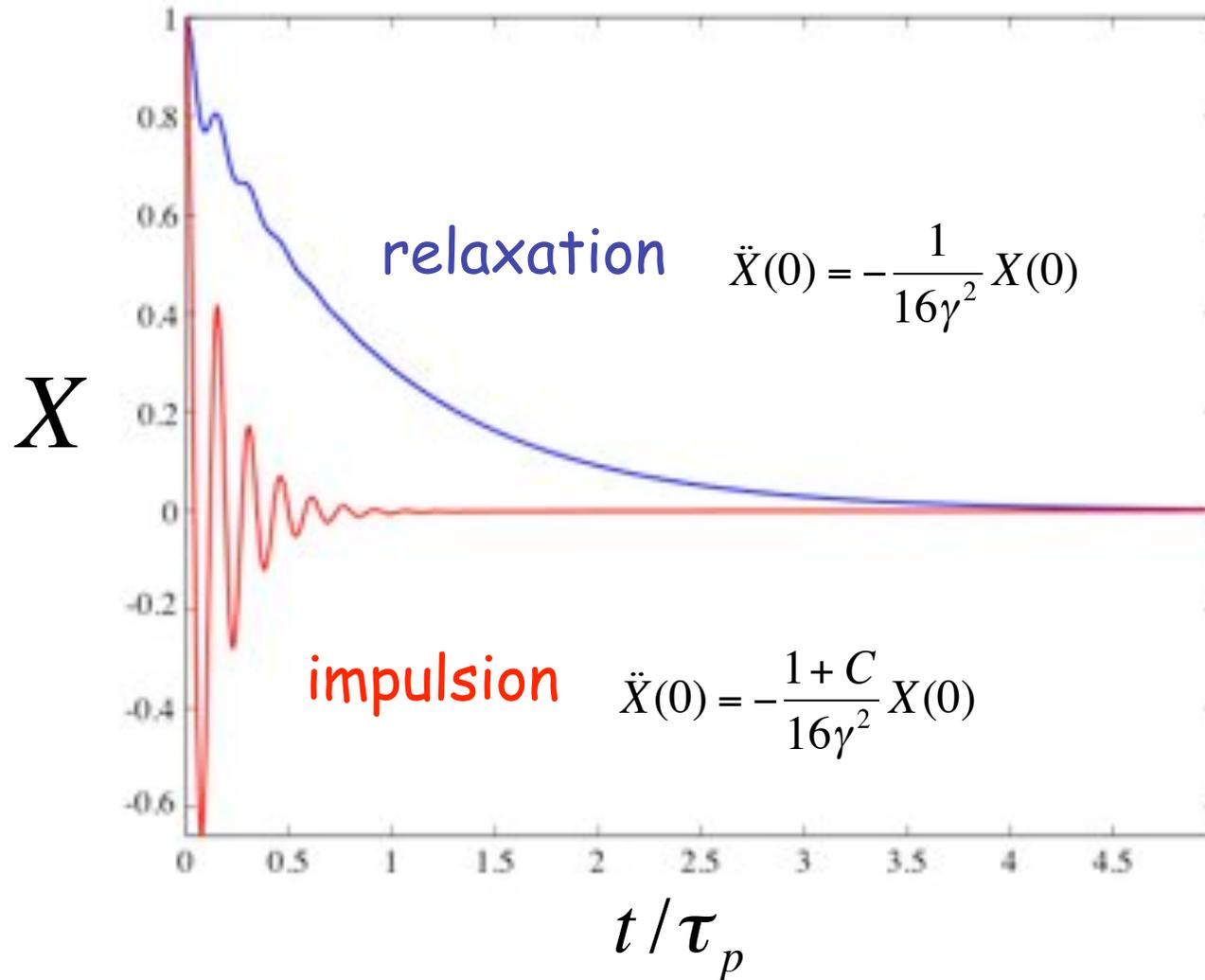
impulsion

échelon



Une poutre poroélastique ?

$$\ddot{X} + \ddot{X} + \frac{(1+C)}{16\gamma^2} \dot{X} + \frac{1}{16\gamma^2} X = 0$$



$$\tau_p \sim \frac{\eta h^2}{kE}$$

Modèle complet de fermeture :
un flambage de coque poroélastique piloté par un
changement de courbure naturelle

- Bilan d'énergie (pas d'inertie):

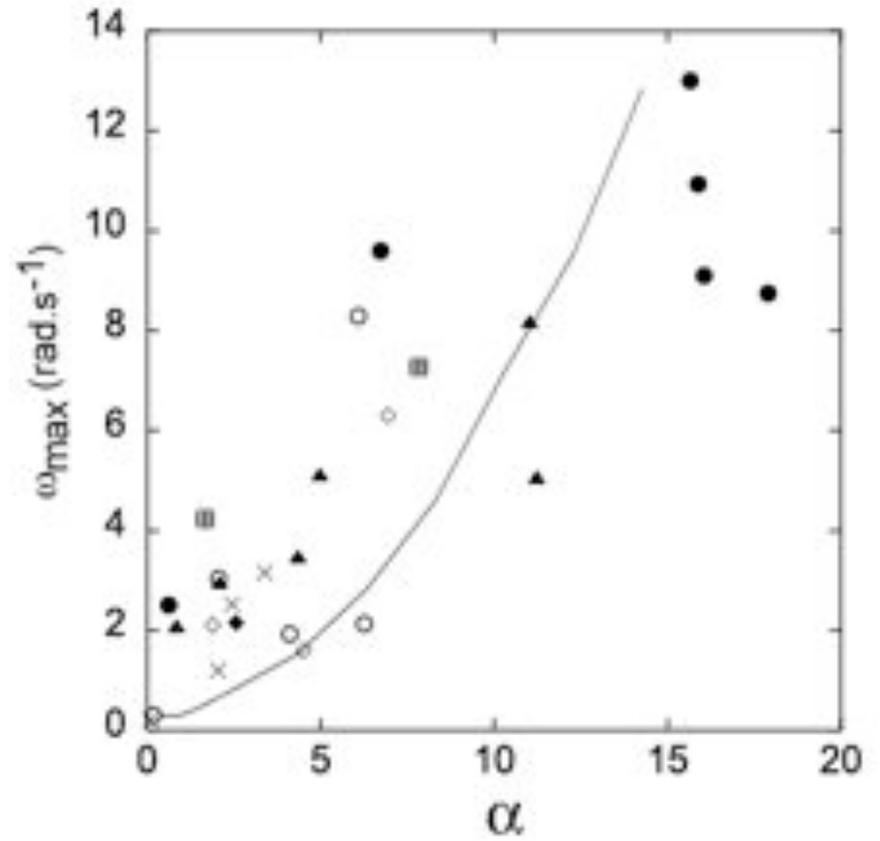
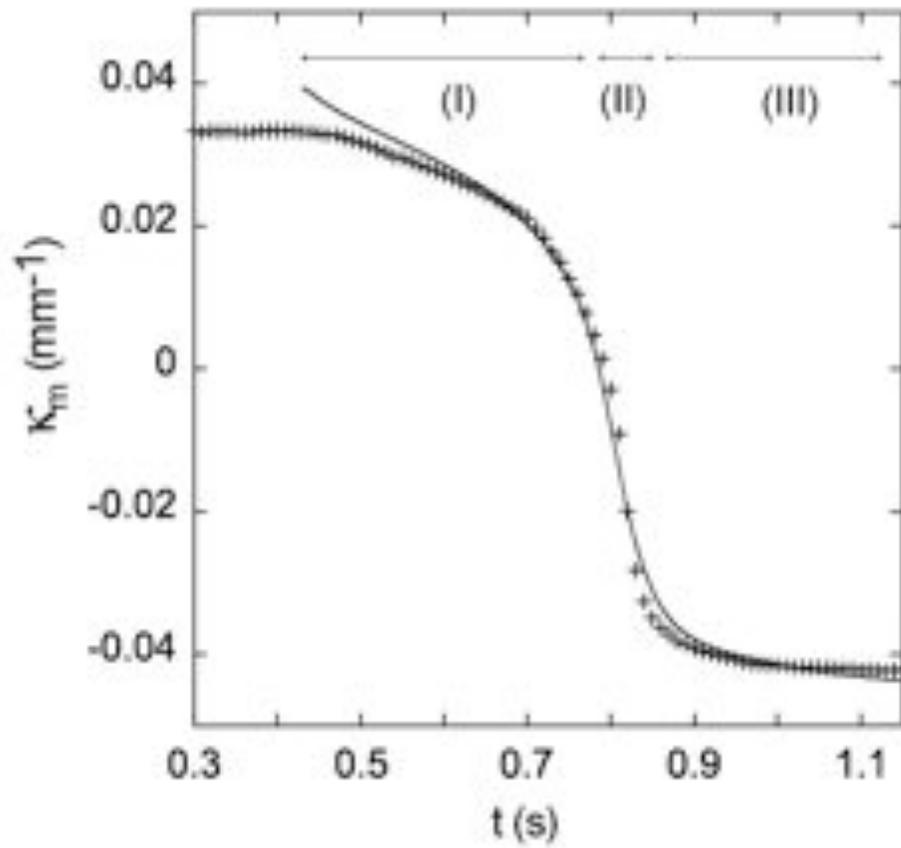
$$\frac{dU_{el}}{dt} = \mathcal{P}_d \quad \mathcal{P}_d = \int \int_{-h/2}^{h/2} p(z, t) z dz (\partial_t \kappa_x + \partial_t \kappa_y) dS$$

- pression fluide (Darcy) :

$$p(z, t) = \frac{4}{\pi^2} h k E \sin \frac{\pi z}{h} \int_0^t e^{-\frac{t-t'}{\tau_p}} (\partial_{t'} \kappa_x + \partial_{t'} \kappa_y) dt'$$

- changement de courbure naturelle :

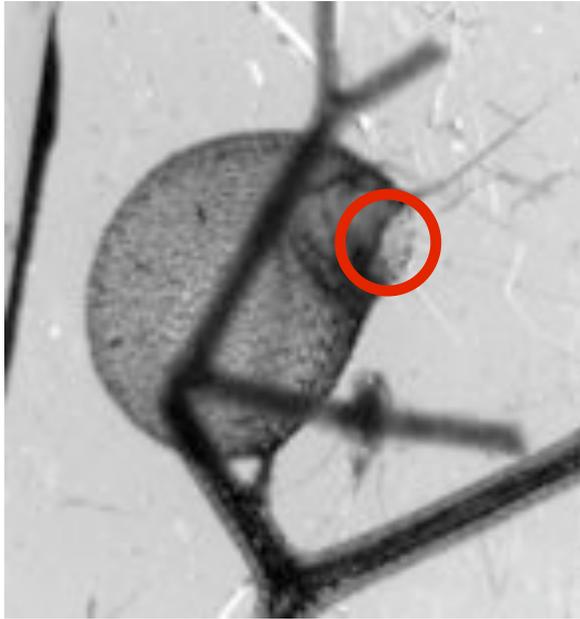
$$\kappa_{xn}(t) = \kappa \left(1 - a \left[1 - e^{-bt/\tau_p} \right] \right)$$



Forterre et al. Nature 2005

et chez d'autres plantes ?

Utricularia



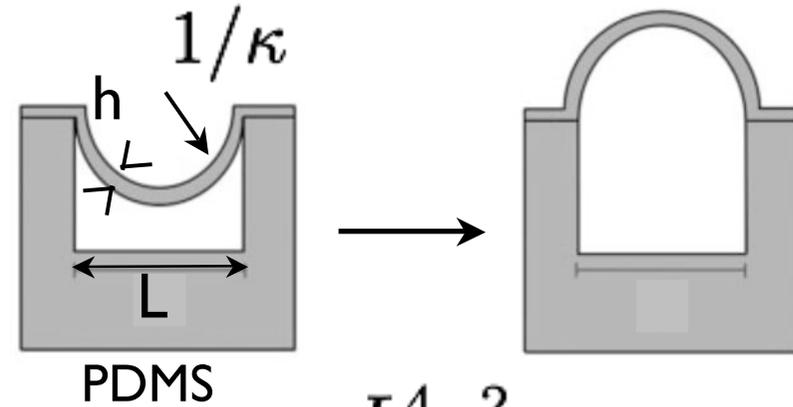
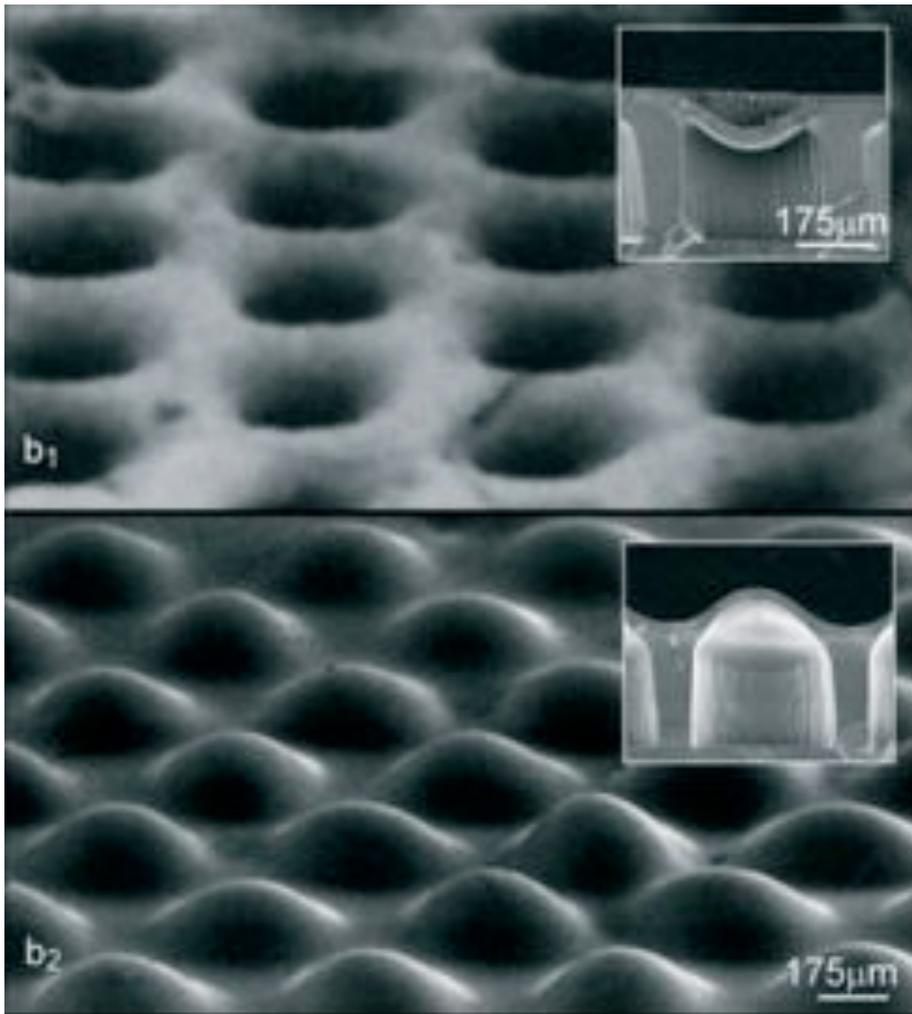
0.5 mm

séquence
200 ms !!!

Film P. Marmottant

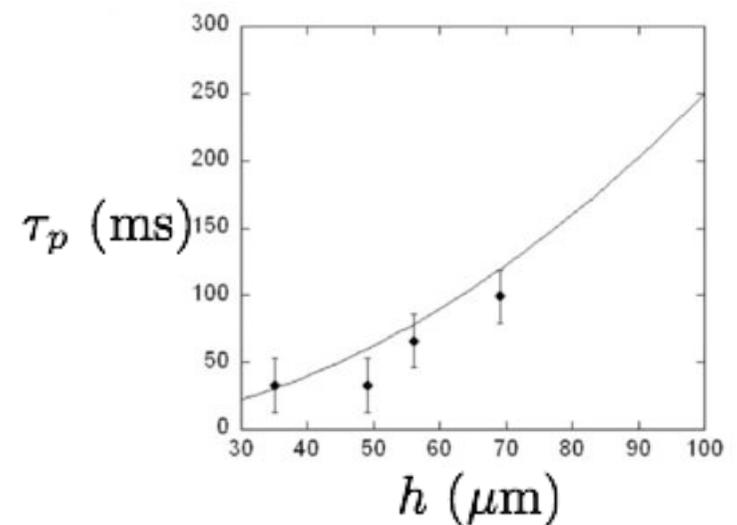
O.Vincent *et al*, soumis (2010)

une application biomimétique



$$\alpha = \frac{L^4 \kappa^2}{h^2} \approx 20$$

$$\tau_p = \frac{\eta h^2}{kE} \approx 30 \text{ ms}$$



Holmes & Crosby Adv. Mat. (2007)