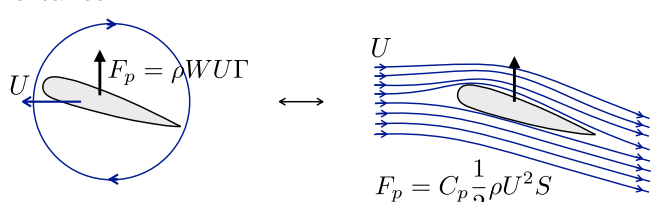


# Option MF : Transports

**À retenir:**

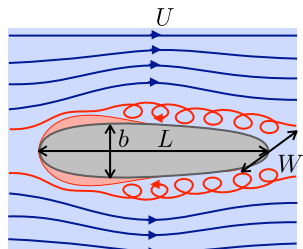
**Portance**



$F_p = \rho W U \Gamma$

$F_p = C_p \frac{1}{2} \rho U^2 S$

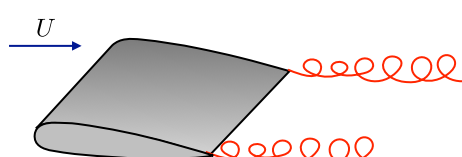
**Trainée de forme**



$Re \gg 1 + \text{décollement}$

$T = C_x \frac{1}{2} \rho U^2 S$

**Trainée induite**



$T_i = C_i \frac{1}{2} \rho U^2 S$

Pour une aile  $S$  = surface ailaire. Pour un autre objet  $S$  = section frontale.

La mécanique des fluides est un ingrédient majeur dans tous les dispositifs utilisés pour nous transporter, que ce soit sur terre, sur l'eau ou dans les airs. Le vent peut propulser un bateau à voile mais aussi entraver le cycliste qui essaie de le braver. Il ne s'agit pas ici de développer d'une manière exhaustive toutes les subtilités des effets de traînée ou de portance mais de mettre en avant des ordres de grandeur qui nous paraissent importants au moment de débats sur les impacts des activités humaines sur l'environnement.

## 1 En voiture

Nous savons tous que plus une voiture roule vite, plus elle consomme. Il est donc intéressant d'estimer le gain en carburant obtenu par une réduction de la vitesse.

*Imaginons que nous réduisions notre vitesse sur autoroute de 130 km/h à 110 km/h et que la dissipation soit essentiellement la force de traînée aérodynamique. Quel est le gain relatif sur la puissance fournie par le véhicule? Quel est le gain relatif en carburant sur tout le parcours?*

Il est aussi intéressant de vérifier que les ordres de grandeurs de notre vie de tous les jours sont cohérents entre eux. Une grosse voiture caractérisée par un  $C_x \simeq 0.35$  et une surface frontale de  $3 \text{ m}^2$  consomme typiquement 6 l d'essence pour 100 km en roulant à 100 km/h.

*Sachant que l'énergie de combustion de l'essence est de l'ordre de 46 MJ/kg, pour une densité de 0.7, quelle est la puissance consommée par le véhicule?*

*Quelle est la puissance dissipée dans les forces aérodynamiques? En déduire le rendement typique d'un moteur à combustion.*

## 2 À bicyclette

Sachant qu'une personne en forme peut développer une puissance  $P_1 \sim 150 \text{ W}$ , on se demande quelle serait la vitesse d'un train caréné transportant  $N$  passagers.

Commençons par un "train" à une place, le *vélo torpille* construit dans les années 1910 par Bunau-Varilla. Ce véhicule est constitué d'un vélo standard entouré d'un carénage permettant de réduire la traînée aérodynamique (Fig. 1). On suppose que la section frontale du carénage est un cercle de rayon  $R \simeq 0.4 \text{ m}$ , conduisant à une section  $S \simeq 0.5 \text{ m}^2$ . On supposera également que le carénage a un coefficient de traînée  $C_x \simeq 0.25$ .

*Quelle est la force de traînée exercée sur le véhicule (qui se déplace à plusieurs km/h)? Quelle est la puissance correspondante? En déduire la vitesse atteinte par une personne standard sur une piste horizontale si elle n'est limitée que par sa traînée aérodynamique.*



Figure 1: *Vélo torpille* mis au point dans les années 1910 par Bunau-Varilla qui battit les records de vitesse de l'époque.

Considérons à présent un train à pédales de  $N$  cyclistes construit sur le même format (cyclistes alignés les uns derrière les autres).

*Si on ne prend pas en compte la friction dans la couche limite le long de la carrosserie, comment évolue la vitesse avec le nombre  $N$  de cyclistes? Par exemple, quelle serait la vitesse avec  $N = 8$ ?*

L'estimation précédente est en réalité optimiste. La longueur du train augmentant avec le nombre de passagers, la traînée de couche limite contribue également à limiter la vitesse. On supposera que cette longueur vaut  $NL_0$  avec  $L_0 \sim 1 \text{ m}$ .

*Si on décrit la couche limite par le modèle de Blasius (comme décrite dans le cours) et que l'on néglige à présent la traînée de forme liée à la section frontale du train, comment s'écrit la force de traînée exercée sur le train en fonction de sa longueur? En déduire l'évolution de la vitesse du train avec le nombre de passagers si la traînée de forme était négligeable devant la traînée de couche limite.*

En réalité la couche limite devient rapidement turbulente conduisant à une traînée de couche limite bien plus élevée. La littérature sur l'aérodynamique des trains indique une contrainte de cisaillement due à la couche limite turbulente de la forme  $\tau = C_f \frac{1}{2} \rho_{air} U^2$  avec  $C_f \sim 0.003$ .

*Comment devrait alors varier la vitesse du train à pédale en fonction de  $N$ ?*

### 3 Ailes et voiles

#### Rappel: comment faire voler un avion?

Dans le TD sur la portance, nous avons vu comment un vortex de circulation  $\Gamma$  couplé à une vitesse de translation  $U$  conduisait à une force de portance. Dans un écoulement à 2D, l'expression de cette force (relation de Kutta-Joukowski) est remarquablement simple:

$$f_p = -\rho \Gamma U$$

$f_p$  étant une force par unité de largeur. En pratique, ce vortex est généré par la couche limite autour de l'aile. L'expérience montre que la circulation est proportionnelle à la vitesse et à la "corde" de l'aile  $\ell$  (sa longueur):

$$\Gamma = \frac{1}{2} C_p U \ell$$

où  $C_p$  est le coefficient de portance. Ceci conduit ainsi à une **force de portance** de la forme:

$$F_p = \frac{1}{2} C_p \rho U^2 S$$

où  $S$  est la surface de l'aile, appelée *surface alaire*.

Déplacer un solide dans un fluide conduit également à une **force de traînée**. À grand nombre de Reynolds, cette force résulte d'une déstabilisation de la couche limite et conduit à une *traînée de forme* qui varie comme  $U^2$ :

$$T = \frac{1}{2} C_x \rho U^2 S$$

Dans la plupart des cas on considère la surface frontale de l'objet, mais pour une aile on utilise comme référence la surface de l'aile, nommée **surface alaire**.

### 4 Tourbillons marginaux

La morphologie particulièrement élancée des ailes de planeurs ou des albatros est frappante (Fig. 2). Une telle géométrie est elle particulièrement performante?

L'écoulement autour d'une aile d'envergure finie est plus complexe que la description 2D que nous avons jusqu'à présent évoquée. En effet, le théorème de Kelvin (voir notes de cours sur les écoulements potentiels) nous indique que la circulation créée par la friction du fluide sur l'aile ne peut pas s'arrêter au bout de l'aile. Cette circulation est ainsi prolongée par deux lignes de tourbillons marginaux émises en bout d'aile. Si ces tourbillons ne se dissipaient pas, ils formeraient une boucle fermée en rejoignant le tourbillon opposé à la circulation autour



Figure 2: Planeur et albatros. On remarquera l'élanement remarquable de leurs ailes.

des ailes produite lors de la mise en mouvement de l'aile (voir notes de cours sur la portance et la traînée). La production de ces tourbillons marginaux conduit à une nouvelle forme de traînée, la traînée induite qui est importante dans tous les problèmes d'ailes.

*Supposons que la circulation dans les tourbillons induits soit la même qu'autour de l'aile  $\Gamma = \frac{1}{2}C_p U \ell$ .*

*Quelle est l'énergie cinétique par unité de longueur contenue dans cette paire de tourbillons? (pour éviter des problèmes de divergence, nous utiliserons des "longueurs de coupure" pour l'intégration à  $\ell$  pour les petites longueurs et  $L$  pour les grandes).*

*En déduire une expression pour la force de traînée induite  $T_i$  (qui va s'ajouter à la traînée de forme que nous avons déjà décrite).*

*Un calcul plus rigoureux qui prend en compte une répartition non uniforme de la circulation autour de l'aile conduit à l'expression classique:*

$$T_i = C_i \frac{1}{2} \rho U^2 L \ell \quad \text{avec} \quad C_i = \frac{C_p^2}{\pi e L / \ell}$$

*où  $e$  est un facteur d'efficacité qui dépend du détail de la forme de l'aile ( $e = 1$  pour un profil optimal).*

*Commenter la pertinence d'une aile élancée pour un planeur (une valeur typique pour un planeur performant est de  $L/\ell \sim 25$ ).*

## 5 Du colibri à l'avion de ligne

Les zoologistes observent que, de manière générale, plus un oiseau est grand (et lourd) plus sa vitesse de vol est élevée. Les données pour différentes espèces d'oiseaux allant du colibri à l'albatros semblent s'aligner sur une loi de la forme  $U \propto m^{1/6}$  (Figure 4). D'une manière étonnante les avions de ligne et dans une certaine mesure les insectes semblent suivre cette même loi. Quelques prototypes d'avions à très basse consommation d'énergie (solaires ou à pédales) se déplacent néanmoins particulièrement lentement par rapport à leurs masse.

Pour interpréter cette loi, supposons que les oiseaux sont à peu près homothétiques, c'est à dire que leur longueur  $H$ , envergure  $L$  et largeur  $\ell$  sont toutes proportionnelles entre elles.

*Quelle relation lie la surface alaire de ces oiseaux homothétiques à leur masse  $m$ ?*

*Donner une expression de la force de portance en fonction de  $m$  et en déduire la relation attendue.*

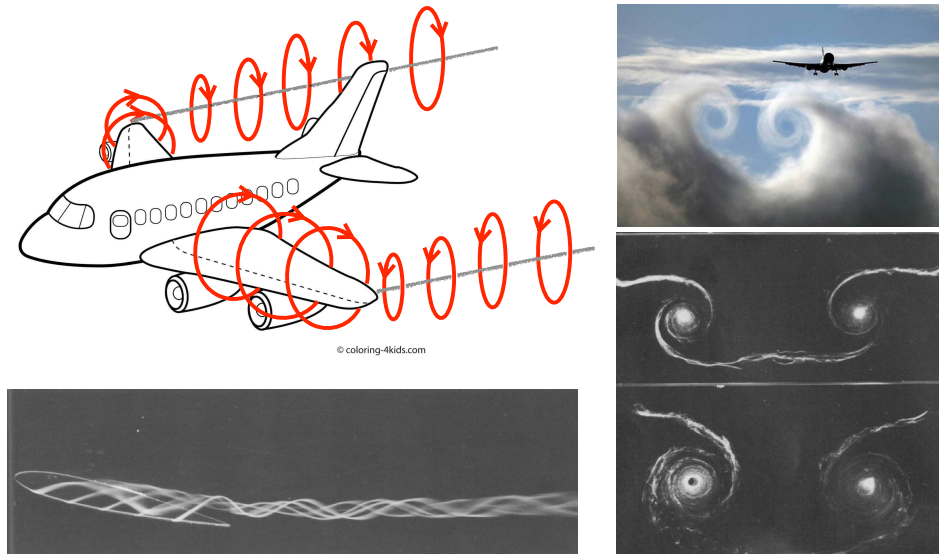


Figure 3: Le vortex créé le long des ailes se poursuit à l'arrière des bouts d'ailes sous la forme de "tourbillons marginaux" qui peuvent être visualisés lorsque l'avion traverse des nuages. On peut également les étudier en laboratoire dans une soufflerie ou comme illustré ici, dans un canal hydraulique (clichés issus de "An album of fluid motion", M. Van Dyke).

*La puissance musculaire fournie par un oiseau est approximativement proportionnelle à sa masse. En déduire qu'il existe une taille maximale pour les plus gros oiseaux (néanmoins la vraie raison peut être autre, fragilité des os des ailes par exemple).*

*Pourquoi est-il avantageux pour les avions à très basse consommation d'énergie de voler à faible vitesse?*

## 6 Comment faire voler une planche à voile ?

Depuis quelques années, on équipe toutes sortes d'engins marins de plans porteurs (foils) afin de remplacer la sustentation archimédienne par une sustentation dynamique. Faire sortir la coque de l'eau permet en effet d'éliminer la traînée de vagues (une autre forme de traînée, spécifique aux corps flottants, liée à la formation de vagues lorsque le corps se déplace à la surface de l'eau). On cherche ici la force de vent minimale pour sustenter une planche à voile équipée de foils. Le plan porteur de ces foils a une envergure de 80 cm, une surface totale de 900 cm<sup>2</sup>, ses caractéristiques de portance et de traînée sont données sur la Fig. 5. Il est monté sur un mât profilé vertical de surface  $S_m = 700 \text{ cm}^2$  dont le coefficient de traînée est  $C_{dm} = 5 \times 10^{-3}$ . La masse totale de la planche est 15 kg. On considèrera un véliplancheur de 65 kg. La surface de voile  $S_v$  est 9 m<sup>2</sup> et on prend son coefficient de portance égal à  $C_p^{voile} = 1.2$  et de traînée  $C_x^{voile} = 0.2$  lorsqu'elle est bien réglée (à peu près à 20° d'incidence par rapport au vent apparent). On considèrera ici que l'angle de la voile est réglé à 15° de l'axe de la planche, ce qui conduit à un angle d'environ 35° entre le vent apparent et l'axe de la planche. La vitesse  $U$  de la planche est typiquement entre 5 et 10 m/s.

*Quel est le nombre de Reynolds de l'écoulement autour du foil ?*

*Estimer la vitesse minimale de la planche pour la faire décoller.*

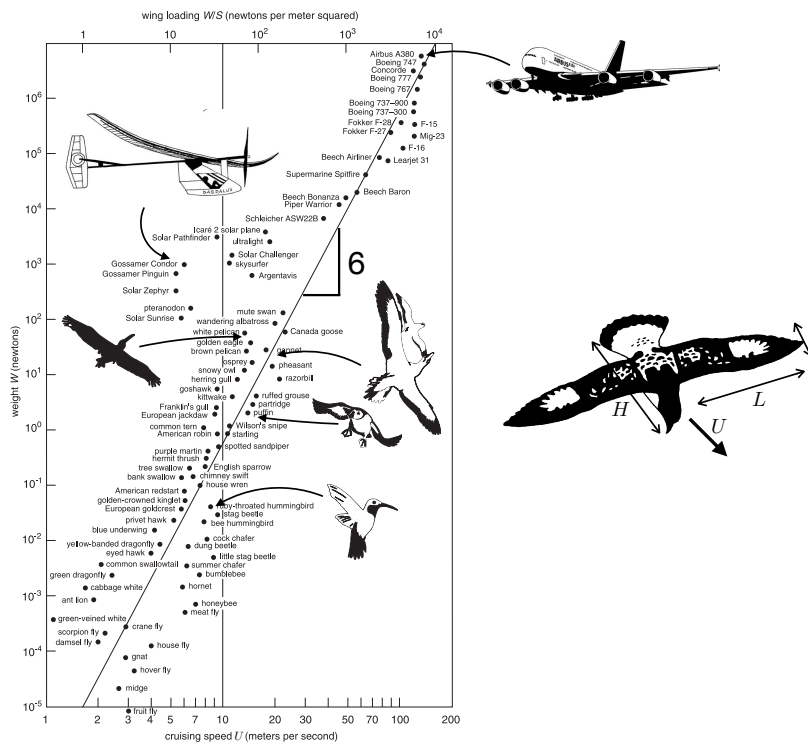


Figure 4: Masse de différentes espèces d’oiseaux, d’insectes et même d’avions en fonction de leur vitesse de croisière (H.Tennekes, *The Simple Science of Flight*, MIT Press 2009). Nous supposons que la forme des oiseaux est homothétique,  $H \sim L \sim \ell$ .

*Estimer la vitesse de vent minimale pour décoller si on navigue vent de travers (si la planche se déplace à  $90^\circ$  du vent réel).*

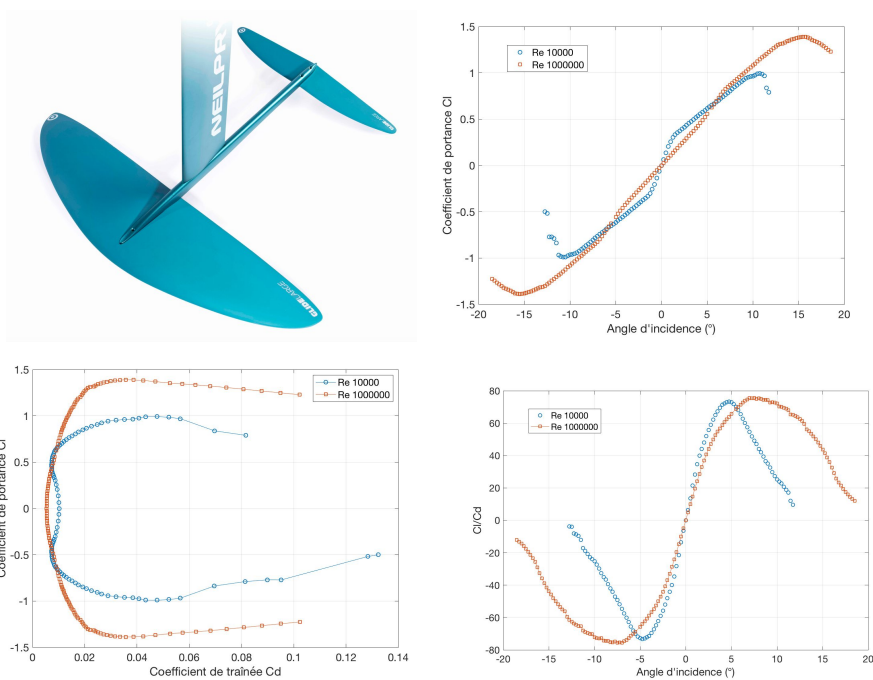


Figure 5: Plans porteurs de planche à voile. Coefficient de portance en fonction de l'angle d'incidence, diagramme portance/trainée et rapport portance sur trainée en fonction de l'angle d'incidence à  $Re = 10^4$  et  $10^6$ .