

Option MF : Énergies

La mécanique des fluides occupe une part importante dans la production d'énergie. Nous illustrons ici quelques exemples d'énergies renouvelables (même si leur impact global sur l'environnement reste ouvert au débat). Comme dans le cas des transports, il s'agit essentiellement de calculs d'ordres de grandeur très simplifiés.

1 Barrages

Une manière de produire de l'énergie est de stocker de l'eau en hauteur en réalisant un barrage sur une rivière et de canaliser un écoulement à travers une turbine (Fig 1). Si h est la hauteur du barrage et Q le débit volumique qui passe à travers la turbine, quelle puissance peut-on espérer récupérer ?

En réalité, le calcul est un peu plus subtil et il existe toujours des pertes de charge qui vont atténuer la puissance récupérée. D'autre part, l'eau qui sort de la turbine a acquis une énergie cinétique au cours de sa chute qui n'a donc pas été transformée par la turbine. Donner une expression de cette énergie cinétique pour une conduite de section S . Montrer qu'il existe un débit optimal Q_{max} pour lequel la puissance récupérée par la turbine est maximale.

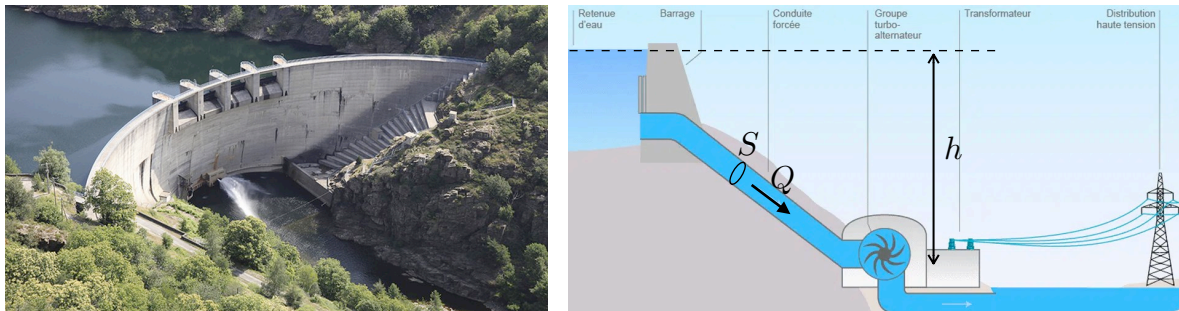


Figure 1: Barrage EDF de Roujanel dans la vallée de l'Ardèche. Schéma de principe du fonctionnement d'un barrage hydroélectrique.

2 Moulins à vent

On se propose de réfléchir au fonctionnement d'un moulin à vent (ou à sa version plus contemporaine, l'éolienne). Pour simplifier le problème, nous supposons que les pales du moulin se composent de panneaux de longueur L et de largeur ℓ placés à une distance R de l'axe de rotation. Nous ferons l'hypothèse $L \ll R$ si bien que nous considérerons une vitesse linéaire uniforme des pales $R\omega$ où ω est la vitesse angulaire de rotation.

Nous supposons également que les pales ont des profils d'ailes analogues à ceux vus en cours avec un rapport optimal $C_p/C_x = 20$ pour un angle d'incidence de l'écoulement sur l'aile $\alpha_0 = 5^\circ$.

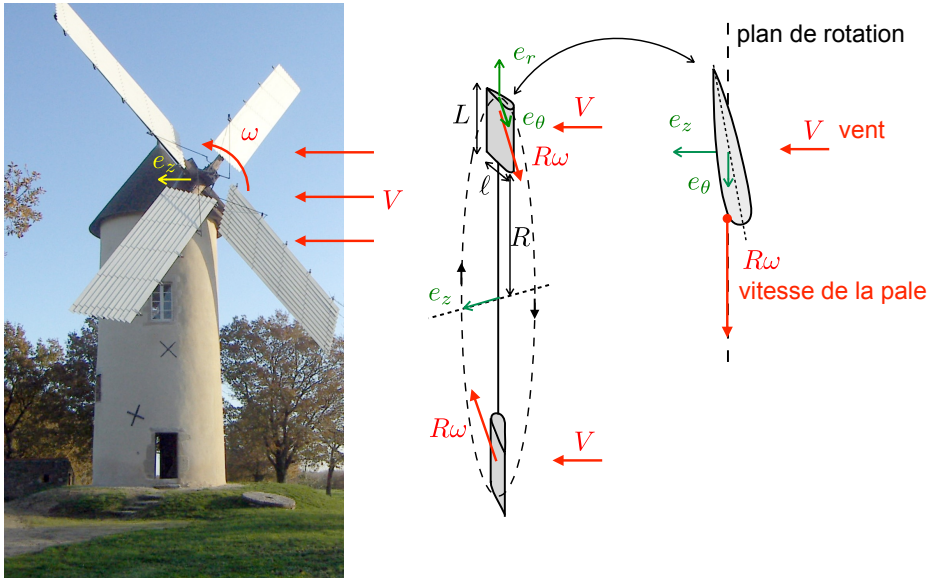


Figure 2: Version simplifiée d'un moulin à vent.

1. Si le vent souffle à une vitesse V dans la direction perpendiculaire au plan de rotation du moulin, quelle est la vitesse V_{app} ressentie au niveau d'une pale? Déterminer l'angle de décalage θ entre V_{app} et le plan de rotation en fonction de V et de $R\omega$.
2. Ajouter les forces de portance et de traînée sur le schéma précédent. Si le moment exercé au niveau de l'axe de rotation est nul, quel est le lien entre la force de portance P et la force de traînée T exercée sur l'aile? Si on ne garde que la partie *forme* dans la force de traînée (on néglige la traînée de couche limite ou la traînée induite en bout d'aile), quelle est alors la vitesse de rotation du moulin? Comment doit-on orienter la pale par rapport au plan de rotation pour que le moulin tourne le plus vite possible?
3. Un moulin qui tourne dans le vide n'est pas très intéressant. Supposons à présent que la rotation soit freinée par un moment résistant \mathcal{M} qui sert par exemple à moudre du grain (ou faire tourner un alternateur pour une éolienne). Dans le cas général, quel moment chaque aile du moulin (de surface alaire S) exerce-t-elle par rapport à l'axe de rotation? En déduire une expression de la puissance \mathcal{P} fournie par les 4 ailes du moulin (pour ceux qui auraient oublié, la puissance d'un couple moteur est donnée par $\mathcal{M}\omega$). Simplifier cette expression dans le cas $\theta \ll 1$ et montrer que cette puissance présente un optimum ω_{opt} en vitesse de rotation (en pratique on peut ajuster cette vitesse en choisissant les bons engrenages pour un moulin traditionnel ou la charge de l'alternateur sur une éolienne).

Estimer la puissance maximale développée par le moulin pour une vitesse de vent de 5 m/s (petite brise), une surface alaire de $4 \times 1 \text{ m}^2$ et un rayon de rotation $R = 3 \text{ m}$. On prendra $C_x = 0.05$.

4. En pratique les pâles d'éoliennes, ou plus généralement les hélices sont twistées (Fig. 4. Pour quelle raison?



Figure 3: Forme twistée d'une pôle d'éolienne moderne.

3 Energie de vagues

Nous avons vu dans le TD sur les vagues, différents régimes où l'amplitude des vagues A est petite devant leur longueur d'onde λ et nous sommes focalisés sur la limite "eau profonde" ($H \gg \lambda$). Nous avons alors mis en évidence deux régimes pour la relation de dispersion, l'un dominé par la gravité et l'autre par la capillarité. Nous nous intéressons ici à la houle qui correspond évidemment au régime gravitaire.

3.1 Rappel: relation de dispersion en lois d'échelles

Les vagues dans la mer ou plus simplement dans une cuve remplie d'eau sont des ondes qui se propagent à une certaine vitesse. Cette vitesse dépend de leur longueur d'onde: le milieu est dispersif. Essayons de déterminer les grandes lignes de la relation de dispersion en loi d'échelle. Sur quelle profondeur typique des ondes de longueur d'onde λ s'atténuent-elles?

La dynamique des vagues est dictée par un effet de balancier entre l'énergie cinétique et une énergie potentielle due à la gravité (et, aux petites échelles, à la tension de surface du liquide).

Montrer que l'énergie cinétique contenue dans une longueur d'onde s'écrit par unité de largeur:

$$\mathcal{E}_c \sim \rho(A\omega)^2\lambda^2$$

Montrer que l'énergie potentielle de gravité correspondante varie comme:

$$U_g \sim \rho g \lambda A^2$$

En déduire la vitesse de phase pour des ondes gravitaires:

$$V_{\varphi_g} \sim (g\lambda)^{1/2}$$

3.2 L'énergie des vagues

Considérons un front de vagues qui se propage sur une mer initialement plane dans la limite "eau profonde" (Fig. 2).

À quelle vitesse le front se propage-t-il?

Quel est le flux d'énergie par unité de largeur correspondante?

Si on stoppe la propagation de ce front par une structure qui absorbe toute l'énergie des vagues, quelle puissance par unité de largeur peut-on espérer récupérer?

Application numérique: $\lambda = 20 \text{ m}$, $A = 50 \text{ cm}$.

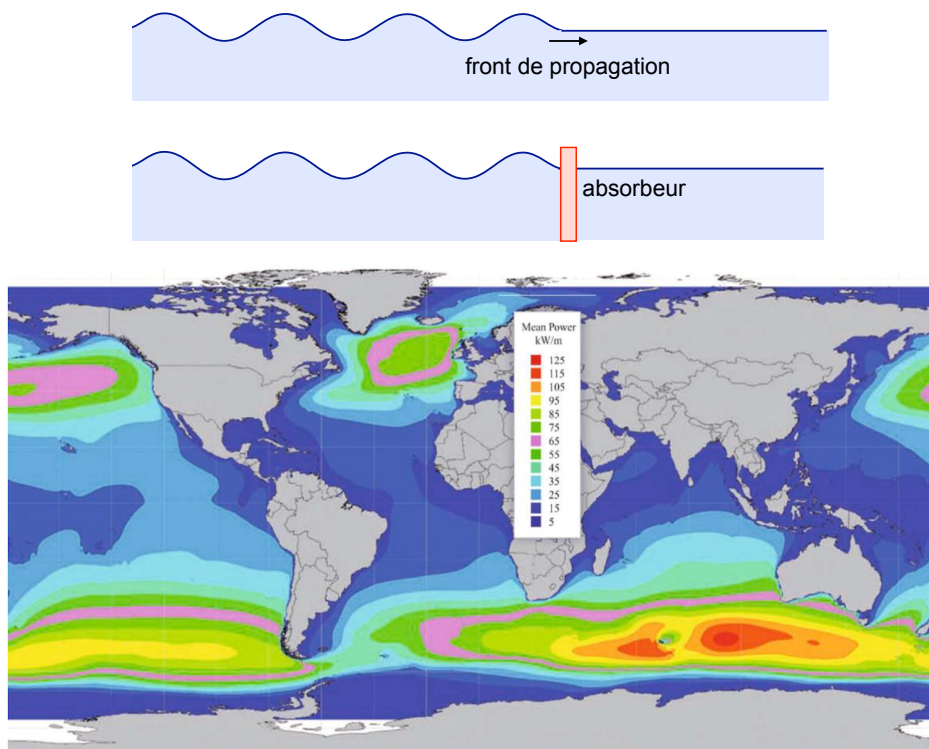


Figure 4: Propagation d'un front d'onde sur une surface initialement plane: une source loin du front produit un flux d'énergie cinétique qui se propage avec le front. On peut rêver récupérer ce flux grâce à une structure absorbante. Quelle puissance peut-on espérer absorber? La carte indique la puissance moyennée sur une année de la puissance des vagues de l'océan par unité de largeur (source: A.M. Cornett, A global energy resource assesment).

3.3 Les vagues de surf

Les vagues qui déferlent font le bonheur des surfeurs. Ce déferlement se produit près du rivage lorsque la profondeur d'eau diminue (Fig. 3). Qualitativement, on observe que la longueur d'onde de la houle diminue et que les vagues se raidissent en approchant du rivage.

Au voisinage du littoral, l'hypothèse eau profonde n'est plus valable. Que deviennent les expressions de l'énergie cinétique et de gravité en lois d'échelle? Quelle est la vitesse des ondes?

Comment évolue leur longueur d'onde? Comment s'écrit le flux d'énergie cinétique par unité de largeur sur une coupe verticale?

Si ce flux est conservé (on supposera que la pente du fond est douce), comment varie l'amplitude des vagues avec la profondeur moyenne?

Quel est l'effet des non-linéarités sur la forme des vagues?

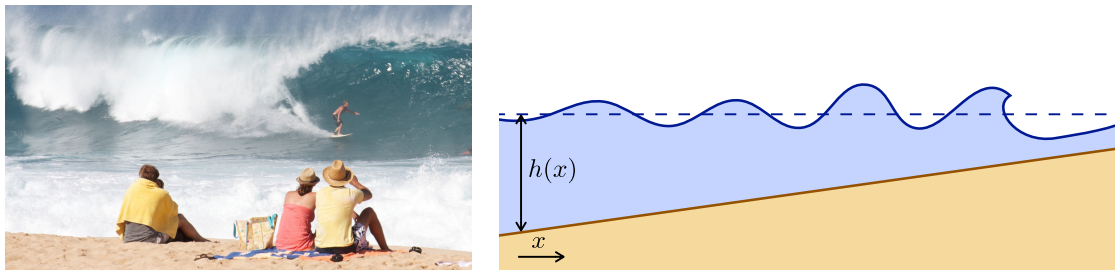


Figure 5: Surf à Hawaï. Transition d'un régime d'eau profonde à peu profonde.