

# Capillarité

*Quelles sont les questions scientifiques ou techniques?*

Imprégnation capillaire.

Mesure de tensions de surface.

Récession d'un bord libre.

Oscillations d'une surface libre.

*Par quelles expériences y répondre?*

Imprégnation d'un tube capillaire modèle puis d'un matériau poreux.

Expérience de la goutte pendante, force sur une plaque.

Extrusion à travers une buse de section rectangulaire.

*Quelles techniques expérimentales?*

Visualisation directe de l'imprégnation.

Ajustement du profil d'une goutte pendante, utilisation d'un tensiomètre commercial.

Visualisation directe de la formation d'une nappe liquide.

*Quels sont les résultats?*

À vous de les montrer à travers des graphes clairs.

*Comment les interpréter?*

Ingrédients physiques, lois d'échelle, ajustement de courbes expérimentales: à vous de jouer!

## Phénomènes capillaires

Lors de son voyage lunaire, le Capitaine Haddock fait une expérience remarquable. Il observe qu'une goutte d'eau (certes, un peu alcoolisée) est sphérique en apesanteur (Fig. 1) : le liquide minimise ainsi son *énergie de surface*. Les molécules d'une phase condensée (solide ou liquide) sont en effet soumises à des forces cohésives avec leurs voisines. Créer une interface revient donc à perdre une partie de cette énergie de cohésion. Cette énergie à payer est l'énergie de surface  $E_s$  ; elle est proportionnelle à l'aire de l'interface  $A$  et à un coefficient  $\gamma$  dénommé *tension de surface* :

$$E_s = \gamma A.$$



Figure 1: (a) Imprégnation d'un dosimètre de glycémie. (b) Oscillateur microfluidique (image Manu Prakash). (c) Ascension d'un liquide dans des tubes par capillarité

La tension de surface est à l'origine des phénomènes *capillaires* qui sont omniprésents à l'échelle submillimétrique: formation des gouttes de pluie, imprégnation des matériaux poreux ou sustentation d'insectes à la surface d'une mare. De nombreux systèmes

microfluidiques mettent en jeu la capillarité (imprégnation d'un dosimètre de glycémie, systèmes à gouttes isolées). Mal contrôlée, la capillarité est cependant une source de désagréments (les circuits sont communément bloqués par des bulles d'air). L'objectif de ce TP est de mesurer cette quantité par les techniques les plus courantes. En toute rigueur, une tension de surface met en jeu les deux composés présents de part et d'autre de l'interface, liquide/gaz, liq.1/liq.2, liquide/solide ou solide/gaz (pour simplifier, la tension de surface entre un liquide et l'air est en général notée simplement  $\gamma$ ). Son unité de mesure est le N/m (ou J/m<sup>2</sup>).

#### *Note sur les angles de contact*

Généralement une goutte de liquide déposée sur un solide ne s'étale pas complètement : on parle dans ce cas de mouillage *partiel*. La calotte sphérique observée est caractérisée par un angle de contact  $\theta$  (Fig. 2). Cet angle est lié aux tensions de surfaces entre le liquide, l'air et le solide, via la relation de Young :

$$\cos \theta = \frac{\gamma_{sol/air} - \gamma_{sol/liq}}{\gamma}$$

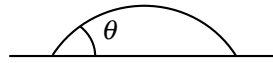


Figure 2: Angle de contact en mouillage partiel

Cet angle de contact complique la détermination d'une tension de surface. Cependant, dans le cas où  $\gamma < (\gamma_{sol/air} - \gamma_{sol/liq})$ , le liquide s'étale complètement sur le solide :  $\theta = 0$  (la valeur du cosinus de l'angle reste en effet bornée à 1). Nous chercherons à assurer cette situation de *mouillage total* pour effectuer nos mesures.

## 1 Imprégnation capillaire

### 1.1 Ascension capillaire: hauteur d'équilibre

Lorsqu'un tube capillaire est plongé dans un liquide mouillant, une colonne de liquide monte dans le tube par *capillarité* (Fig. 3). À l'équilibre, le niveau atteint par le liquide est donné par la loi de Jurin :

$$h = \frac{2\gamma \cos \theta}{\rho g r}$$

Dans le cas où le liquide mouille parfaitement la paroi du tube ( $\theta = 0$ ), la valeur de la tension de surface peut être facilement déterminée par cette relation.

*En réalisant une expérience avec de l'éthanol, déduire une estimation de sa tension de surface ( $\rho = 790 \text{ kg/m}^3$ ) au moyen de ce dispositif (les rayons des tubes sont indiqués sur leur support).*

### 1.2 Dynamique de l'imprégnation : loi de Washburn

Considérons à présent un tube horizontal. Dans ce cas la gravité ne s'oppose plus à la capillarité et l'imprégnation du tube se poursuit sur toute sa longueur.

*Mesurer la dynamique de l'imprégnation en filmant l'avancée du liquide. Comment varie la longueur imprégnée au cours du temps?*

*Quels sont les ingrédients physiques qui dictent la dynamique d'imprégnation?*

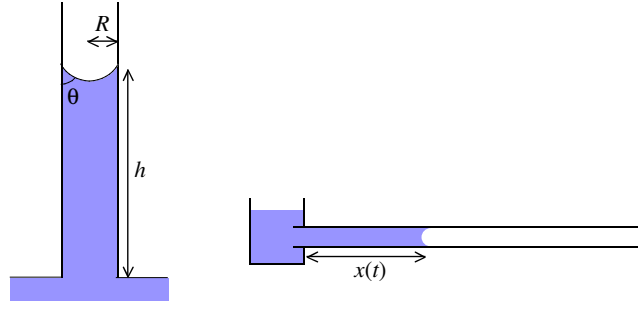


Figure 3: (a) Montée d'un liquide dans un tube vertical. (b) Imprégnation d'un tube horizontal.

*Dans un premier temps, interpréter vos résultats en loi d'échelle pour vérifier si vous avez trouvé un mécanisme plausible. Vérifier quantitativement la loi en déterminant son préfacteur (la viscosité de l'éthanol vaut  $\eta = 1.2 \text{ mPa.s}$  à température ambiante).*

Mettons à présent un morceau de papier buvard en contact avec un réservoir de liquide mouillant. Un front d'imprégnation monte le long du papier : le liquide est également aspiré par capillarité.

*Compte-tenu de la taille caractéristique des pores dans du papier, la gravité joue-t-elle un rôle dans cette expérience? Mesurer la dynamique d'imprégnation d'une bandelette en papier filtre gradué. Dédurre une estimation quantitative de la taille des pores dans le papier. L'ordre de grandeur semble-t-il réaliste?*

## 2 Comment mesurer une tension de surface?

La loi de Jurin est l'expérience historique qui a permis d'estimer des tensions de surface pour la première fois. Cette méthode est toutefois limitée car elle demande une connaissance précise de l'angle de contact. Cet angle dépend de l'état de propreté de la surface, qui peut poser des problèmes de reproductibilité (essayez par exemple de faire monter de l'eau dans un tube capillaire même neuf). En pratique, deux techniques sont très couramment utilisées: le tensiomètre de Wihelmy qui demande un appareillage un peu sophistiqué et la méthode de la goutte pendante qui sur le principe est beaucoup plus simple.

### 2.1 Méthode de Wihelmy

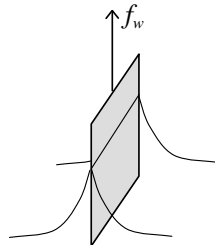


Figure 4: Ménisque sur une plaque

Cette technique consiste à mesurer la force capillaire qu'exerce un ménisque sur une

plaque. La force est proportionnelle à la tension de surface et permet ainsi de la mesurer. Il faut à nouveau s'assurer que le liquide mouille parfaitement le solide (les plaques sont recouvertes de platine qui, propre, est mouillé par tous les liquides usuels).

On affleure délicatement la surface d'un liquide avec une plaque verticale. Au moment du contact, un liquide monte brutalement (Fig. 4). La force  $f_w$  exercée par ce ménisque sur la plaque est donnée par la relation :

$$f_w = p \cdot \gamma \cos \theta,$$

où  $p$  est le périmètre de la ligne de contact du liquide sur le solide (cette force correspond au poids du liquide dans le ménisque). Le tensiomètre mesure cette force (on fait un "zéro" par rapport au poids de la plaque) et affiche la tension de surface correspondante (en  $mN/m$ ). Cette mesure suppose que l'angle de contact est nul, ce que l'on assure en nettoyant la lame de platine par pyrolyse.

*Déterminer par cette méthode la tension de surface de l'éthanol ou de l'eau. Utiliser pour cela le petit bécher prévu pour ce liquide (qui est un peu pénible à nettoyer). Vous pourrez aussi mesurer la tension de surface de l'eau qu'utilisent vos camarades pour la cuve à vagues.*

## 2.2 Goutte pendante

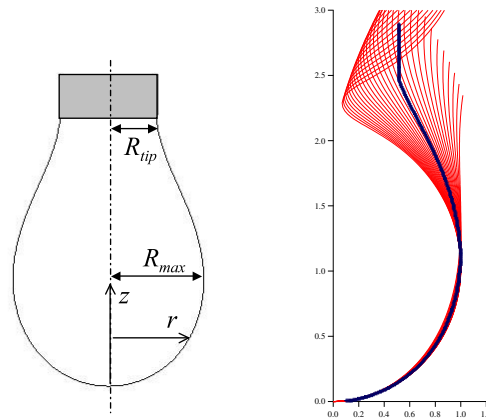


Figure 5: (a) Goutte pendante à l'extrémité d'un tube. (b) Superposition du profil de la goutte aux profils calculés.

La forme globale d'une goutte pendante dépend d'un équilibre entre gravité et capillarité. Il est ainsi possible de comparer le profil de la goutte obtenu sur un cliché photographique à un profil issu de la résolution numérique de l'équation de Laplace qui dicte la forme de la goutte axisymétrique (cette équation non linéaire ne possède pas de solution générale analytique) :

$$\gamma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = -\rho g z + \gamma \frac{2}{R_0},$$

$$\frac{1}{R_1} = \frac{d^2 z / dr^2}{[1 + (dz/dr)^2]^{3/2}} \quad \frac{1}{R_2} = \frac{1}{r} \frac{dz/dr}{[1 + (dz/dr)^2]^{1/2}},$$

où  $R_1$  et  $R_2$  désignent les rayons de courbure principaux de l'interface et  $R_0$  la courbure à l'extrémité inférieure de la goutte. Pour un liquide d'une tension de surface donnée,

une famille de solutions est possible en fonction du volume de la goutte (le paramètre  $R_0$  permet de recouvrer cette famille). Avant sa résolution numérique, l'équation est d'abord adimensionnée par la longueur capillaire  $l_c = (\gamma/\rho g)^{1/2}$ . Afin de simplifier la comparaison entre les différentes courbes, leur coordonnées sont renormalisées par rapport au rayon maximal (Fig.5a) et le facteur de renormalisation de chaque courbe est stocké en mémoire (Fig.5b).

En pratique, le profil de la goutte sera capturé avec une caméra CCD ou un réflex numérique doté d'un objectif macro. Les images seront analysées avec le logiciel ImageJ à l'aide du plugin 'Pendent drop'. Il faudra d'abord indiquer l'échelle spatiale de l'image (i.e. correspondance pixel/mm).

*Déterminer par cette méthode la tension de surface de l'eau.*

### 3 Nappe et tresse liquides

Le déplacement d'un fluide induit par la tension de surface se rencontre également lorsque qu'il existe un bord libre dans un film liquide. C'est le cas par exemple lors du démouillage d'un film mince déposé sur un substrat non-mouillant, lors de la coalescence de gouttes ou bien de l'éclatement d'une bulle de savon. En effet, si le film liquide est percé, la tension de surface induit une force au niveau du bord libre qui va agrandir le trou, comme le ferait une membrane élastique mise sous tension.

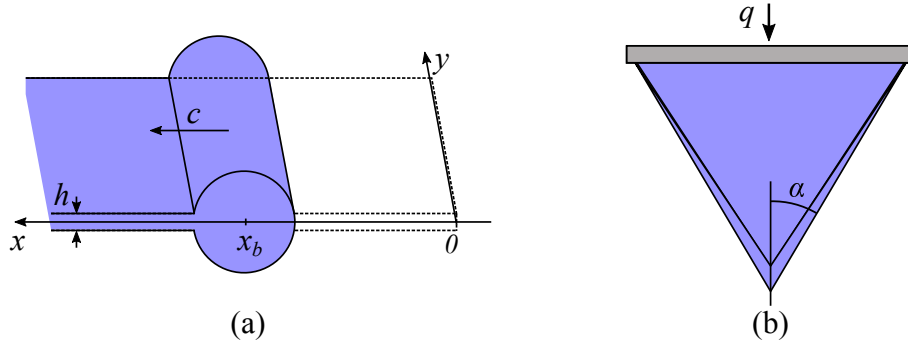


Figure 6: (a) Récession d'un bord libre d'une nappe liquide initialement au repos dans l'air. (b) Formation d'une nappe liquide dans l'air par extrusion à travers une buse de section rectangulaire.

#### 3.1 Vitesse de récession d'un bord libre

Considérons dans un premier temps un film d'épaisseur constante  $h$  présentant un bord libre le long de l'axe  $y$  (Fig.6a). Pour un fluide peu visqueux suspendu dans l'air, le bord libre va se déplacer dans la direction perpendiculaire (le long de l'axe  $x$ ) à la vitesse

$$c = \sqrt{\frac{2\gamma}{\rho h}}.$$

où  $\rho$  est la masse volumique du liquide qui s'accumule dans un bourrelet de forme cylindrique localisé à la position  $x_b$ .

*A partir de la conservation de la masse et de la quantité de mouvement, retrouvez l'expression de  $c = dx_b/dt$ . On considère qu'à  $t = 0$  le bord libre est localisé à  $x = 0$  et que sa masse est nulle.*

### 3.2 Nappe liquide

Si maintenant un écoulement est imposé le long de l'axe  $y$ , la position du bord libre est stationnaire et fait un angle  $\alpha$  avec l'axe  $y$  si la vitesse  $u$  de l'écoulement est plus grande que  $c$ .

*Déterminer la relation qui existe entre  $\alpha$  et  $u$ .*

Un montage permet d'observer l'extrusion d'eau à haute vitesse à travers une buse de section rectangulaire. Une nappe liquide d'épaisseur homogène est alors créée. Elle présente une forme triangulaire du fait de la récession du bord libre (Fig.6b). La largeur  $w_0$  de la buse est égale 1 mm et la hauteur  $h_0$  à 0,1 mm. L'écoulement est réalisé à l'aide d'un pousse seringue. Veiller à bien utiliser de l'eau déminéralisée et un filtre seringue afin de ne pas boucher l'injecteur.

*Dans un premier temps, déterminer le débit minimum à partir duquel une nappe liquide est créée. Mesurer ensuite l'évolution de l'angle  $\alpha$  en fonction du débit  $q$  en prenant une image de la nappe lorsque l'angle est stationnaire (positionnez le zoom à 3X). Le débit maximum est de l'ordre de 3000 ml/h. Veiller à arrêter le pousse seringue avant la fin de course du piston, la seringue se vide rapidement à ces débits.*

*Vérifiez la loi de  $\alpha$  en fonction de  $q$  à partir de la loi précédemment établie en fonction de  $u$  en faisant l'hypothèse que  $u$  correspond à la vitesse moyenne dans la buse. Est-ce que le préfacteur est correctement prédit ? Commenter*

### 3.3 Tresse liquide

Intéressons nous maintenant à la région après l'impact des deux bourrelets qui donne lieu à des oscillations de l'interface sous la forme d'une tresse. Utiliser le zoom minimal (0,75X) pour prendre des images du phénomène.

*Déterminer comment varie la longueur d'onde des oscillations pour différents débits. En déduire une fréquence correspondante. Proposer une loi d'échelle de cette fréquence.*