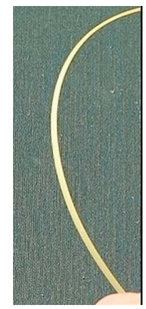
TP Fragmentation de spaghettis

Avez-vous déjà essayé de casser un spaghetti en le tenant par les deux extrémités et en le pliant jusqu'à ce qu'il se fragmente (voir figure ci-dessous)? Le spaghetti se casse-t-il généralement en deux morceaux? Si ce n'est pas le cas, en combien de morceaux? Pouvez-vous le casser en deux?
Si vous n'avez jamais essayé, arrêtez de lire et prenez un spaghetti dans la boîte posée sur la table et essayez.

La première mention d'une expérience sur ce sujet se présente sous la forme d'une histoire de Richard Feynman et de son collègue qui ont essayé de casser un spaghetti en deux. Après de nombreuses heures et des kilos de pâtes, ils ont décidé qu'ils ne pouvaient pas les casser en deux et qu'ils n'avaient aucune idée de la raison pour laquelle c'était le cas. Pendant de nombreuses années, l'énigme est restée sans réponse, jusqu'aux travaux d'Audoly et Neukirch en 2005. Ils ont montré qu'une interaction intéressante entre les ondes de flexion soudaines et la courbure locale après que les spaghettis ont été pliés au-delà d'un certain point provoque un effet de retour, où une partie de l'énergie de la rupture se répercute sur les autres parties des spaghettis et provoque d'autres ruptures.



L'expérience d'Audoly et de Neukirch[1] n'est pas la seule chose intéressante que l'on peut faire avec des spaghettis ! Nous nous concentrerons ici sur une autre, qui explore un phénomène appelé *flambage dynamique*. Ce TP est basé sur les travaux de Gladden *et al.*[2], qui ont réalisé une série d'expériences en laissant tomber un projectile sur un spaghetto fixé verticalement. La Fig. 1 illustre le processus. La deuxième image est prise quelques microsecondes après l'impact et on peut y voir une perturbation sinusoïdale, ce qui est très différent de la demi-longueur d'onde observée dans le flambage d'Euler. Sur les images suivantes, le spaghetto s'est suffisamment déformé pour commencer à se briser.

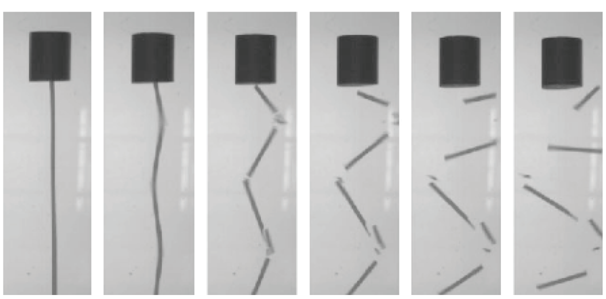


Figure 1. **Flambement dynamique d'un spaghetto.** Un projectile en aluminum (25g) de vitesse $U_0 = 3.5$m/s est lancé sur un spaghetto (diametre $d = 1.9$mm, longueur $L = 24$cm, module de Young $E = 2.9$GPa, masse volumique $\rho = 1.5\mathrm{g/cm}^3$). L'intervalle entre les images est de 236μs.

1. Identification de la longueur d'onde λ pour différents diamètres de spaghetti

Dans l'article de Gladden *et al.*, les auteurs calculent une longueur d'onde préférentielle λ pour l'instabilité de flambage d'un spaghetto de longueur L :

$$\frac{\lambda}{d} = \frac{\pi}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{c}{U_0}}, \tag{1}$$

[1] B. Audoly et S. Neukirch, 2005. *Fragmentation of rods by cascading cracks: why spaghetti do not break in half*, PRL 95, 095505. Ils ont également reçu un prix IgNobel pour ce travail.

[2] J.R. Gladden, N.Z. Handzy, A. Belmonte et E. Villermaux, 2005. *Dynamic Buckling and Fragmentation in Brittle Rods*, PRL 94, 035503.

où $c = \sqrt{E/\rho}$ est la vitesse du son, ρ est la densité du spaghetto, E le module d'Young, d est le diamètre du spaghetto et U_0 est la vitesse du projectile.

1.1. λ à partir de statistiques sur les fragments

Votre objectif est de tester l'Eq.(1) en déterminant la longueur d'onde λ à partir des statistiques des longueurs de fragments, qui devrait présenter des pics autour de $\lambda/4$ et $\lambda/2$. Dans l'expérience, vous laisserez tomber des impacteurs (guidés dans un cylindre vertical) d'une hauteur variable sur des spaghettis avec un diamètre de votre choix et une vitesse d'impact. On choisira une taille de spaghetti, et une hauteur de chute et vous vous concentrerez sur cette configuration. Commencez par casser 10 à 20 spaghettis et faites des statistiques sur la longueur des fragments. Il n'y aura pas assez de fragments pour obtenir de bonnes statistiques, vous devrez donc en casser davantage, probablement entre 40 et 60 spaghettis.

Analyse de la longueur des fragments à l'aide d'ImageJ

Vous pouvez utiliser **ImageJ** pour trouver rapidement toutes les longueurs de fragments. Placez vos fragments sur le carton noir que vous trouverez sur votre bureau. Prenez une photo et importez-la dans ImageJ (assurez-vous que vous pouvez voir une règle dans votre image afin de régler l'échelle correctement). Vous devez régler l'échelle de l'image (Analyze/Set Scale), rendre l'image noir et blanc (Image/Type/8-bit) et la seuiller de manière à ce que vos spaghettis soient noirs et le fond blanc (Image/Adjust/Threshold, utilisez le curseur ou sélectionnez le fond blanc).

L'outil principal que vous utiliserez pour les fragments est "Analyser les particules"(Analyze/Analyze Particles) - il mesurera toutes les régions connectées au-dessus du seuil. Veillez à ce que l'option "Fit ellipse" ou une option similaire soit sélectionnée dans l'option "Analyze/Set Measurements" ; vous trouverez de plus amples informations pour vous aider à sélectionner les bonnes mesures ici http://imagej.nih.gov/ij/docs/menus/analyze.html#set. Vous devrez également activer les options "Display results" et "Clear results". Le tableau final avec les résultats peut être sauvegardé et importé dans Python pour une analyse plus détaillée. Utilisez **Google Colab** et le starter notebook que vous pouvez trouver sur **moodle.psl.eu**.

Comment vos résultats se comparent-ils à ceux de Gladden et al. ? L'équation (1) montre que λ ne dépend pas de la longueur L du spaghetto. Pourquoi est-ce physiquement raisonnable ?

1.2. λ à partir d'images prises avec une caméra rapide

Utilisez *Phantom high-speed camera* pour capturer l'onde de compression avant la fragmentation des spaghettis (voir le manuel d'instructions). Pour une série de diamètres de spaghettis (N^o1,3,5,7) et une série de vitesses d'impact (choisissez 4 hauteurs d'impact), enregistrez temporairement l'impact. De ces vidéos, extrayez les images pertinentes à partir desquelles vous pouvez déterminer λ et U_0.

Ces images peuvent maintenant être importées dans **ImageJ** et λ peut être mesuré. Assurez-vous simplement que vous disposez d'une échelle de référence dans votre cadre de vision. Utilisez votre python notebook sur **Colab** pour toutes les autres analyses de données. Vous devez mesurer la vitesse d'impact à partir des images et vérifier qu'elle suit bien la loi de chute attendue).

Comment les valeurs mesurées avec plus de précision se comparent-elles à celles que vous avez extraites des distributions de fragments ? Si diffèrent, essayez de comprendre pourquoi.

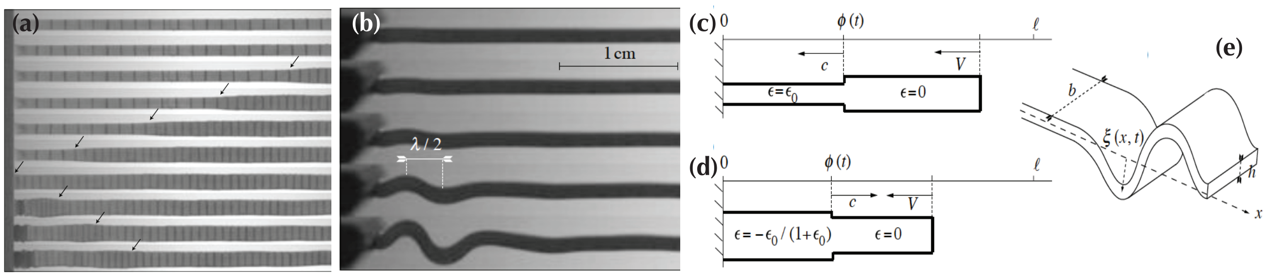


Figure 2. (a) Propagation d'un front dans un élastique serré avec un étirement initial $\epsilon_0 = 1$. Le front (marqué par la flèche) se propage vers l'extrémité serrée et entraîne la région libre. (b) Premiers stades du flambage dynamique d'un élastique serré avec $\epsilon_0 = 0.3$. (c) Schéma de la propagation du front sans contrainte. (d) Le front rebondissant se propageant vers l'arrière. (e) Schéma du flambage dynamique d'un élastique. D'après Vermorel *et al.*

Cette méthode étant bien plus rapide, pouvez-vous tester la loi (1) en faisant varier vitesse d'impact et diamètre du spaghetto ? Proposer un diagramme sans dimension pour présenter toutes vos données.

2. Flambage dynamique d'un élastique lâché

Le flambage dynamique peut être observé dans un système complètement différent. Si nous fixons un élastique à une extrémité et que nous l'étirons en tirant sur l'autre extrémité, lorsque nous le relâchons, il claque et se tortille. Pourquoi?

2.1. Front de détente

Après le lâcher, une onde de détente axiale commence à se propager le long de l'élastique, comme on peut le voir sur la figure 2(a). Le front d'onde sépare un domaine relâché (mais en mouvement à vitesse V), et un domaine encore étiré (immobile) du matériau élastique.

Faites des films de lâcher de languette étirée (tenue tout simplement à la main) pour différentes extensions initiales ϵ_0 (prise de vue comme sur la figure 2(a)). Exporter comme suite d'images, et les importer dans ImageJ comme stack. Faire un "reslice" pour observer le mouvement des lignes marquées.

Mesurer la vitesse c de ce front pour les languettes en latex de deux épaisseur (prendre des images à haute fréquence   30 000 fps). La valeur de c est-elle raisonnable? Pour répondre à cette question, mesurer le module d'Young E de vos languettes à l'INSTRON (le groupe fracture ne l'utilise que très peu de temps). La vitesse des ondes de traction/compression dans un solide est $c = \sqrt{E/\rho}$.

Mesurer la vitesse V de la languette une fois le front passé. Pouvez-vous interpréter la prédiction en lisant l'article de Vermorel[3] et al (fourni) ?

$$V = c\frac{\epsilon_0}{1+\epsilon_0}$$

Placer vos données sur un même graphique adimensionné (V/c en fonction de $\epsilon_0/1+\epsilon_0$) pour tester cette relation.

[3] R. Vermorel, N. Vandenberghe and E. Villermaux, *Rubber band recoil*, Proc. R. Soc. A (2007) 463, 641–658

2.2. Flambage dynamique

Décrire l'état de la languette à l'instant précis où l'onde de détente atteint le point d'attache. Montrer que le probleme est alors identique à celui des spaghettis impactés (modulo un changement de référentiel). En déduire qu'il va se produire un flambement dynamique avec une longueur d'onde

$$\lambda \sim h\sqrt{\frac{1+\epsilon_0}{\epsilon_0}}. \tag{2}$$

Testez cette relation en mesurant la longueur d'onde λ (exporter une image par expérience pour mesure sur imageJ) en faisant varier les paramètres (épaisseur, élongation initiale). Cette fois on prendra des images orientées comme sur la figure 2(b).

3. Conclusion

Pouvez-vous écrire une seule expression adimensionnée qui décrit λ dans les deux expériences (spaghetti et élastique) ? Comment se comparent les longueurs d'onde mesurées à partir des statistiques de fragments, des images des spaghettis et du flambage de l'élastique, lorsqu'elles sont exprimées sous forme adimensionnée ?