

TP Energie de rupture

Peut-on prédire quand un objet se casse ?

Dans ce TP on veut comprendre les conditions de propagation d'une fissure (critère de Griffith). C'est la simple mais très importante idée que la propagation d'une fissure dissipe (coûte) une énergie proportionnelle à l'aire de la nouvelle surface créée. Le coefficient de proportionnalité, "l'énergie de rupture", a la dimension d'une énergie par unité de surface, comme une tension de surface.

(Dans ce TP on propose de traiter les données avec python sur **Google Collab** (utiliser les exemples de notebook sur le **moodle.psl.eu**.)

1. Expériences de décollement

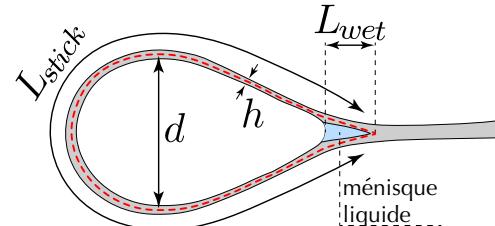
Dans le TD n°5 MSM2, il est question du "test du Rabot" utilis pour mesurer l'énergie de fissure d'un matériau. D'une certaine manière, collage et adhésion peuvent être traités de la même manière que l'équilibre de fissure, puisque ce sont des phénomènes qui mettent en jeu une énergie de surface. Dans ce TP, on va tester les prédictions du TD, en utilisant un collage dû à la capillarité d'un liquide.

MATERIEL :

On fournit des bandes élastiques sont des feuilles de PP d'épaisseur $h = 27\mu\text{m}, 33\mu\text{m}, 48\mu\text{m}, 90\mu\text{m}, 100\mu\text{m}$ et de largeur w et de longueur L diverses ; ainsi que des lame de microscope (épaisseur 1mm).

1.1. Caractériser les lamelles : la raquette élasto-capillaire

Quand on boucle une languette élastique mouillée sur elle-même, celle ci prend une forme de raquette, fermée par un ménisque capillaire. Étonnamment, quel que soit le matériau et l'épaisseur de la languette les profils en raquette se déduisent les uns des autres par homothétie.



EXPERIENCE : former des raquettes avec les différentes languettes (trempées dans de l'eau + liquide vaisselle).

- Comparer qualitativement les formes obtenues pour des languettes différentes. Est-il vrai que les formes sont vraiment similaires (à un simple facteur d'échelle près)? On pourra faire quelques photos que l'on essaiera de superposer, ou de placer côte à côte en modifiant l'échelle pour qu'elles aient toutes la même hauteur.
- On prend comme mesure de la taille de la raquette la distance d repérée sur la figure. La mesurer pour différentes languettes. Cette taille d dépend-elle de la largeur w de la languette ? de sa longueur L ? Nous n'avons finalement qu'une seule longueur pour décrire la partie courbée: sa longueur (notée L_{stick} sur l'image), son rayon de courbure typique $\rho \sim d$ sont tous proportionnels à d . L'énergie élastique par unité de largeur s'écrit donc:

$$U_{\text{el}} \sim BwL_{\text{stick}} \left(\frac{1}{\rho}\right)^2 \sim \frac{Bw}{d}.$$

où $B \sim Eh^3$ est le module de flexion de la lamelle. L'énergie de surface est proportionnelle à la surface liquide-air qui est exposée par l'ouverture de la raquelle:

$$U_s = 2\gamma b L_{stick} \sim \gamma w d$$

Le minimum de l'énergie totale conduit donc à: $d \sim \left(\frac{B}{\gamma}\right)^{1/2}$ on note maintenant

$$L_{ECF} = \left(\frac{B}{\gamma}\right)^{1/2}$$

la longueur elasto-capillaire de flexion, qui fait intervenir la compétition entre le coût du décollement (γ) et celui de la flexion (B). Un calcul exact pour la raquette nous donnerait

$$d = 0.89 L_{ECF}$$

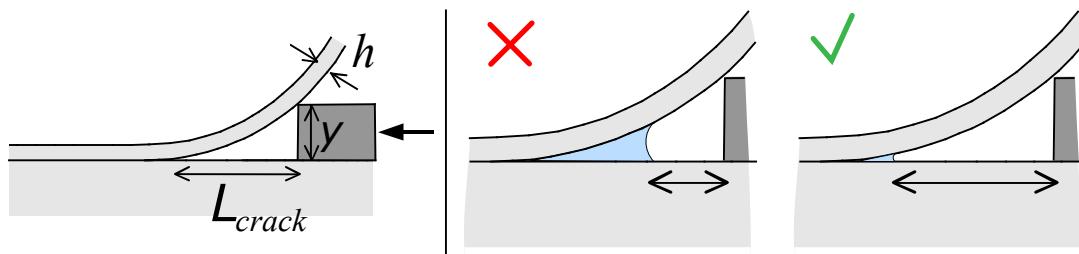
- Mesurer L_{ECF} pour les différentes épaisseurs de languettes à partir des mesures directement sur les raquettes. Tracer L_{ECF} en fonction de l'épaisseur. Est-ce compatible avec ce qu'on attend?

Rappel: $B = Eh^3/12(1 - \nu^2)$ avec le coefficient de Poisson $\nu = 0.3$.

Pour de l'eau + liquide vaisselle la tension de surface est $\gamma \sim 30 \text{ mN/m}$

1.2. L'expérience du rabot (clivage)

Nous nous intéressons ici aux tests de clivage basés sur les travaux d'Obreimoff (1930) et qui sont couramment pratiqués pour mesurer l'énergie de rupture d'adhésifs. Il s'agit de soulever une couche mince (épaisseur h et largeur w) à l'aide d'une lame d'épaisseur y et de mesurer la longueur de la fissure L_{crack} devant la lame. Un menuisier appellera cette technique le "test du rabot".



EXPERIENCE : Une lamelle est recouverte d'une couche d'un liquide mouillant (ici on prendra de l'eau + liquide vaisselle) et "collée" à une surface plane (table, partie plane d'une assiette, etc...). On fabriquera des cales d'épaisseur y variables en empilant des lame de microscope (épaisseur 1mm).

- Mesurer la longueur L_{crack} pour une cale d'épaisseur y . Est-ce que ça dépend de la longueur collée ? De la longueur décollée (au delà de la cale) ? Est-ce que ça dépend de la largeur w des languettes ? Peut-on expliquer vos observations ?
- En loi d'échelle, la courbure typique de la lamelle dans ce cas est y/L_{crack}^2 , et l'énergie élastique s'écrit :

$$U_{el} \sim Bw \frac{y^2}{L_{crack}^4} L_{crack}.$$

On considère une situation où la "fissure" (le point de décollement) se trouve à une distance L_{crack} du rabot. On se demande si cette fissure va se propager plus loin. La variation d'énergie élastique si la fissure avance d'une quantité dL_{crack} alors que le rabot reste fixe est

$$dU_{el} \sim -Bw \frac{y^2}{L_{crack}^4} dL_{crack}$$

alors que le coût énergétique de cette propagation en termes d'énergie de fracture est $2\gamma wdL_{crack}$.

La fissure va se propager si au total on gagne de l'énergie, donc si

$$G = \frac{dU_{el}}{wdL_{crack}} \geq 2\gamma$$

c'est le critère de Griffith. La position d'équilibre de la fissure ($G = 2\gamma$) est donc obtenue quand

$$L_{crack} \sim y^{1/2} \left(\frac{B}{\gamma} \right)^{1/4} = \sqrt{y L_{ECF}}$$

- Tracer L_{crack} en fonction de y pour une lamelle d'épaisseur h donnée. Observe-t-on le comportement en \sqrt{y} attendu ? (utiliser des échelles logarithmiques).
- Pour comparer languettes de différentes épaisseur h , il est utile de considérer des quantités adimensionnées, en utilisant les valeurs de L_{ECF} obtenues au dessus. Par exemple, tracer L_{crack}/L_{ECF} en fonction de y/L_{ECF} . Observe-t-on que toutes les languettes se comportent de façon compatible avec la même loi $L_{crack} \propto \sqrt{y L_{ECF}}$? Si oui, mesurer le coefficient de proportionnalité.

2. Rupture du PMMA

Cette approche énergétique de Griffith fonctionne-t-elle pour une vraie fissure ? Peut-on mesurer l'énergie de fissure du matériau ?

Dans une expérience de rupture quasistatique d'un échantillon, on va mesurer au cours du temps (i) le travail total W que l'on a fourni et

(ii) l'énergie élastique U_{el} qui reste stockée dans l'éprouvette.

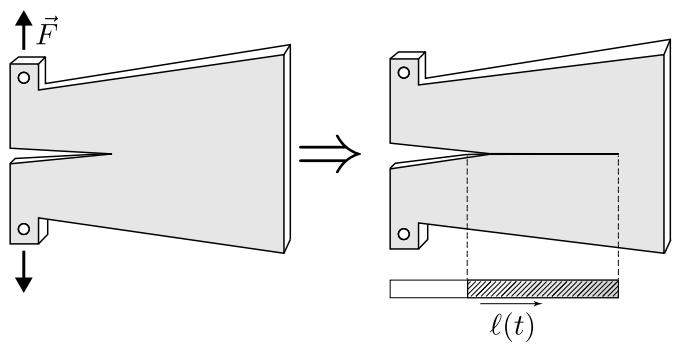
La différence $U_d = (W - U_{el})$ est alors une énergie perdue ! Est-elle proportionnelle à l'aire A de la surface créée ?

EXPERIENCE

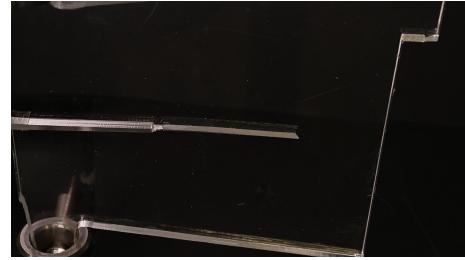
On va mesurer W , U_{el} et la longueur ℓ de la fissure simultanément.

Fixer une éprouvette de plexyglas (PMMA) avec pré-fissure dans la machine de traction, qui permet d'imposer un déplacement δ et de mesurer la force F imposée. Faire le zero de la force avant de fixer le bas de l'éprouvette.

La machine de traction va imposer un déplacement δ qui augmente à vitesse constante (faible) jusqu'à ce que vous stoppiez le programme (rupture complète ou presque). L'enregistrement simultané d'un film permettra de détecter la position de la fissure.



Placer un appareil photo pour filmer la propagation de la fissure. Arranger la visualisation pour que la fissure soit visible avec un bon contraste, comme sur l'image ci-contre (fond noir, appareil incliné). Le contraste est important pour la détection de la position de la fissure. Choisir et noter le nombre d'images par seconde (fps) de l'appareil photo.



ATTENTION : avant de commencer :

- réfléchir à une méthode pour synchroniser film et mesures de force. (prendre aussi une référence d'échelle spatiale sur les images).
- **Vérifier avec un(e)encadrant(e)** avant de lancer la manip de rupture.

Mesures de l'énergie dissipée U_d à partir de (F, δ)

- Utiliser les exemples python pour calculer le travail total fourni $W(t)$ à chaque pas de temps à partir des mesures de force.
- l'énergie élastique dans le système peut être mesurée assez simplement en faisant l'hypothèse que les déformations sont très petites tout le long de l'expérience: Pour une géométrie d'échantillon donnée (et donc pour une longueur ℓ de fissure), on est donc dans un régime linéaire: la force est proportionnelle $F = k(\ell)\delta$ au déplacement δ avec un coefficient qui dépend de la longueur de la fissure ℓ . On pourrait imaginer mesurer cette rigidité de l'échantillon $k(\ell)$ pour chaque longueur de fissure en faisant plein d'expériences sur des échantillons où la fissure ne se propage pas, et en déduire l'énergie élastique. Mais il y a plus simple car l'énergie élastique dans l'échantillon peut être obtenue par la mesure simultanée de F et de δ . Finalement justifier qu'on peut mesurer l'énergie élastique, *et à tout moment*, par

$$U_{el}(t) = \frac{1}{2}F(t)\delta(t),$$

où $F(t)$ est la force mesurée, et $\delta(t)$ est le déplacement mesuré au cours de l'expérience. Calculer U_{el} à chaque pas de temps t .

ATTENTION : ceci ne fonctionne que si les déplacements sont mesurés par rapport à l'état d'équilibre (c'est à dire que $\delta = 0$ correspond bien à $F = 0$). Or il y a quelquefois un peu de glissement au début de l'expérience (mise en place des contacts). Si vous vous rendez-compte que la réponse linéaire du système (avant propagation de la fissure) ne passe pas par $\delta = 0$, corriger votre définition de δ en décalant d'une valeur bien choisie (on peut estimer le "vrai" zéro plus précisément par un fit de la réponse linéaire).

- En déduire l'énergie totale dissipée $U_d(t)$ au cours du temps. Commenter les différentes phases que vous observez dans l'expérience.

Mesures de l'aire de la fissure A par traitement d'image

- Transformer le film en suite d'image à l'aide d'une commande ffmpeg (voir le **document d'aide ImageJ**) .. ffmpeg est utilisé (dans l'invite de commande du terminal de commande windows) comme sur l'exemple suivant

```
ffmpeg -i nomfichier.MOV -vf fps=1 -q:v 2 image%04d.jpg
```

qui permet d'ouvrir le film (-i pour input) nomfichier.MOV, d'en extraire une image par seconde (fps=1 à modifier selon votre expérience) et de sauver sous le nom "imageXXXX.jpg" où XXXX est un numéro à 4 chiffre (%04d).

- en extraire la position de la pointe de fissure en fonction du numéro d'image dans un fichier texte. Pour cela, utiliser un reslice d'imageJ le long d'une droite ou d'une courbe tracée (voir le fonctionnement de reslice sur "comment mesurer une vitesse" dans le document d'aide ImageJ, puis "binariser une image, détecter un contour" pour extraire la position de la fissure, ou utiliser "magic wand"). Il faut quelquefois retirer certains points.
- En déduire l'aire $A(t_{image})$ de la fissure pour chaque temps t_{image} correspondant à une image.

Comparer les mesures d'énergie dissipée et de surface de rupture.

L'énergie dissipée U_d et l'aire de la fissure A sont mesurées et échantillonnées à temps différents. Pour pouvoir les comparer, on veut estimer l'énergie dissipée aux instants où l'aire est mesurée.

- Calculer l'énergie dissipée $U_d(t_{image})$ à chaque image, par interpolation (cf exemples très simple python sur le notebook)
- Tracer enfin l'énergie dissipée en fonction de l'aire de la fissure.

Finalement, peut-on estimer l'énergie de rupture du PMMA? Commenter le résultat (et comparer à la tension de surface d'un fluide).

3. Conclusion

Comparer les différentes situations étudiées: pouvez-vous faire le bilan des différentes hypothèses qui sont appliquées, et comment elles conduisent à différentes façon d'obtenir l'énergie de fissure.