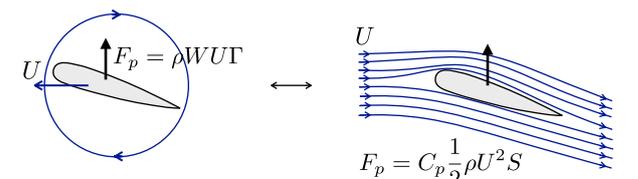


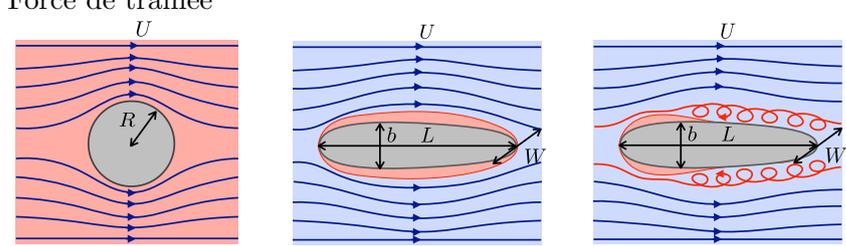
Se déplacer à grand Reynolds: Traînée de forme, Ailes et Voiles

À retenir:

Portance



Force de traînée



$Re \ll 1, \quad T \sim \eta UR$

$Re \gg 1 + \text{ non décollé } \quad T \sim W(\rho\eta L)^{1/2} U^{3/2}$

$Re \gg 1 + \text{ décollément } \quad T \sim bW\rho U^2$

Sillage $\Rightarrow \omega \neq 0 \Rightarrow$ Bernoulli non valable

Convention pour les surfaces:
Objet standard (ex: voiture): surface \leftrightarrow section. Aile: surface \leftrightarrow surface ailaire.

1 Traînée de forme

Nous avons vu précédemment comment le couplage d'un vortex et d'une translation entraînait une force de portance (perpendiculaire à la direction du déplacement). Ce vortex peut résulter d'une rotation de "l'aile" comme dans le cas d'une balle liftée ou de mats rotatifs. Cependant cet effet de portance peut être généré autour d'une aile (ou d'une voile). Le vortex porteur est alors généré par un effet très subtil de la couche limite. Impossible de voler dans un fluide sans viscosité!

Néanmoins se déplacer dans un fluide conduit inexorablement à une force de traînée opposée au sens de déplacement. Dans le cas d'un écoulement visqueux ($Re \ll 1$), la force de traînée est proportionnelle à la vitesse U . Si le Reynolds est plus élevé, la dissipation dans la couche limite conduit à une force en $U^{3/2}$ pour un objet très élancé. Néanmoins nous allons voir que généralement la couche limite devient instable à grand Re , ce qui conduit à une force en U^2 , typiquement la force que vous ressentez lorsque vous pédalez contre le vent.

Une couche limite à contresens

Reprenons l'écoulement autour d'un cylindre, cette fois-ci sans rotation. Un fluide réel ayant une viscosité finie, une couche limite visqueuse va s'établir entre le solide et l'écoulement loin du solide dans lequel on peut négliger la dissipation visqueuse (Fig.1). Reste à savoir si une telle couche limite est stable.

Comment évolue la pression le long de la couche limite? Le gradient va-t-il toujours dans le "bon" sens?

À partir de la condition d'incompressibilité, montrer que la composante transverse u_y tend à amincir la couche limite du "pôle" jusqu'à "l'équateur" et à l'épaissir au-delà (les pôles correspondant aux points de stagnation).

En déduire qualitativement que la couche limite a toutes les chances d'être instable au-delà de l'équateur.

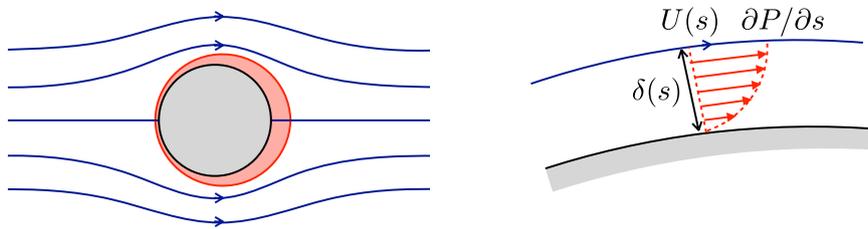


Figure 1: Couche limite autour d'un obstacle et profil à l'intérieur de la couche. Cette couche limite est-elle toujours stable?

Au-delà de ce point, la couche limite se décolle. Si on peut continuer à appliquer la relation de Bernoulli dans la partie où l'écoulement reste laminaire, on ne peut en revanche plus l'utiliser dans la partie décollée turbulente. Au premier ordre, la pression dans le sillage est à peu près égale à la pression à l'infini.

La force de traînée est alors proportionnelle à U^2 . C'est ce qu'on appelle "traînée de forme".

D'une manière générale, on peut écrire la force de traînée sous la forme:

$$T = \frac{1}{2} \rho U^2 C_x S$$

où C_x est le coefficient de traînée (C_d pour "drag coefficient" en anglais) et S est la "surface de référence". Attention, en fonction du problème, la définition de S peut Le C_x d'une structure dépend du nombre de Reynolds:

- il diverge en $1/Re$ à petit Reynolds (traînée visqueuse, $T \propto U$),
- varie en $1/Re^{1/2}$ pour des Reynolds intermédiaires (traînée de friction dans la couche limite, $T \propto U^{3/2}$),
- prend une valeur à peu près constante sur une gamme de Re plus élevée (traînée de forme $T \propto U^2$).

À très grand Reynolds la couche limite devient turbulente, ce qui paradoxalement conduit à la recoller et induire une "crise de traînée". À titre d'exemple, l'évolution du C_x d'une sphère est présentée en Fig. 2).

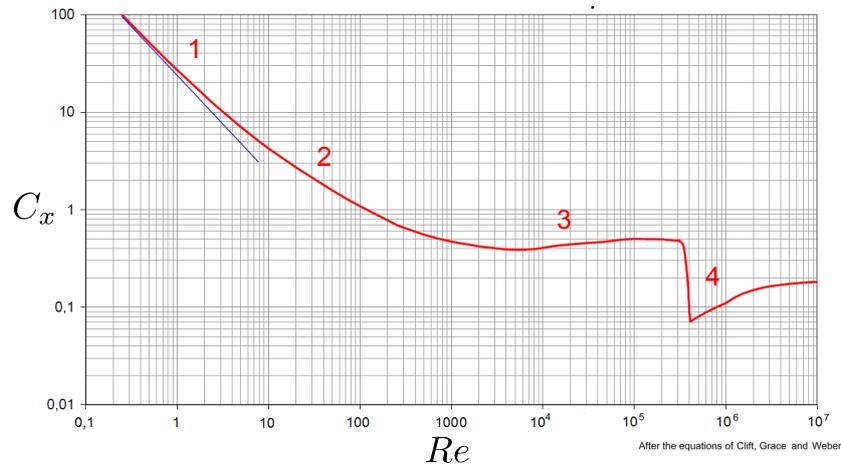


Figure 2: Évolution du C_x d'une sphère en fonction de Re . 1) Traînée visqueuse ($T \propto U$), 2) Traînée de friction ($T \propto U^{3/2}$), 3) Traînée de forme ($T \propto U^2$, crise de traînée (couche limite turbulente)).

2 Ça plane pour moi

Certains oiseaux marins comme les albatros sont d'excellents planeurs (Fig. 3). Néanmoins s'il n'a pas de moyen de se propulser, le planeur, aussi optimisé soit-il, finit inexorablement par rejoindre le sol.



Figure 3: Planeur et albatros. On remarquera l'élanement remarquable de leurs ailes.

En supposant que l'angle d'attaque soit idéalement ajusté et que la contribution des forces aérodynamiques sur le corps du planeur soient négligeables, quel est l'angle de chute dans le cas le plus favorable?

Quelle est la vitesse de translation du planeur?

La figure 4 reprend les polaires pour un profil d'aile classique NACA (c'est à dire les variations de C_p et C_x en fonction de l'angle d'incidence de l'aile). Effectuer l'application numérique du problème pour un planeur équipé de telles ailes, de masse 500 kg (avec pilote à bord) et une surface ailair de 15 m².

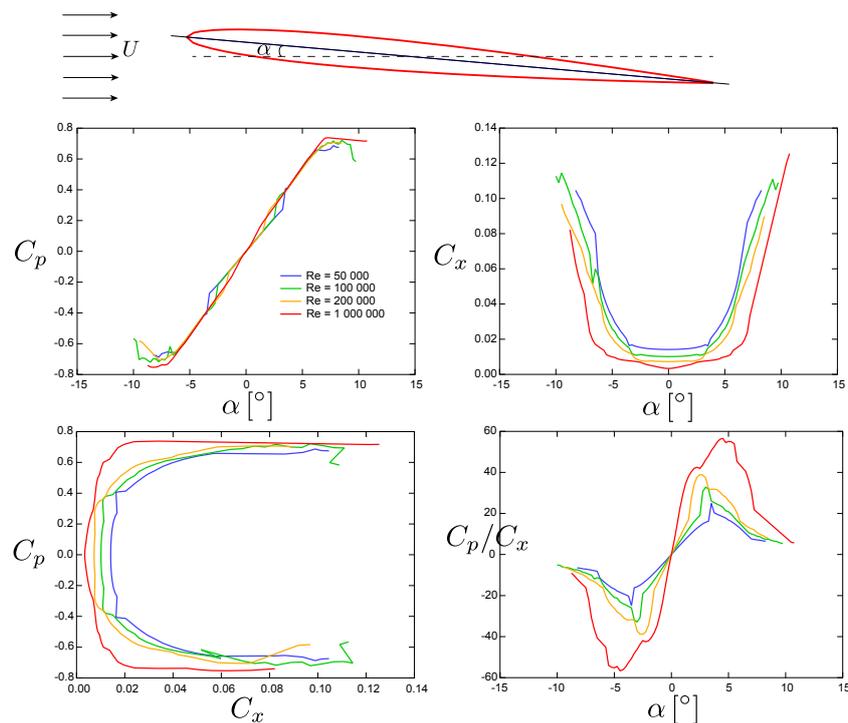


Figure 4: Polaires obtenues numériquement pour un profil d'aile symétrique NACA-6 à différents nombres de Reynolds. On peut observer la linéarité de C_p avec α pour des incidences modérées et le “décrochement” au-delà d'un angle d'incidence supérieur à $7 - 8^\circ$. La symétrie de cette aile impose la symétrie des profils, mais il existe bien d'autres profils non-symétriques dont on peut visualiser les caractéristiques sur le site: <http://airfoiltools.com/>

3 Plongeon

Imaginons un parachutiste de masse $m = 80 \text{ kg}$ et de section transversale $S = 0.2 \text{ m}^2$ qui saute d'un avion. Quelle serait sa vitesse terminale U_∞ s'il tombe à pic (en considérant un $C_x \sim 1$)?

Quelle distance de chute libre serait-elle nécessaire pour atteindre une telle vitesse? Cela nous donnera une estimation de la longueur de la phase d'accélération.

On s'intéresse à présent à un plongeur qui saute d'un plongoir situé à une hauteur h de la surface de l'eau. Les frottements de l'air sont-ils importants lors d'un plongeon (d'une hauteur raisonnable)?

Donner l'expression de la force qui s'oppose à son entrée dans l'eau (on considèrera à nouveau $C_x \sim 1$).

Dans la limite où la densité du plongeur est identique à celle de l'eau, quelle équation gouverne la dynamique du plongeur immergé ?

Montrer que la vitesse suit une évolution de la forme $U(s) = U_0 \exp(-s/\ell)$, où s est la distance parcourue sous l'eau et ℓ une profondeur typique de pénétration.

La profondeur d'une piscine doit-elle être proportionnelle à la hauteur du plongoir? Donner une estimation numérique de ℓ .

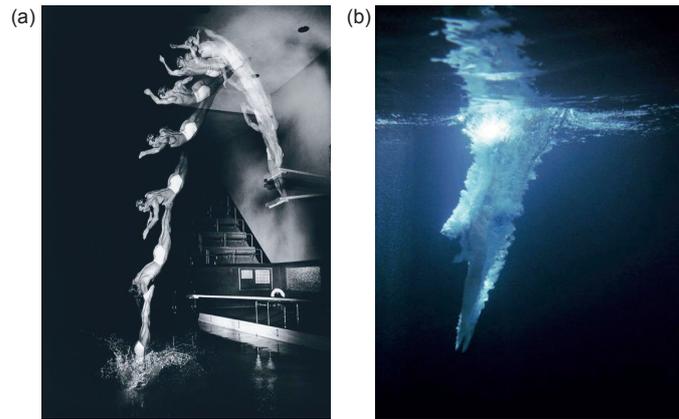


Figure 5: (a) Chronophotographie d'un plongeur de 3m. (b) Visualisation de la phase sous-marine du plongeur.

4 Jeu de balles

Tous les jeux de balle sont caractérisés par des trajectoires en cloche. Dans le cas de la pétanque ou du basket-ball, la trajectoire de la balle est très proche d'une parabole. Dans le cas d'un volant de badminton, la trajectoire a plutôt une forme triangulaire qu'a décrit le mathématicien italien Niccolò Tartaglia (Fig 6).

Quelle est l'équation du mouvement d'une balle projetée à une vitesse U_0 ?

Quelle est la vitesse terminale U_∞ obtenue lorsque la traînée aérodynamique équilibre le poids de la balle ?

Décrire les deux configurations limites $U_0 \ll U_\infty$ et $U_0 \gg U_\infty$. Commenter les cas de la balle de basket et du volant de badminton.

En s'inspirant de l'exemple du plongeur, déterminer une longueur d'arrêt ℓ_{max} . Commenter la comparaison de cette longueur avec celle des terrains de jeu (Fig. 6).

5 Les voiles de bateau sont-elles des ailes?

Les navigateurs doivent régler leurs voiles en fonction de la direction du vent et du cap choisi. Différentes "allures" ont ainsi été définies dans la zone navigable du "près" au "vent arrière". La Figure 7 représente la vitesse d'une embarcation en fonction du cap pour une vitesse et une direction de vent données.

Quelles allures utilisent la voile comme une aile portante ?

Quelles allures mettent plutôt en jeu la traînée du vent sur la voile ?

Commenter la variation de la vitesse du voilier en fonction de son allure. Comment se fait-il que l'allure "vent arrière" ne soit pas optimale du point de vue de la vitesse ?

Est-il a priori possible de naviguer plus vite que le vent ? (pour une voile de bateau bien réglée une valeur typique de du rapport C_p/C_x est de l'ordre de 1.6).

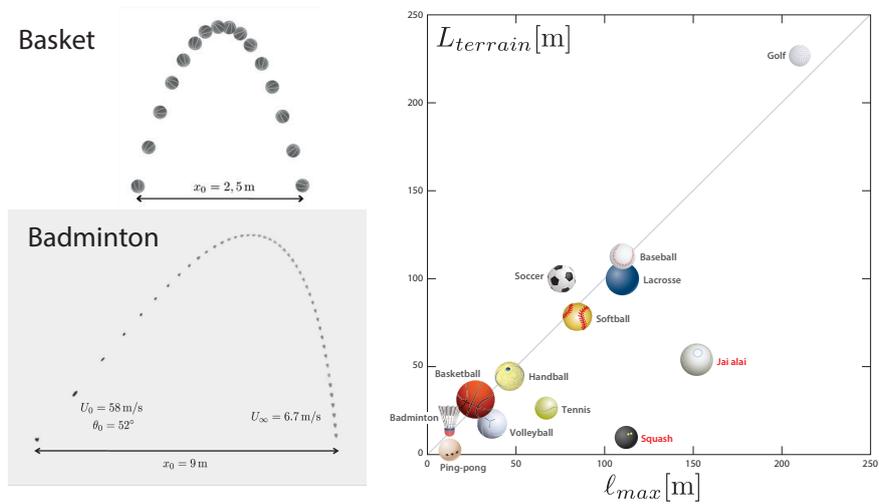


Figure 6: Gauche: Chronophotographies de trajectoires de balles. Parabole décrite par un ballon de basket ($R = 12$ cm, $m = 650$ g, vitesse initiale $U_0 = 7$ m/s, angle initial $\theta_0 = 75^\circ$). Forme triangulaire de type “Tartaglia” suivie par un volant de badminton ($R = 3$ cm, $m = 5$ g, vitesse initiale $U_0 = 58$ m/s, angle initial $\theta_0 = 52^\circ$). Le pas de temps est de 100 ms sur la chronophotographie du basket et 50 ms sur la chronophotographie du badminton. Droite: Longueur des terrains de jeu utilisés dans différents sports en fonction de la distance $\ell_{max} = 2\pi R^2 \rho_f / m$ (le Jaï alai est une forme de pelote basque). Données : Caroline Cohen & Baptiste Darbois-Textier.

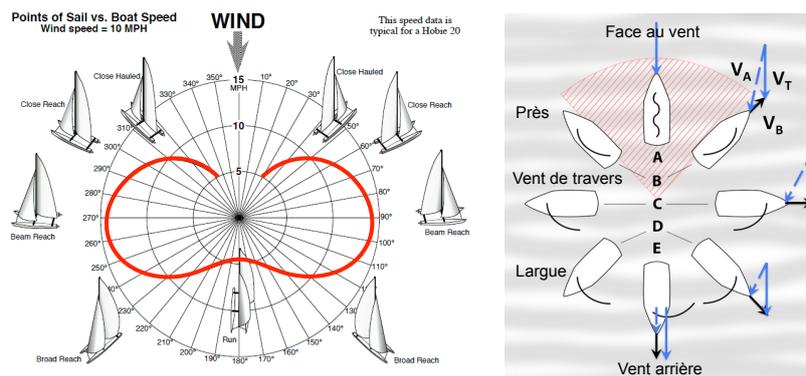


Figure 7: Différentes allures de la navigation à voile. La courbe en rouge représente l'évolution de la vitesse du navire en fonction de son cap relatif à la direction du vent.