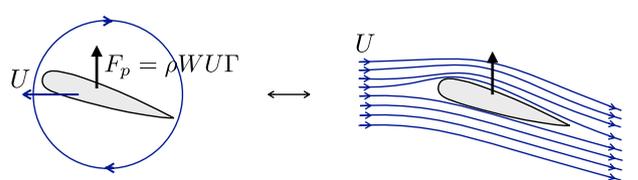


Portance et traînée

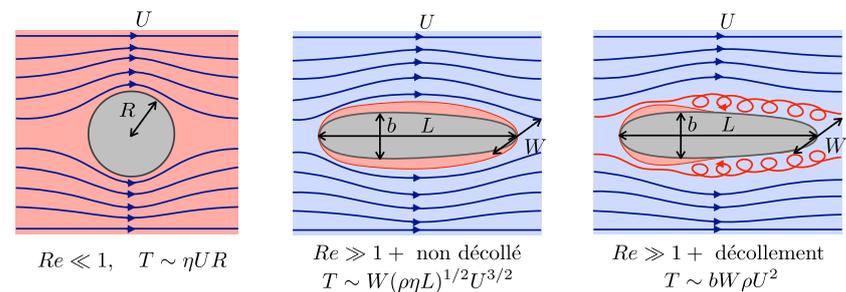
Notes de cours: Chapitre 9.

À retenir:

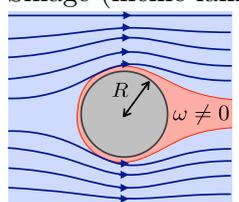
Portance



Force de traînée



Sillage (même laminaire) $\Rightarrow \omega \neq 0 \Rightarrow$ Bernoulli non valable



1 Portance

1.1 Le but de Roberto Carlos

Le 3 juin 1997, le footballeur brésilien Roberto Carlos a marqué un but remarquable qui a stimulé toute une étude à l'École Polytechnique sur les trajectoires de balles dans le sport. Lors de son coup franc, le joueur propulse la balle à 38 m/s en "brossant" son tir, ce qui ajoute une vitesse de rotation de 88 rad/s. Au lieu de partir tout droit, la balle a adopté une curieuse trajectoire courbée qui a surpris le gardien de but Fabien Barthez (pourtant expérimenté). Les amateurs de football pourront visualiser d'autres buts similaires sur le site: <https://youtu.be/qarXYD3Kf3E>

Considérons un écoulement à grand nombre de Reynolds autour d'un ballon. Quelle modification locale de la vitesse va engendrer une rotation du ballon?

En déduire l'apparition d'une force de portance (effet Magnus). Dans quelle direction est-elle dirigée?

Si on suppose que l'on peut appliquer la loi de Bernoulli, quel est l'ordre de grandeur de l'intensité de cette force? (pour info, un ballon de foot a un rayon de 11 cm)

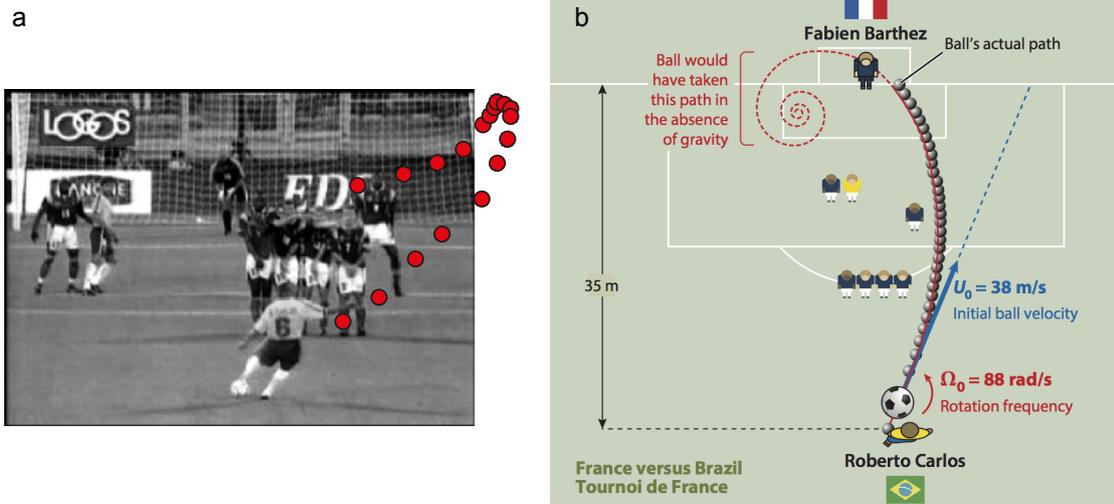


Figure 1: (a) Coup franc de Roberto Carlos (Brésil) contre la France, le 3 juin 1997. L'analyse de la vidéo indique une vitesse initiale de translation de 38 m/s et une rotation dans le sens trigonométrique de 88 rad/s. (b) Modélisation de la trajectoire par C. Clanet et G. Dupeux (Clanet, Ann. Rev. Fluid Mech., **47**, 455, 2015).

1.2 Portance sur un cylindre tournant

Afin de modéliser cet effet Magnus, considérons un cylindre tournant soumis à un écoulement (Fig. 2) de vitesse U .

On rappelle qu'à 2D, un écoulement potentiel peut être non seulement décrit par une fonction potentiel ϕ telle que $\mathbf{u} = \nabla\phi$, mais également une fonction de courant ψ qui est telle que $\mathbf{u} = \nabla \wedge (\psi \mathbf{e}_z)$. Ces deux fonctions vérifient l'équation de Laplace $\Delta\phi = \Delta\psi = 0$. L'intérêt de la fonction de courant est de tracer les lignes de courant qui correspondent à des iso- ψ .

L'écoulement potentiel autour d'un cylindre de rayon R est décrit par la fonction de courant $\psi = Ur \sin\theta(1 - R^2/r^2)$ et le potentiel $\phi = Ur \cos\theta(1 + R^2/r^2)$. Dans la réalité, la rotation du cylindre entraîne le fluide du fait de la viscosité, mais nous représentons ici cet effet de rotation par l'existence d'un tourbillon, centré sur le cylindre, de circulation Γ avec une fonction de courant associée $\psi = \Gamma \ln r/2\pi$ et un potentiel $\phi = \Gamma\theta/2\pi$.

Quelles sont les composantes de vitesse correspondantes ?

Quelle est la vitesse à la surface du cylindre ? À partir de quelle valeur de la circulation n'y a-t-il plus de point de stagnation sur le cylindre ?

Quelle est la distribution de pression à la surface du cylindre ?

Quelle est la force exercée par unité de largeur par l'écoulement sur le cylindre ?

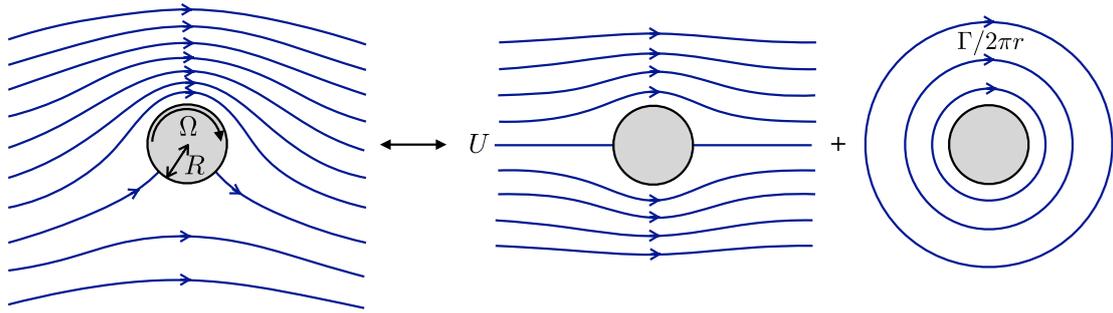


Figure 2: Écoulement autour d'un cylindre tournant vu comme la superposition d'un écoulement potentiel autour du cylindre avec une vitesse U à l'infini et d'un vortex de circulation Γ . Attention, la circulation est comptée dans le sens trigonométrique, le tourbillon représenté ici a donc une circulation négative.

1.3 Des ailes tournantes?

Sur le principe, il est possible de générer de la portance avec des ailes cylindriques tournantes (Fig. 3). Quelques tentatives réalisées au début du XXe siècle se sont cependant montrées peu convaincantes. Des versions en modèle réduit semblent néanmoins fonctionner: <https://youtu.be/acXv1-8xrBM>

Le même concept de mâts tournants ("Flettner-Rotors" du nom de l'ingénieur Anton Flettner) ont connu plus de succès et un prototype contemporain (E Ship 1) parcourt actuellement les mers du globe. Les constructeurs estiment pouvoir réduire la consommation en carburant de 30% avec ce concept.

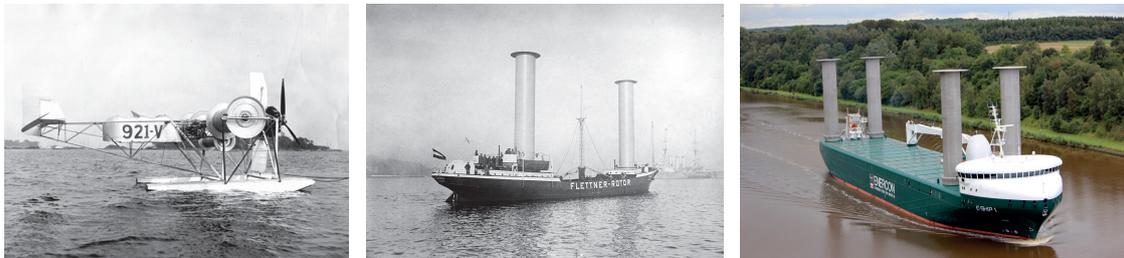


Figure 3: Ailes tournantes initialement conçues par l'ingénieur Anton Flettner, mettant en jeu l'effet Magnus. Le "4 mâts" contemporain E Ship 1 navigue actuellement.

Dans le cas de l'hydravion, quelle doit-être la vitesse de rotation des rotors pour permettre de le soulever en supposant que l'hélice permet de le propulser à 200 km/h, que l'envergure de l'engin est 4 m et le rayon des cylindres 30 cm?

2 Traînée de forme

2.1 Une couche limite à contresens

Reprenons l'écoulement autour d'un cylindre, cette fois-ci sans rotation. Un fluide réel ayant une viscosité finie, une couche limite visqueuse va s'établir entre le solide et l'écoulement loin du solide dans lequel on peut négliger la dissipation visqueuse (Fig.4). Reste à savoir si une telle couche limite est stable.

Comment évolue la pression le long de la couche limite? Le gradient va-t-il toujours dans le "bon" sens?

À partir de la condition d'incompressibilité, montrer que la composante transverse u_y tend à amincir la couche limite du "pôle" jusqu'à "l'équateur" et à l'épaissir au-delà (les pôles correspondant aux points de stagnation).

Montrer qualitativement que la couche limite a toutes les chances d'être instable au-delà de l'équateur.

D'une manière plus quantitative, déterminer le profil de l'écoulement dans la couche limite ainsi que la condition qui conduit à une inversion de la vitesse au niveau de la paroi.

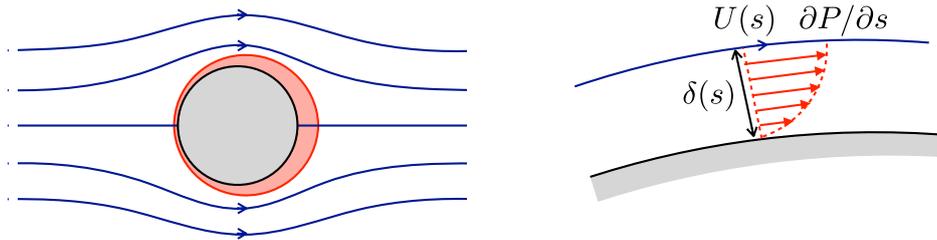


Figure 4: Couche limite autour d'un obstacle et profil à l'intérieur de la couche. Cette couche limite est-elle toujours stable?

Au-delà de ce point, la couche limite se décolle. Si on peut continuer à appliquer la relation de Bernoulli dans la partie où l'écoulement n'est pas décollé, on ne peut en revanche plus l'utiliser dans la partie décollée. Au premier ordre, la pression dans le sillage est à peu près égale à la pression à l'infini.

La force de traînée est alors proportionnelle à U^2 . C'est ce qu'on appelle "traînée de forme".

D'une manière générale, on peut écrire la force de traînée sous la forme:

$$T = \frac{1}{2} \rho U^2 C_x S$$

où C_x est le coefficient de traînée (C_d pour "drag coefficient" en anglais) et S est la "surface de référence". Attention, en fonction du problème, la définition de S peut changer: pour une aile d'avion, ce sera sa surface; pour une voiture ou un corps comme une sphere, ce sera usuellement sa section frontale.

En toute rigueur le C_x d'une structure dépend du nombre de Reynolds:

- il diverge en $1/Re$ à petit Reynolds (traînée visqueuse, $T \propto U$),

- varie en $1/Re^{1/2}$ pour des Reynolds intermédiaires (traînée de friction dans la couche limite, $T \propto U^{3/2}$),

- prend une valeur à peu près constante sur une gamme de Re plus élevée (traînée de forme $T \propto U^2$).

À très grand Reynolds la couche limite devient turbulente, ce qui paradoxalement conduit à la recoller et induire une “crise de traînée”. À titre d’exemple, l’évolution du C_x d’une sphère est présentée en Fig. 5).

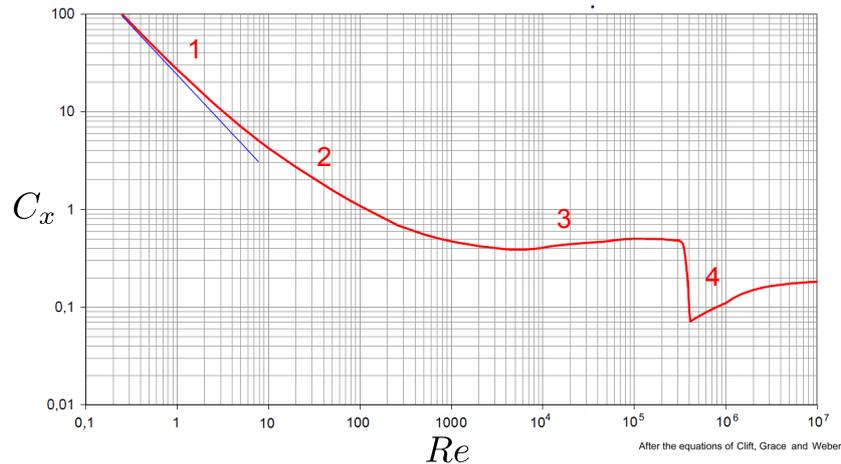


Figure 5: Évolution du C_x d’une sphère en fonction de Re . 1) Traînée visqueuse ($T \propto U$), 2) Traînée de friction ($T \propto U^{3/2}$), 3) Traînée de forme ($T \propto U^2$, crise de traînée (couche limite turbulente)).

2.2 Comment arrêter une balle de Magnum

Une vidéo surprenante tournée par National Geographic présente un tireur qui met en joue une succession de ballons remplis d’eau avec un Magnum 44. Combien de ballons va-t-il éclater? La réponse est sur le lien suivant: <https://youtu.be/sqF7ab0YCNy>

Quelle force la balle ressent-elle lorsqu’elle pénètre dans l’eau qui remplit les ballons?

En déduire la dynamique de la balle. Peut-on estimer une longueur d’arrêt?

Application numérique: la balle a une masse de 20 g, une vitesse initiale de l’ordre de 400 m/s, un rayon de 5 mm.

2.3 Jeu de balles

Tous les jeux de balle sont caractérisés par des trajectoires en cloche. Dans le cas de la pétanque ou du basket-ball, la trajectoire de la balle est très proche d’une parabole. Dans le cas d’un volant de badminton, la trajectoire a plutôt une forme triangulaire qu’a décrit le mathématicien italien Niccolò Tartaglia (Fig 7).

Quelle est l’équation du mouvement d’une balle projetée à une vitesse U_0 ?

Quelle est la vitesse terminale U_∞ obtenue lorsque la traînée aérodynamique équilibre le poids



Figure 6: Combien de ballons remplis d'eau seront nécessaires pour arrêter une balle de Magnum 357?

de la balle?

Décrire les deux configurations limites $U_0 \ll U_\infty$ et $U_0 \gg U_\infty$. Commenter les cas de la balle de basket et du volant de badminton.

En s'inspirant de l'exemple de la balle de Magnum stoppée par les ballons, déterminer une longueur d'arrêt ℓ_{max} . Commenter la comparaison de cette longueur avec celle des terrains de jeu (Fig. 7).

Les piscines de plongeon ont généralement une profondeur de 5 m pour un plongeoir de 10 m de haut. Aurait-on besoin d'augmenter la profondeur de ces piscines pour des compétitions de Red Bull cliff diving de 28m de haut?

2.4 Balistiques de spores

À une toute autre échelle, les champignons doivent libérer leurs spores afin de se disséminer. La plupart des espèces que l'on retrouve dans notre assiette ont développé une technique particulièrement astucieuse pour éjecter leurs spores du support sur lequel ils sont attachés: une catapulte capillaire!

Comment ça marche? Le spore est initialement fixé sur une tige fragile. Une partie centrale du spore est recouverte d'une substance hydrophile sur laquelle un film d'eau se condense rapidement. Au pied du spore, une goutte de condensation se forme également sur un autre point hydrophile. La goutte croît progressivement et soudain touche le film (Fig. 8). La coalescence brutale de la goutte sur le film entraîne alors la rupture de la tige et l'éjection du spore.

Données numériques:

- masse du spore $m_S \sim 3 \cdot 10^{-13}$ kg,
- rayon du spore $R_S \sim 3 \mu\text{m}$,
- masse de la goutte $m_D \sim 5 \cdot 10^{-14}$ kg,
- rayon de la goutte $R_D \sim 2.2 \mu\text{m}$

Sachant que lors de la coalescence la goutte de rayon R_D s'étale dans le film déjà présent sur le spore, quel est le gain en énergie de surface?

En déduire une estimation de la vitesse d'éjection du spore.

L'application numérique est-elle comparable à vitesse déduite des images de la vidéo?

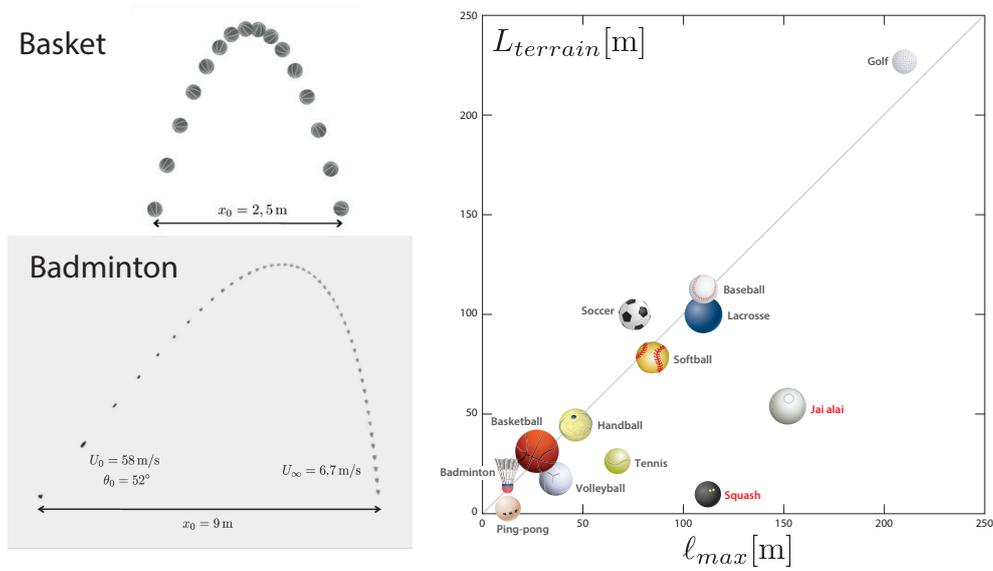


Figure 7: Gauche: Chronophotographies de trajectoires de balles. Parabole décrite par un ballon de basket ($R = 12$ cm, $m = 650$ g, vitesse initiale $U_0 = 7$ m/s, angle initial $\theta_0 = 75^\circ$). Forme triangulaire de type “Tartaglia” suivie par un volant de badminton ($R = 3$ cm, $m = 5$ g, vitesse initiale $U_0 = 58$ m/s, angle initial $\theta_0 = 52^\circ$). Le pas de temps est de 100 ms sur la chronophotographie du basket et 50 ms sur la chronophotographie du badminton. Droite: Longueur des terrains de jeu utilisés dans différents sports en fonction de la distance $\ell_{max} = 2\pi R^2 \rho_f / m$ (pour info, le Jaï alai est une forme de pelote basque). Données : Caroline Cohen & Baptiste Darbois-Textier.

Quelle est alors la dynamique du spore?

À quelle distance de son point d'attache le spore est-il éjecté?

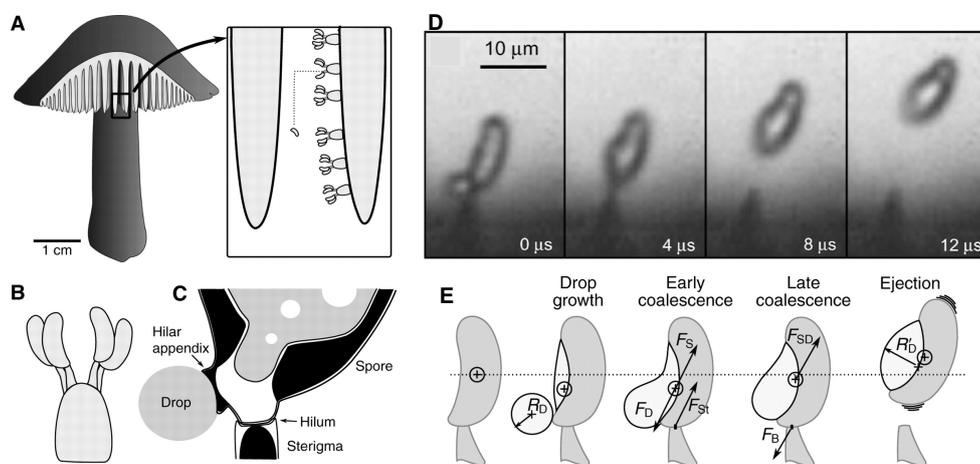


Figure 8: Éjection de spores dans les champignons. Les spores initialement logés dans les lamelles du champignon doivent pouvoir s'éjecter afin de se disperser. Il utilisent pour cela un mécanisme de catapulte capillaire qui met en jeu la coalescence d'une goutte d'eau sur un film d'eau présent sur le spore. Seule une caméra ultrarapide a pu capturer la dynamique de cette éjection à 250 000 images/s (extrait de X.Noblin *et al.*, *J. Experimental Biology*, 212, 2835 (2009)).