

Forces de portance et de traînée à grand nombre de Reynolds

Nous avons vu qu'à petit nombre de Reynolds, la force exercée sur objet de taille L par un écoulement de vitesse moyenne U est fixé uniquement par la viscosité et varie comme ηUL . En revanche, lorsque le nombre de Reynolds est très grand devant l'unité, une couche limite se développe sur l'objet qui donne une force de traînée variant comme $(\eta\rho)^{1/2}U^{3/2}L^{3/2}$.

Regardons à présent comment varient ces forces, d'une part en considérant l'écoulement autour de l'objet comme potentiel, d'autre part en prenant en compte le décollement des couches limites sur des corps non profilés.

1 Forces sur un obstacle en écoulement potentiel

La force exercée par l'écoulement sur un corps solide dépend de la forme de ce corps. Néanmoins, dans le cas des écoulements potentiels, des résultats très généraux peuvent être obtenus en considérant la forme asymptotique de l'écoulement loin de l'obstacle.

1.1 Potentiel des vitesses à grande distance du corps

L'écoulement potentiel autour d'un objet peut être représenté par la somme d'un écoulement moyen, caractérisé par un potentiel $\Phi = Ux$ et d'une succession de singularités telles que la vitesse résultante soit tangente à la surface du corps. À grande distance r du corps, on ne conserve que les termes dominants des singularités.

Dans un écoulement bidimensionnel, la forme asymptotique du potentiel est :

$$\phi(\mathbf{r}) = \Phi + \frac{\Gamma\theta}{2\pi} + c \ln r + c_1 \frac{\mathbf{A}\cdot\mathbf{r}}{r^2} + O\left(\frac{1}{r^2}\right) \quad (1)$$

Le premier terme du développement est le potentiel d'un tourbillon, il correspond à l'existence possible d'une circulation autour de l'obstacle. Le second terme est le potentiel d'une source. L'intégrale sur un contour fermé de l'écoulement lié à ce terme de source est un débit c . En raison de la condition de vitesse normale nulle imposée sur le corps solide, ce débit doit être nul. Le terme suivant est le potentiel d'un dipôle et il est possible de poursuivre le développement par des termes multipolaires. À grande distance, le terme dipolaire domine les termes d'ordre plus élevé. Si la circulation Γ n'est pas nulle, sa contribution (décroissant en $1/r$) au champ de vitesse est dominante. En revanche, si la circulation est nulle, le terme dipolaire donne la contribution dominante (en $1/r^2$) au champ de vitesse. Nous avons vu que, dans le cas d'un cylindre, le développement (1) donne la solution exacte de l'équation de Laplace.

1.2 Force sur un corps solide

Nous utilisons la loi de conservation de l'impulsion pour calculer la force \mathbf{F} exercée sur le solide. Nous prenons un volume de contrôle limité, d'une part, par la surface du solide S_c et, d'autre part, par un cylindre S situé à grande distance (fig. 1). À trois dimensions, le cylindre est remplacé par une sphère. Puisqu'il n'y a pas ici de contraintes engendrées par la viscosité, \mathbf{F} est l'intégrale de la pression sur la surface S_c du corps: $\mathbf{F} = \int_{S_c} p \tilde{\mathbf{n}} dS$ où $\tilde{\mathbf{n}}$ est à la normale à S_c orientée vers le fluide. D'autre part, la conservation de la quantité de mouvement appliqué au volume limité par S_c et S donne :

$$\int_{S+S_c} \rho \mathbf{u}(\mathbf{u}\cdot\mathbf{n}) dS + \int_{S+S_c} p \mathbf{n} dS = \int_V \mathbf{f} dV \quad (2)$$

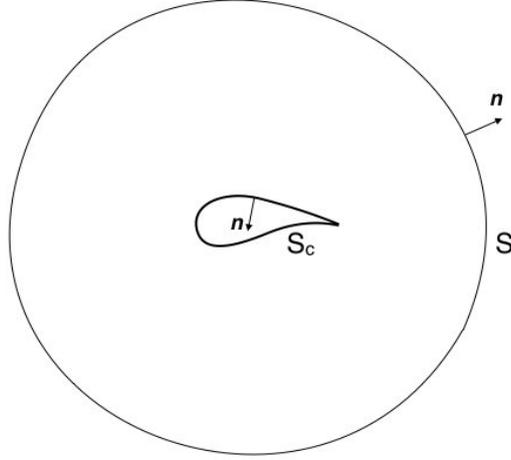


Figure 1: Volume de contrôle utilisé pour calculer la force sur un corps solide.

où \mathbf{f} est la force par unité de volume exercée sur le fluide (la gravité par exemple) et \mathbf{n} la normale à $S + S_c$ orientée vers l'extérieur du volume de contrôle. À la surface du corps solide, la composante normale de vitesse est nulle et le flux de quantité de mouvement à travers cette surface est donc nul. En supposant que la force en volume est nulle (l'ajout de la force de gravité donnerait la poussée d'Archimède exercée sur le corps), l'équation de conservation de l'impulsion devient :

$$\int_S \rho \mathbf{u}(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) dS + \int_S p \mathbf{n} dS = -\mathbf{F} \quad (3)$$

Décomposons maintenant le champ de vitesse \mathbf{u} en la somme de la vitesse à l'infini \mathbf{U} et d'une perturbation \mathbf{v} due à l'obstacle et utilisons la loi de Bernoulli pour évaluer la pression :

$$p + \frac{1}{2} \rho (\mathbf{U} + \mathbf{v})^2 = p_\infty + \frac{1}{2} \rho U^2 \quad (4)$$

Si la surface S est placée suffisamment loin de l'obstacle, la perturbation \mathbf{v} est petite devant la vitesse moyenne \mathbf{U} et il est possible de négliger le terme en v^2 dans le membre de gauche de (4), d'où :

$$p - p_\infty \approx -\rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{U} \quad (5)$$

En reportant cette expression de la pression dans (3), il vient :

$$\mathbf{F} = \int_S p_\infty \mathbf{n} dS - \int_S \rho (\mathbf{v} \cdot \mathbf{U}) \mathbf{n} dS + \int_S \rho \mathbf{U} \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} dS + \int_S \rho \mathbf{U} \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS + \int_S \rho \mathbf{v} \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} dS \quad (6)$$

Les intégrales de p_∞ et U (qui sont constants) sur le contour fermé S sont nulles. L'intégrale $\int_S \rho \mathbf{U} \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS$ est également nulle ; c'est, au facteur U près, l'intégrale de la perturbation \mathbf{v} sur la surface S , c'est-à-dire le débit de fluide à travers S associé à la perturbation. Nous avons vu que la présence du corps solide empêche d'avoir un terme de source pour le potentiel de perturbation. Ce débit est donc nul. Finalement, la force exercée sur le solide est :

$$\mathbf{F} = - \int_S \rho (\mathbf{v} \cdot \mathbf{U}) \mathbf{n} dS + \int_S \rho \mathbf{v} \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} dS = \int_S \rho [(\mathbf{U} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{v} - (\mathbf{v} \cdot \mathbf{U}) \mathbf{n}] dS \quad (7)$$

Soit, en utilisant la relation vectorielle : $\mathbf{A} \wedge (\mathbf{B} \wedge \mathbf{C}) = (\mathbf{A} \cdot \mathbf{C}) \mathbf{B} - (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) \mathbf{C}$,

$$\mathbf{F} = - \int_S \rho \mathbf{U} \wedge (\mathbf{v} \wedge \mathbf{n}) dS = -\rho \mathbf{U} \wedge \int_S (\mathbf{v} \wedge \mathbf{n}) dS \quad (8)$$

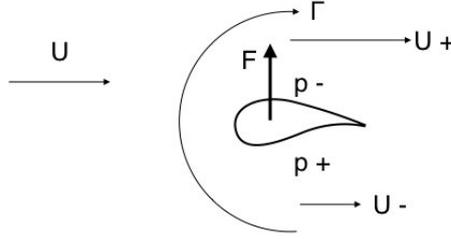


Figure 2: Portance engendrée par un écoulement bidimensionnel couplé à une circulation Γ autour de l'obstacle.

Cette dernière expression montre que la force \mathbf{F} est toujours orthogonale à la direction moyenne de l'écoulement. Il n'y a pas de force de traînée dans un écoulement potentiel. Nous retrouvons sous forme générale le résultat obtenu pour l'écoulement autour d'un cylindre.

Dans un écoulement tridimensionnel autour d'un corps de dimensions finies, le terme dominant du potentiel des vitesses est le terme dipolaire en $1/r^2$. Le champ de vitesse correspondant décroît en $1/r^3$. L'intégrale de cette perturbation sur une sphère de surface proportionnelle à r^2 décroît comme $1/r$. Il est possible de placer la surface S arbitrairement loin et l'intégrale de \mathbf{v} est nulle. La force de portance (normale à l'écoulement moyen) est donc aussi nulle dans ce cas. Dans un écoulement bidimensionnel, en présence d'une circulation autour du corps solide, c'est ce terme de circulation qui domine la perturbation \mathbf{v} à grande distance. Pour les mêmes raisons qu'à trois dimensions, la contribution du terme dipolaire à la force \mathbf{F} est nulle. Le champ de vitesse \mathbf{v} est donné par le potentiel d'un tourbillon:

$$\mathbf{v} = \nabla\phi = \frac{\Gamma}{2\pi}\nabla\theta \quad (9)$$

et, en choisissant S comme un cercle de rayon r , la normale \mathbf{n} a pour composantes $\cos\theta$ et $\sin\theta$. La composante F_y s'exprime de la manière suivante, pour un écoulement moyen dirigé suivant l'axe x :

$$F_y = -\rho U \frac{\Gamma}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{\partial\theta}{\partial y} \cos\theta - \frac{\partial\theta}{\partial x} \sin\theta \right) r d\theta = -\rho U \Gamma \quad (10)$$

Ce dernier résultat qui montre que la portance est proportionnelle au produit de la vitesse moyenne et de la circulation, est connu sous le nom de relation de Kutta-Joukowski. Il faut noter que la vitesse \mathbf{U} est exprimée dans un repère où le corps solide est immobile ; \mathbf{U} est la vitesse du fluide à l'infini. Nous pouvons interpréter simplement le signe de la force de portance en utilisant la loi de Bernoulli. Supposons que l'écoulement moyen du fluide se fasse de droite à gauche, soit: $\mathbf{U} = (-U, 0)$ et que la circulation Γ soit positive (dans le sens trigonométrique). Au dessus du solide, l'écoulement créé par la circulation se rajoute à l'écoulement moyen. En dessous, il s'oppose à l'écoulement moyen. La vitesse du fluide est donc plus grande au-dessus de l'obstacle qu'en dessous. En application de la loi de Bernoulli, la pression est plus basse au-dessus de l'obstacle. Donc la force résultante est dirigée vers le haut (F_y positif, en accord avec (10) pour une vitesse moyenne négative et une circulation positive.)

La portance développée sur des ailes ou des voiles est donc liée à l'existence d'une circulation autour de ces profils.

Un cylindre ou une sphère en rotation (comme une balle de tennis ou un ballon de football frappé avec un effet) sont également soumis à une force de portance. Là encore, la viscosité joue un rôle important: la surface solide en rotation entraîne le fluide environnant qui doit respecter la condition de non glissement sur la surface et un écoulement tourbillonnaire est ainsi créé. Dans

certaines conditions, le champ de vitesse réel est peu différent de celui déterminé par une théorie “potentielle” et la force de portance réelle est très voisine de celle prédite par la relation de Kutta-Joukowski. Les cylindres tournants ont été effectivement utilisés comme “surfaces portantes” sur un navire imaginé par Flettner dans les années 20: deux grands cylindres verticaux entraînés par des moteurs remplaçaient les voiles traditionnelles.

1.3 Etablissement de la circulation autour d’un profil portant

La viscosité joue en fait un rôle déterminant dans l’établissement de la circulation autour d’un profil portant. Pour le comprendre, examinons le champ de vitesse autour d’un profil d’aile *en l’absence de circulation*. (Fig. 3). Le profil est symétrique, l’angle d’incidence est non nul et le champ de vitesse irrotationnel est obtenu en résolvant l’équation de Laplace pour le potentiel. Il y a deux points de stagnation (points où une ligne de courant est perpendiculaire à la surface), un près du bord d’attaque et un près du bord de fuite. Le point de stagnation arrière n’est pas situé au bord de fuite et les lignes de courant doivent contourner le profil d’aile. Cette géométrie des lignes de courant qui conduirait à une très forte accélération du fluide est instable.

Lorsque un profil portant est mis en mouvement ou change d’angle d’incidence, un tourbillon est émis au bord de fuite (fig. 4) qui permet au point de stagnation arrière de revenir exactement au bord de fuite. Cette situation, appelée condition de Joukowski, fixe la circulation autour du profil et donc la valeur de la portance.

Le théorème de Kelvin impose que, en l’absence de viscosité, la circulation autour d’un contour se déplaçant avec le fluide reste constante. Considérons un contour entourant l’aile ; initialement si l’aile est immobile, la vitesse relative est nulle et la circulation également. Le théorème de Kelvin nous dit que cette circulation globale reste nulle. Ceci implique que lors de la mise en mouvement de l’aile, la circulation associée au tourbillon émis soit exactement opposée à la circulation autour du profil (aux effets visqueux près).

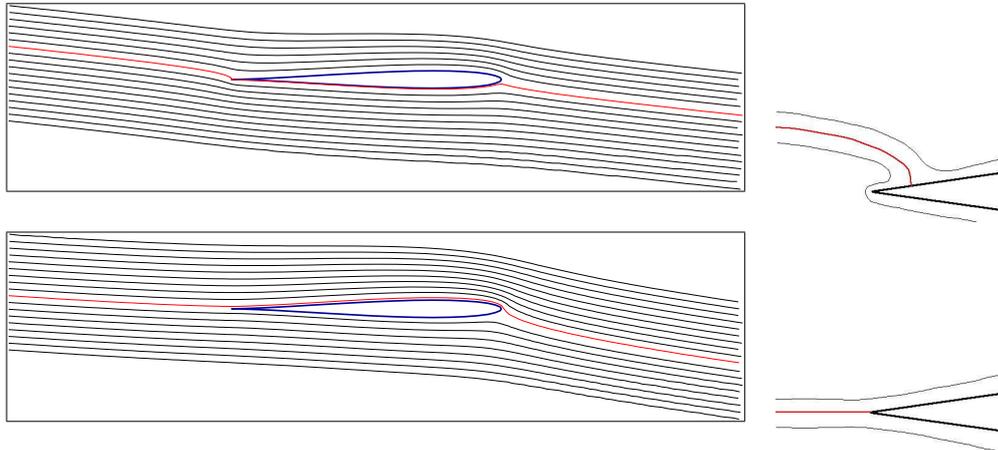


Figure 3: Écoulement potentiel autour d’un profil d’aile. En haut sans circulation. En bas, avec une circulation assurant la condition de Joukowski au bord de fuite. À droite, détail des lignes de courant près du bord de fuite.

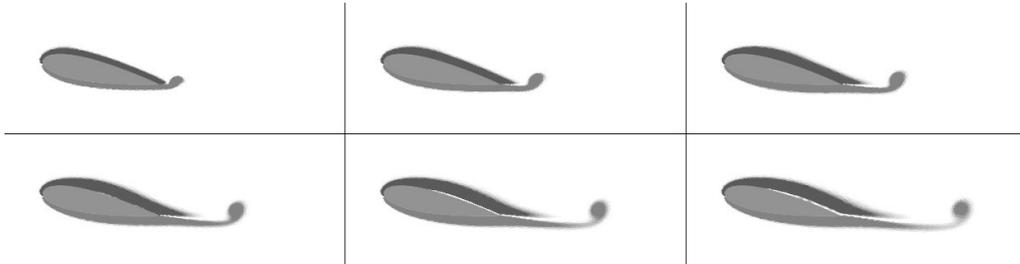


Figure 4: Tourbillon émis au bord de fuite d'un profil d'aile mis brusquement en mouvement. Dans cette simulation numérique à $Re = 1000$, les niveaux de gris indiquent la vortacité. La valeur modeste du nombre de Reynolds conduit à des couches limites assez épaisses sur les bords inférieur et supérieur de l'aile.

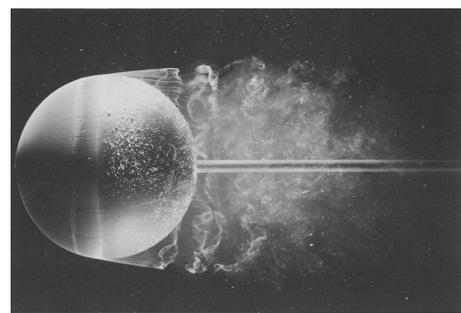
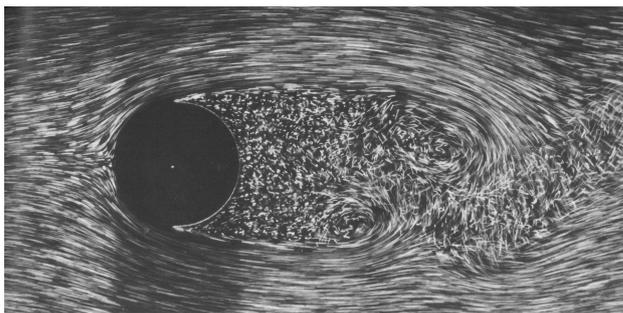


Figure 5: Décollement de couche limite dans le sillage d'un cylindre (à gauche, $Re = 2000$) et d'une sphère (à droite, $Re = 15000$). Images H. Werlé, ONERA.

2 Trainée de forme

2.1 Sillage des corps non profilés

Sur un corps non profilé (un cylindre ou une sphère, par exemple), la couche limite se développe à partir du point de stagnation situé sur la face amont du corps. Sur la partie arrière du corps, la forme du solide impose une divergence rapide des lignes de courant, donc un ralentissement rapide de l'écoulement moyen. Ce ralentissement est la source d'un décollement de la couche limite (Fig. 5). La conséquence directe de ce décollement est la présence d'un sillage très large et une force de traînée très importante sur le corps. Afin de comparer l'influence de la forme de différents corps sur la force de traînée F_T , on définit un coefficient de traînée C_D (D comme Drag, traînée en anglais), tel que :

$$F_T = \frac{1}{2}\rho U^2 S C_D \quad (11)$$

où S est la surface frontale du corps et $1/2\rho U^2$ est la pression dynamique qui, dans un écoulement à grand nombre de Reynolds, donne un ordre de grandeur de la surpression régnant sur la face amont du corps. C'est ce coefficient de traînée qu'on désigne traditionnellement par C_x pour les automobiles. Le coefficient de traînée est, en général, fonction du nombre de Reynolds. Toutefois, si les caractéristiques générales de l'écoulement varient peu, le coefficient de traînée reste presque constant. Ainsi, pour un cylindre, C_D varie de 1,4 à 1,2 lorsque Re varie de 10^2 à 10^5 (avec un minimum à 0,9 pour Re de l'ordre de 1000). A titre de comparaison, le coefficient de traînée d'un profil d'aile placé à angle d'incidence nul peut descendre en dessous de 10^{-2} . Cette faible traînée s'explique par l'absence de décollement appréciable de la couche limite sur l'ensemble du profil.

2.2 Surfaces portantes

Pour les écoulements potentiels, la présence d'une force portante sur un corps solide est associée à l'existence d'une circulation autour de ce corps et à une différence appréciable de vitesse entre la surface supérieure et la surface inférieure. De même que la traînée est caractérisée par le coefficient C_D , la force de portance est définie par un coefficient sans dimension C_L (L comme lift) tel que :

$$F_P = \frac{1}{2}\rho U^2 S C_L \quad (12)$$

L'augmentation de l'angle d'incidence (angle entre l'écoulement loin de l'aile et l'axe du profil) se traduit d'abord par une augmentation de la portance, résultant essentiellement d'une accélération du fluide sur l'extrados. Néanmoins, lorsque l'angle d'incidence est augmenté au-delà d'une valeur qui dépend du nombre de Reynolds et de la forme exacte du profil, la portance diminue, de même que le rapport C_L/C_D (finesse) qui définit les performances de l'aile (fig. 6).

Cette diminution du coefficient de portance à grande incidence est liée au décollement de la couche limite à l'extrados du profil. A faible angle d'incidence, le décollement de la couche limite se produit loin du bord d'attaque. Sur la Fig. 7, l'angle d'incidence est très élevé et le décollement se produit immédiatement en aval du bord d'attaque et influence tout l'écoulement sur la partie supérieure du profil. Sur un voilier, il est possible de visualiser le décollement de couche limite en posant des petits brins de laine sur les voiles, en particulier, le long du bord d'attaque. Lorsque les brins de laine se retournent, c'est le signe d'une inversion de l'écoulement sur la voile et donc du décollement de couche limite. C'est aussi le signe que l'angle incidence est trop grand et que la voile est incorrectement réglée.

2.3 Contrôle de la couche limite

Le décollement de couche limite étant générateur de perte de portance et d'augmentation de traînée, il faut chercher à le réduire. Différentes solutions ont été apportées à ce problème, en particulier en aéronautique. On a envisagé d'aspirer la couche limite en perçant de petits trous

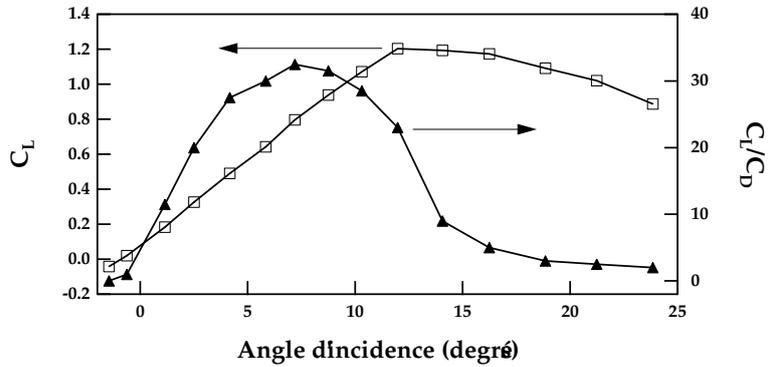


Figure 6: Coefficient de portance (C_L) et finesse (C_L/C_D) pour un profil d'aile en fonction de l'angle d'incidence (mesures effectuées à Re de l'ordre de 10^6).

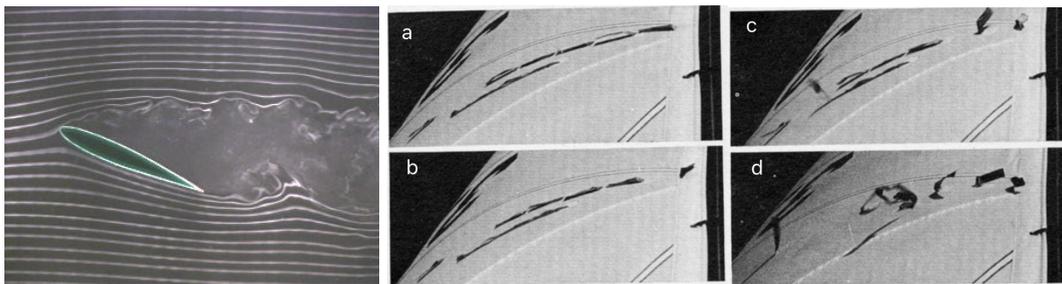


Figure 7: À gauche : profil d'aile symétrique à 25° d'incidence. À droite, mise en évidence de l'écoulement sous le vent d'une voile, avec des angles d'incidence croissants (de a à d). The best of sail trim, Charles Mason ed., Rowman & Littlefield (2000)

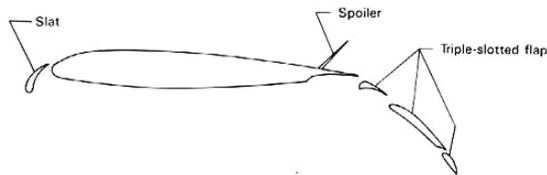


Figure 8: Schéma d'un profil d'aile avec bec de bord d'attaque et volets de bord de fuite. Document NASA. A droite, volet de bord de fuite et générateurs de turbulence sur une aile de Boeing 767.

dans la paroi solide et en pompant le fluide. L'efficacité de ce procédé a été prouvé en soufflerie et sur quelques avions prototypes mais il n'a pas encore été mis en oeuvre sur des appareils produits en série. En revanche, le procédé de "soufflage" qui consiste à injecter tangentiellement du fluide à grande vitesse dans la couche limite est très efficace et plus simple à mettre en oeuvre. Tous les avions de transport modernes sont équipés de volets à fentes aussi bien au bord d'attaque qu'au bord de fuite des ailes (Fig. 8). Ces volets sont entièrement déployés à l'atterrissage. Pour des raisons de sécurité, l'atterrissage doit s'effectuer à la vitesse la plus faible possible. Pour maintenir une portance suffisante, il est nécessaire de braquer l'avion et d'augmenter considérablement l'angle d'incidence. Les volets à fente de bord d'attaque réinjectent de l'air à haute vitesse sur l'extrados et retardent considérablement le décollement de la couche limite. Les volets de bord de fuite permettent de réorienter le flux d'air quittant l'aile vers le bas et augmentent ainsi la portance.