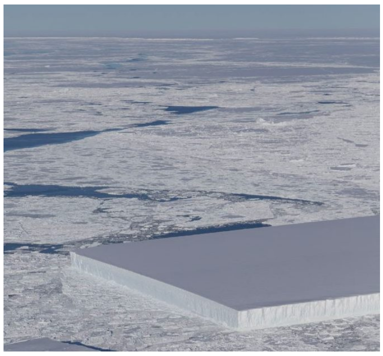
Ondes à la surface de l'eau
Ondes dans la banquise



Les vagues dans la mer ou plus simplement dans une cuve remplie d'eau sont des ondes qui se propagent à une certaine vitesse. Leur vitesse de propagation (vitesse de phase) dépend de leur longueur d'onde : le milieu est dispersif. Dans ce tutorat, nous essayerons de déterminer les grandes lignes de la relation de dispersion (qui relie pulsation et nombre d'onde) en loi d'échelle pour de l'eau libre dans la première partie. Dans la seconde, nous considérerons un océan recouvert par de la banquise pour voir comment cette relation sera modifiée.

I Ondes gravito-capillaires

Pour obtenir une expression de la relation de dispersion, il suffit d'évaluer les coûts énergétiques liés à la propagation d'une onde à l'interface eau/air. La dynamique des vagues est en effet dictée par un effet de balancier entre l'énergie cinétique et des énergies potentielles de rappel liées à la gravité et à la tension de surface du liquide. On notera ρ la masse volumique de l'eau, γ la tension de surface du liquide.

Considérons une forme d'onde unidimensionnelle et harmonique

$$\zeta(x) = \zeta_0 . cos(\omega t - kx)$$

où $\zeta(x)$ est la déformation de l'interface, $k = \frac{2}{\pi}\lambda$ est le nombre d'onde et ω sa pulsation.

1/ Montrer que l'énergie cinétique s'écrit pour une longueur d'onde et unité de largeur :

$$E_C \sim \frac{\rho\,(\omega\zeta_0)^2}{k^2}$$

Pour cela, on fera l'hypothèse que l'effet des vagues s'atténue sur une profondeur d'ordre λ. Cette hypothèse peut se démontrer par un calcul rigoureux.

2/ Montrer que l'énergie potentielle de gravité peut s'écrire

$$E_g \sim \frac{\rho\, g\, {\zeta_0}^2}{k}$$

3/ La tension de surface correspond à un coût énergétique associé à la création d'interface. En déduire que l'énergie capillaire peut s'écrire :

$$E_c \sim \gamma\, k\, {\zeta_0}^2$$

4/ Déduire de ce qui précède la relation de dispersion dans le régime de gravité et dans le régime capillaire. Pour quelles longueurs d'onde la gravité ou la capillarité dominent-elles ? Entre ces deux régimes, aucun des deux effets n'est négligeable. Montrer que la vitesse de phase $v_\varphi = {}^{\omega}/_{k}$ présente un minimum.

II Ondes hydro-élastiques

On s'intéresse maintenant aux ondes qui se propagent dans la banquise. On la modélise par une mince couche de glace élastique flottant à la surface de l'eau. Pour simplifier, on négligera son inertie.

5/ Comment sont modifiées les énergies précédentes ? Par quoi faut-il remplacer la tension de surface du liquide ?

6/ Il faut également introduire l'énergie de flexion de la « membrane » formée par la couche de glace. Exprimer le module de flexion D d'une plaque élastique en fonction de son épaisseur e et des coefficients élastiques (module d'Young E, coefficient de Poisson ν). En déduire l'expression (approchée) de l'énergie de flexion :

$$E_B \sim D\, k^3\, {\zeta_0}^2$$

7/ Combien de régimes différents obtient-on ? Dans quel(s) cas de figure la flexion domine la propagation des ondes dans la banquise ?

8/ Que peut-on déduire qualitativement de ce qui précède lorsque la houle atteint le bord de la banquise ?