

# Ondes de surface

*Quelles sont les questions scientifiques ou techniques?*

Ondes de surface à la surface de l'eau: relation entre la fréquence et la longueur d'onde des vagues (relation de dispersion).

Amortissement des vagues.

Profil d'écoulement dans l'eau.

*Par quelles expériences y répondre?*

Expérience modèle d'ondes planes dans un canal rectangulaire.

*Quelles techniques expérimentales?*

Déflexion d'un faisceau laser.

Analyse d'images.

*Quels sont les résultats?*

À vous de les montrer à travers des graphes clairs.

*Comment les interpréter?*

Ingrédients physiques, lois d'échelle, ajustement de courbes expérimentales: à vous de jouer!



## 1 Ondes mécaniques

Tirons sur une masse qui est suspendue à un ressort et lâchons-la : celle-ci se met à osciller. En effet l'énergie potentielle est transformée en énergie cinétique qui se retransforme à son tour en énergie potentielle et ainsi de suite jusqu'à ce que des frottements viennent dissiper l'énergie totale du système et atténuer progressivement les oscillations. Que se passe-t-il si notre système masse/ressort est couplé à une multitude de systèmes identiques? Les oscillations du premier ressort entraînent le second qui entraîne le troisième... Une onde se propage.

Le principe est le même pour toutes les ondes mécaniques : le son dans un fluide ou un solide correspond par exemple à un onde de compression. De même la propagation de vagues à la surface de l'eau résulte d'un transfert d'énergie potentielle de gravité ou de tension de surface en énergie cinétique et vice-versa. Une onde électromagnétique est également liée au transfert alterné d'énergie électrique en énergie magnétique (d'ailleurs les pionniers de l'électromagnétisme étaient de brillants hydrodynamiciens). Ces ondes sont caractérisées par

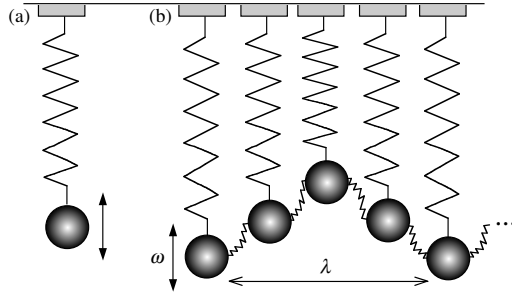


Figure 1: (a) Système oscillant isolé. (b) Son couplage à des congénères conduit à la propagation d'une onde.

leur pulsation  $\omega$ , leur longueur d'onde  $\lambda$  (ou nombre d'onde  $k = 2\pi/\lambda$ ) et leur amplitude  $a$ . Elles se propagent à la vitesse de phase  $v_\varphi = \omega/k$ . Si  $v_\varphi$  est indépendant de  $k$ , le milieu est *non dispersif* : toutes les ondes vont à la même vitesse. Si ce n'est pas le cas, le milieu est *dispersif* : les grandes ondes ne vont pas à la même vitesse que les ondes courtes. Un des but de ce TP est de déterminer la *relation de dispersion* qui lie  $\omega$  à  $k$  (tant que l'amplitude des ondes reste modérée, le système répond de manière linéaire, si bien que la relation de dispersion est indépendante de l'amplitude).

## 2 Un peu de théorie

### 2.1 Lois d'échelle

#### *Ondes de gravité*

Considérons la houle à la surface de l'océan. Les longueurs d'onde en jeu sont d'une dizaine de mètres, donc petites devant la profondeur  $h$  de l'océan et énormes par rapport à la longueur capillaire (en-dessous de laquelle la capillarité devient prépondérante). Les ingrédients physiques pour décrire ces *ondes de gravité en eau profonde* sont : l'énergie de gravité et l'énergie cinétique que nous estimons par unité de largeur et sur une demi-longueur d'onde. La première est d'ordre  $\rho g \lambda a^2$  et la seconde d'ordre  $\rho V^2 \lambda^2 \sim \rho a^2 \omega^2 \lambda^2$  (la profondeur d'eau mobilisée est d'ordre  $\lambda$ ). Ceci nous conduit à la relation de dispersion :

$$\omega^2 \sim gk.$$

#### *Ondes capillaires*

Considérons à présent les ondes provoquées par un ricochet à la surface d'un étang. L'énergie de gravité est négligeable et c'est l'énergie de surface qui la remplace. Celle-ci est d'ordre  $\gamma(a/\lambda)^2 \lambda$ , ce qui donne la relation de dispersion :

$$\omega^2 \sim \frac{\gamma k^3}{\rho}$$

### Atténuation sur la longueur

Arrêtons d'agiter l'eau : la viscosité dissipe progressivement l'énergie mécanique et les ondes s'atténuent jusqu'à ce que la surface redevienne lisse. Comment estimer le temps caractéristique d'amortissement? Une approche simple serait de considérer que la puissance dissipée par viscosité par unité de volume de fluide s'écrit  $\eta(\nabla V)^2 \sim \eta V^2/\lambda^2$ . L'énergie dissipée pendant le temps caractéristique  $\tau$  de l'amortissement compense l'énergie cinétique du fluide  $\rho V^2$  (par unité de volume). On en déduit :

$$\tau \sim \frac{\rho \lambda^2}{\eta}.$$

La longueur typique d'atténuation de l'onde est simplement donnée par :  $L \sim \tau V_\varphi$ .

On pourrait également supposer que le liquide perd une fraction donnée de son énergie cinétique à chaque cycle. Dans ce cas on s'attendrait à ce que le temps d'atténuation soit proportionnel à la période et donc que la longueur d'atténuation soit proportionnelle à  $\lambda$ .

## 2.2 Calcul plus complet

Un développement théorique plus complet n'est pas très compliqué dans le cas d'un fluide parfait, avec un champ de vitesse dérivant d'un potentiel. Il met en jeu les mêmes ingrédients physiques que notre approche en loi d'échelle. Le calcul détaillé dans l'ouvrage de E.Guyon, J.-P.Hulin & L.Petit, *Hydrodynamique physique* (Ed. CNRS) nous mène à la relation de dispersion :

$$\omega^2 = \left( gk + \frac{\gamma k^3}{\rho} \right) \tanh(kh),$$

où  $h$  est la hauteur d'eau. Ce même calcul nous conduit à une atténuation des ondes en profondeur de la forme  $e^{-kz}$  (voir le TD sur l'instabilité de Kelvin-Helmholtz).

## 3 Expérience

La cuve est équipée d'un batteur actionné par un moteur à courant continu et un système bielle-manivelle. On peut faire varier la fréquence, en modifiant la tension d'alimentation du moteur (on veillera à ce que le bâti entier ne se mette pas à vibrer dangereusement). Le batteur peut être équipé de deux excentriques : l'un à excentrement fixe faible, plutôt adapté pour générer des ondes de petite amplitude et de fréquence élevée ; l'autre à excentrement variable permet de générer des ondes de grande amplitude et de fréquence faible. À l'autre extrémité de la cuve, une plage amortit les vagues et empêche la formation d'ondes stationnaires : c'est une *adaptation d'impédance*.

Pour les fréquences élevées, un batteur spécifique est disponible. Encore à l'état de prototype, ce dernier a été réalisé à partir d'un haut-parleur d'ordinateur récupéré dans la benne. On peut l'alimenter avec un générateur de fonctions. Veiller à ne pas le laisser sous tension trop longtemps car il risque de griller...

### 3.1 Relation de dispersion / Amortissement

Comment sonder les ondes? Une diode laser envoie un faisceau à la surface de l'eau. Une cellule CCD linéaire intercepte le reflet et produit une tension électrique proportionnelle à

la position du faisceau. Le signal lu sur un oscilloscope est très proche d'une sinusoïde si le montage est bien ajusté. Pour affiner le réglage, on peut soulever le capteur et vérifier que le point lumineux est bien dessous. Si ce n'est pas le cas, il suffit de réorienter le laser.

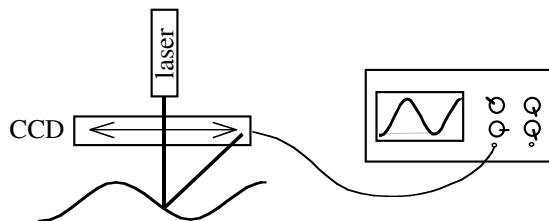


Figure 2: Un faisceau laser est réfléchi à la surface de l'eau et vient balayer un capteur CCD qui nous indique la position du point lumineux.

Deux couples laser/capteur sont placés sur la cuve à vagues et peuvent se déplacer l'un par rapport à l'autre, ce qui permet de déterminer la longueur d'onde des vagues.

*Déterminer la relation de dispersion pour une hauteur d'eau donnée. Comparer avec la formule théorique. Distingue-t-on les régimes gravitaire et capillaire? L'approche en écoulement irrotationnel (ce qui permet de définir un potentiel des vitesses) est-elle justifiée? Comment évolue l'amortissement de l'onde en fonction de la distance au batteur? Déterminer la longueur typique d'amortissement pour différentes fréquences. La prédiction prédite par la loi d'échelle semble-t-elle vérifiée?*

### 3.2 Visualisation des trajectoires

Pour visualiser les trajectoires des particules de fluide, on dispose de petites particules solides de Rilsan à rajouter dans l'eau de la cuve et d'un appareil photographique numérique. Un éclairage situé sous la cuve permet d'illuminer le plan médian de la cuve et de faire apparaître les particules de Rilsan comme des points brillants. Les particules solides sont suffisamment légères pour suivre le mouvement du fluide (elles finissent néanmoins par sédimenter au fond de la cuve). En laissant l'obturateur de l'appareil photo ouvert pendant un temps suffisamment long, on enregistre sur le capteur la trajectoire des particules solides (c'est la PIV "du pauvre" dans l'expérience de panache thermique).

*Enregistrez les trajectoires des particules pour différentes fréquences des ondes, avec et sans la plage permettant d'atténuer la réflexion à l'extrémité de la cuve. A partir de vos photos, vous déterminerez :*

- *comment l'amplitude du mouvement s'atténue quand on va de la surface vers le fond?*
- *comment cette atténuation dépend de la longueur d'onde des vagues? retrouve-t-on une atténuation de la forme  $e^{-kz}$  comme le prédit la théorie?*
- *quelle est la différence essentielle entre les trajectoires dans le cas des ondes progressives et dans celui des ondes stationnaires ?*

Le temps de pose doit être déterminé par rapport à la période des ondes. Utilisez le mode priorité à la vitesse d'obturation (S) et le réglage manuel de la distance de mise au point.