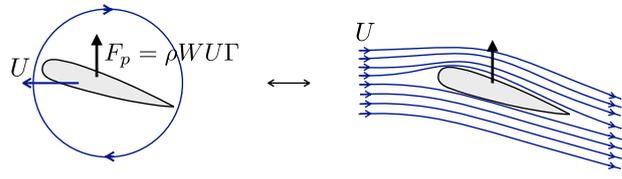
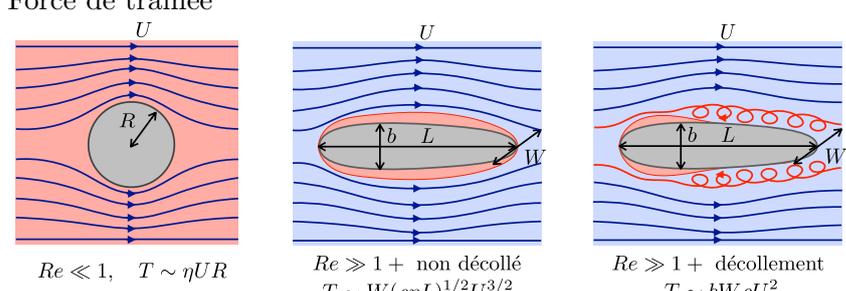


# Portance et traînée

**Résultats essentiels du cours :**  
 Portance ( $W$  est la largeur de l'objet perpendiculairement au plan du dessin)

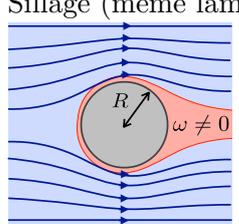


**Force de traînée**



$Re \ll 1, T \sim \eta UR$      
  $Re \gg 1 + \text{non détaché}$   
 $T \sim W(\rho\eta L)^{1/2} U^{3/2}$      
  $Re \gg 1 + \text{détachement}$   
 $T \sim bW\rho U^2$

**Sillage (même laminaire)  $\Rightarrow \omega \neq 0 \Rightarrow$  Bernoulli non valable**



## 1 Portance

### 1.1 Le but de Roberto Carlos

Le 3 juin 1997, le footballeur brésilien Roberto Carlos a marqué un but remarquable qui a stimulé toute une étude à l'École Polytechnique sur les trajectoires de balles dans le sport. Lors de son coup franc, le joueur propulse la balle à 38 m/s en "brossant" son tir, ce qui ajoute une vitesse de rotation de 88 rad/s. Au lieu de partir tout droit, la balle a adopté une curieuse trajectoire courbée qui a surpris le gardien de but Fabien Barthez (pourtant expérimenté). Les amateurs de football pourront visualiser d'autres buts similaires sur le site: <https://youtu.be/qarXYD3Kf3E>

*Considérons un écoulement à grand nombre de Reynolds autour d'un ballon. Quelle modification locale de la vitesse va engendrer une rotation du ballon?*

*En déduire l'apparition d'une force de portance (effet Magnus). Dans quelle direction est-elle dirigée?*

*Si on suppose que l'on peut appliquer la loi de Bernoulli, quel est l'ordre de grandeur de l'intensité de cette force? (pour info, un ballon de foot a un rayon de 11 cm)*

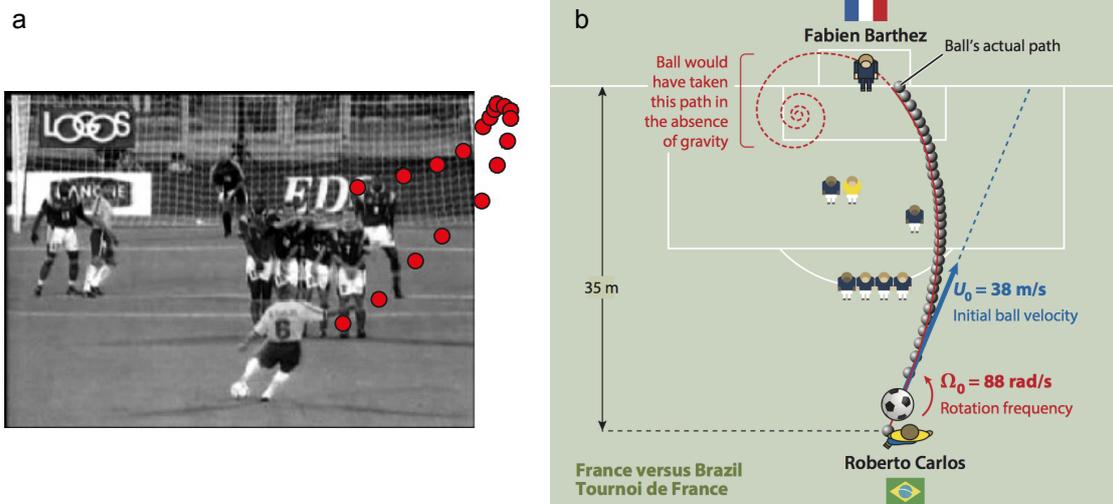


Figure 1: (a) Coup franc de Roberto Carlos (Brésil) contre la France, le 3 juin 1997. L'analyse de la vidéo indique une vitesse initiale de translation de 38 m/s et une rotation dans le sens trigonométrique de 88 rad/s. (b) Modélisation de la trajectoire par C. Clanet et G. Dupeux (Clanet, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **47**, 455, 2015).

## 1.2 Portance sur un cylindre tournant

Cet effet Magnus peut être décrit analytiquement en considérant un cylindre tournant soumis à un écoulement (Fig. 2) de vitesse  $U$ .

Rappelons le résultat général : la force de portance exercée sur le cylindre (par unité de longueur suivant l'axe du cylindre) est  $F_p = -\rho U \Gamma$ ,  $\Gamma$  étant la circulation de la vitesse autour du cylindre.

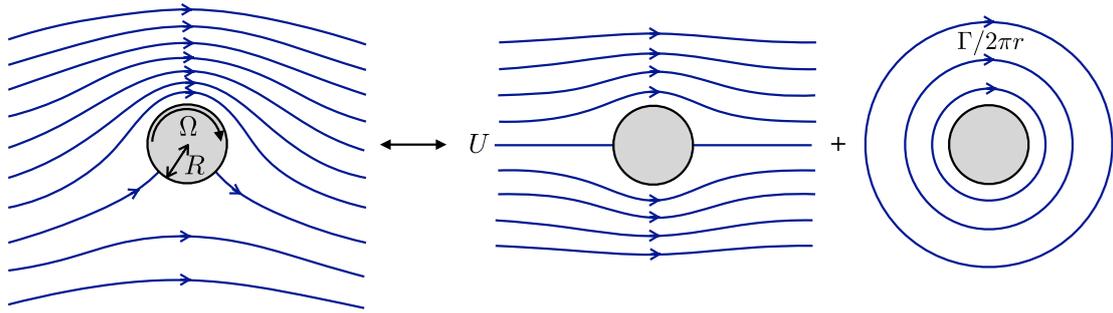


Figure 2: Écoulement autour d'un cylindre tournant vu comme la superposition d'un écoulement potentiel autour du cylindre avec une vitesse  $U$  à l'infini et d'un vortex de circulation  $\Gamma$ . Attention, la circulation est comptée dans le sens trigonométrique, le tourbillon représenté ici a donc une circulation négative.

### 1.3 Des ailes tournantes?

Sur le principe, il est possible de générer de la portance avec des ailes cylindriques tournantes (Fig. 3). Quelques tentatives réalisées au début du XXe siècle se sont cependant montrées peu convaincantes. Des versions en modèle réduit semblent néanmoins fonctionner: <https://youtu.be/acXv1-8xrBM>

Le même concept de mâts tournants ("Flettner-Rotors" du nom de l'ingénieur Anton Flettner) ont connu plus de succès et un prototype contemporain (E Ship 1) parcourt actuellement les mers du globe. Les constructeurs estiment pouvoir réduire la consommation en carburant de 30% avec ce concept.

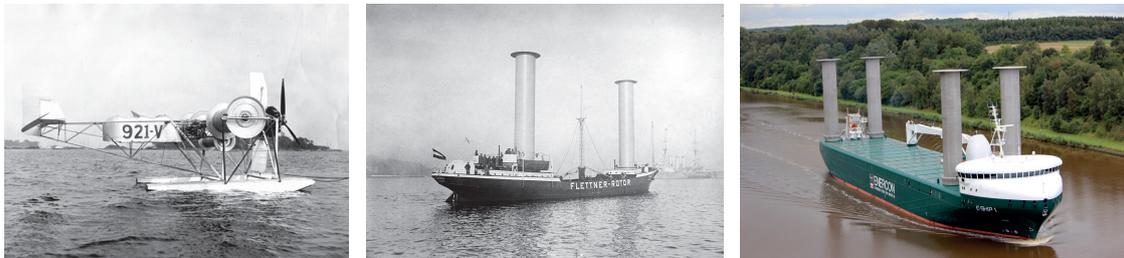


Figure 3: Ailes tournantes initialement conçues par l'ingénieur Anton Flettner, mettant en jeu l'effet Magnus. Le "4 mâts" contemporain E Ship 1 navigue actuellement.

*Dans le cas de l'hydravion, quelle doit-être la vitesse de rotation des rotors pour permettre de le soulever en supposant que l'hélice permet de le propulser à 200 km/h, que l'envergure de l'engin est 4 m et le rayon des cylindres 30 cm?*

## 2 Traînée de forme

### 2.1 Traînée sur un corps non profilé

Nous avons vu en cours, qu'en présence d'un gradient de pression défavorable la couche limite peut décoller. C'est typiquement le cas sur un cylindre ou une sphère. Le sillage a alors une largeur comparable à la taille de l'objet et la force de traînée est de l'ordre de  $1/2\rho SU^2$ , où  $S$  est la surface de référence de l'objet. En d'autres termes, le coefficient de traînée  $C_x$  est d'ordre 1. On parle alors de traînée de forme.

D'une manière générale, on peut écrire la force de traînée comme :

$$T = \frac{1}{2}\rho U^2 C_x S.$$

Attention, en fonction du problème, la définition de  $S$  peut changer: pour une aile d'avion, ce sera sa surface; pour une voiture ou un corps comme une sphere, ce sera usuellement sa section frontale.

En toute rigueur le  $C_x$  d'une structure dépend du nombre de Reynolds:

- il diverge en  $1/Re$  à petit Reynolds (la traînée de nature visqueuse est linéaire en vitesse,  $T \propto U$ ),
- varie en  $1/Re^{1/2}$  pour des Reynolds intermédiaires (traînée de friction dans la couche limite,  $T \propto U^{3/2}$ ),
- prend une valeur à peu près constante sur une gamme de  $Re$  plus élevée (traînée de forme  $T \propto U^2$ ).

À très grand Reynolds la couche limite devient turbulente, ce qui peut paradoxalement conduire à la recoller et induire une "crise de traînée" (nous n'avons pas discuté cete effet subtil en cours).

À titre d'exemple, l'évolution du  $C_x$  d'une sphère est présentée en Fig. 4).

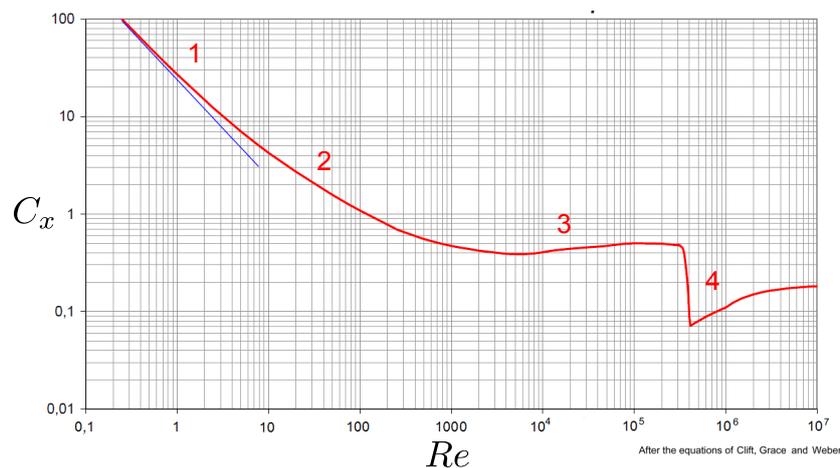


Figure 4: Évolution du  $C_x$  d'une sphère en fonction du nombre de Reynolds  $Re$ . 1) Traînée visqueuse ( $T \propto U$ ), 2) Traînée de friction ( $T \propto U^{3/2}$ ), 3) Traînée de forme ( $T \propto U^2$ ), 4) crise de traînée (couche limite turbulente).

## 2.2 Comment arrêter une balle de Magnum

Une vidéo surprenante tournée par National Geographic présente un tireur qui met en joue une succession de ballons remplis d'eau avec un Magnum 44. Combien de ballons va-t-il éclater? La réponse est sur le lien suivant: <https://youtu.be/sqF7ab0YCNy>

*Quelle force la balle ressent-elle lorsqu'elle pénètre dans l'eau qui remplit les ballons?*

*En déduire la dynamique de la balle. Peut-on estimer une longueur d'arrêt?*

*Application numérique: la balle a une masse de 20 g, une vitesse initiale de l'ordre de 400 m/s, un rayon de 5 mm.*



Figure 5: Combien de ballons remplis d'eau seront nécessaires pour arrêter une balle de Magnum 357?

## 2.3 Jeu de balles

Tous les jeux de balle sont caractérisés par des trajectoires en cloche. Dans le cas de la pétanque ou du basket-ball, la trajectoire de la balle est très proche d'une parabole. Dans le cas d'un volant de badminton, la trajectoire a plutôt une forme triangulaire qu'a décrit le mathématicien italien Niccolò Tartaglia (Fig 6).

*Quelle est l'équation du mouvement d'une balle projetée à une vitesse  $U_0$ ?*

*Quelle est la vitesse terminale  $U_\infty$  obtenue lorsque la traînée aérodynamique équilibre le poids de la balle?*

*Décrire les deux configurations limites  $U_0 \ll U_\infty$  et  $U_0 \gg U_\infty$ . Commenter les cas de la balle de basket et du volant de badminton.*

*En s'inspirant de l'exemple de la balle de Magnum stoppée par les ballons, déterminer une longueur d'arrêt  $\ell_{max}$ . Commenter la comparaison de cette longueur avec celle des terrains de jeu (Fig. 6).*

*Les piscines de plongeon ont généralement une profondeur de 5 m pour un plongeur de 10 m de haut. Aurait-on besoin d'augmenter la profondeur de ces piscines pour des compétitions de Red Bull cliff diving de 28m de haut?*

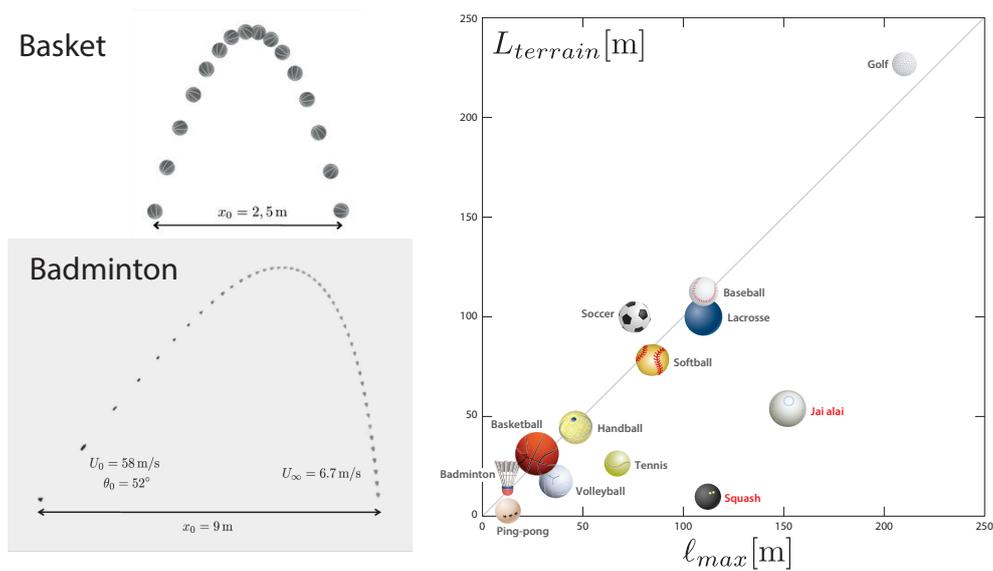


Figure 6: Gauche: Chronophotographies de trajectoires de balles. Parabole décrite par un ballon de basket ( $R = 12 \text{ cm}$ ,  $m = 650 \text{ g}$ , vitesse initiale  $U_0 = 7 \text{ m/s}$ , angle initial  $\theta_0 = 75^\circ$ ). Forme triangulaire de type “Tartaglia” suivie par un volant de badminton ( $R = 3 \text{ cm}$ ,  $m = 5 \text{ g}$ , vitesse initiale  $U_0 = 58 \text{ m/s}$ , angle initial  $\theta_0 = 52^\circ$ ). Le pas de temps est de  $100 \text{ ms}$  sur la chronophotographie du basket et  $50 \text{ ms}$  sur la chronophotographie du badminton. Droite: Longueur des terrains de jeu utilisés dans différents sports en fonction de la distance  $\ell_{\text{max}} = 2\pi R^2 \rho_f / m$  (pour info, le Jai alai est une forme de pelote basque). Données : Caroline Cohen & Baptiste Darbois-Textier.