Portance et traînée de forme

Le but de Roberto Carlos

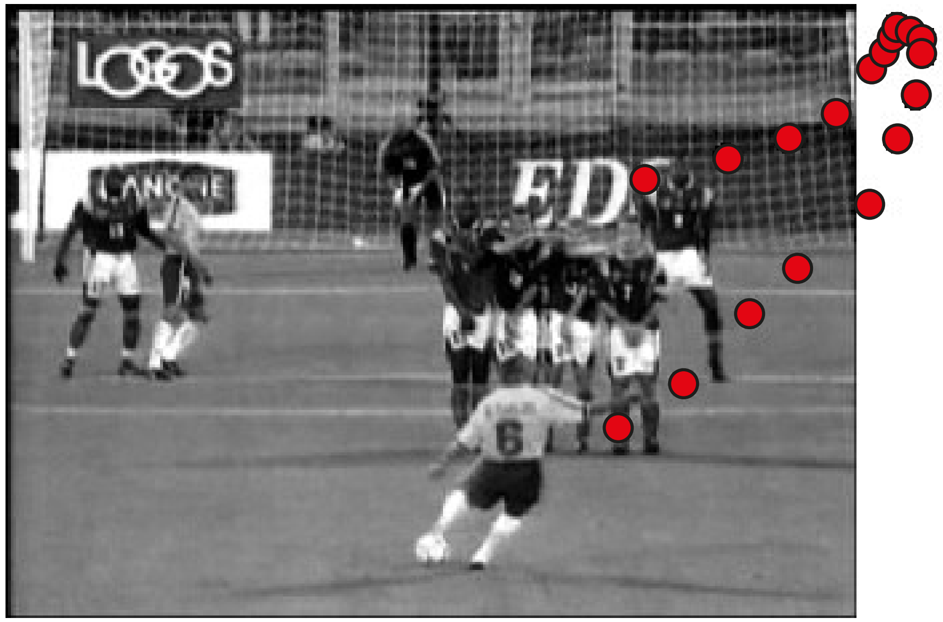
Un avion à ailes tournantes ?

Comment arrêter une balle avec des ballons pleins d'eau ?

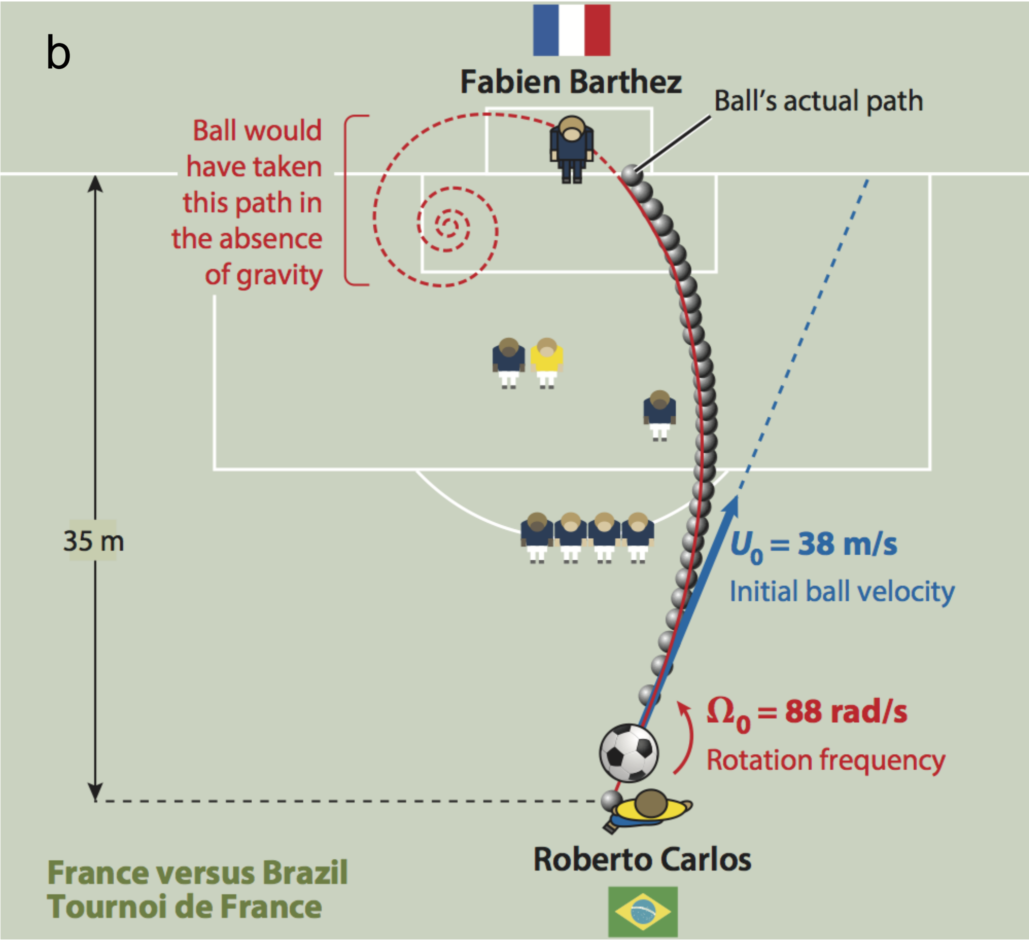
Jeux de balles et ballons

Le but de Roberto Carlos

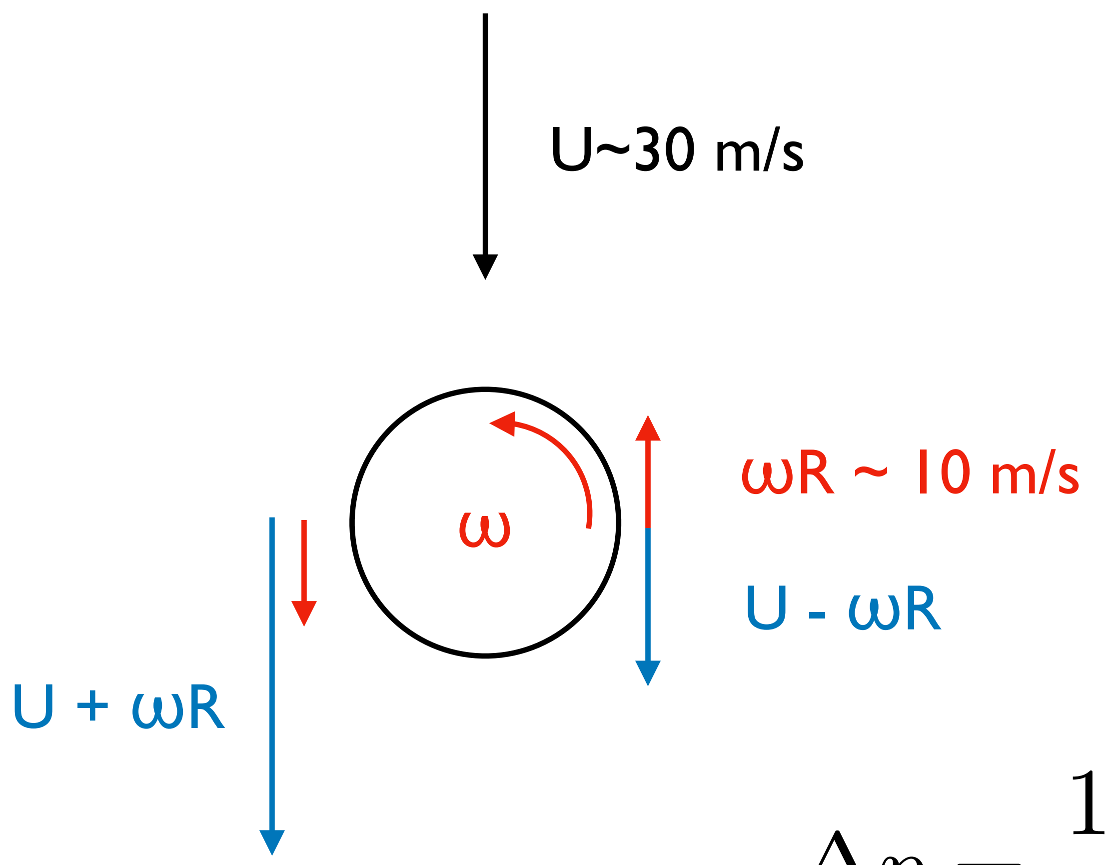
a



b



Le but de Roberto Carlos : force latérale sur le ballon



$$\Delta p = \frac{1}{2}\rho[(U+\omega R)^2 - (U-\omega R)^2]$$

$$\Delta p = 2\rho U \omega R$$

$$F \sim \Delta p \; \pi R^2 = 2\pi \; \rho \; U \; \omega R^3$$

Le but de Roberto Carlos : force latérale sur le ballon

$$F \sim \Delta p \; \pi R^2 = 2\pi \; \rho \; U \; \omega R^3$$

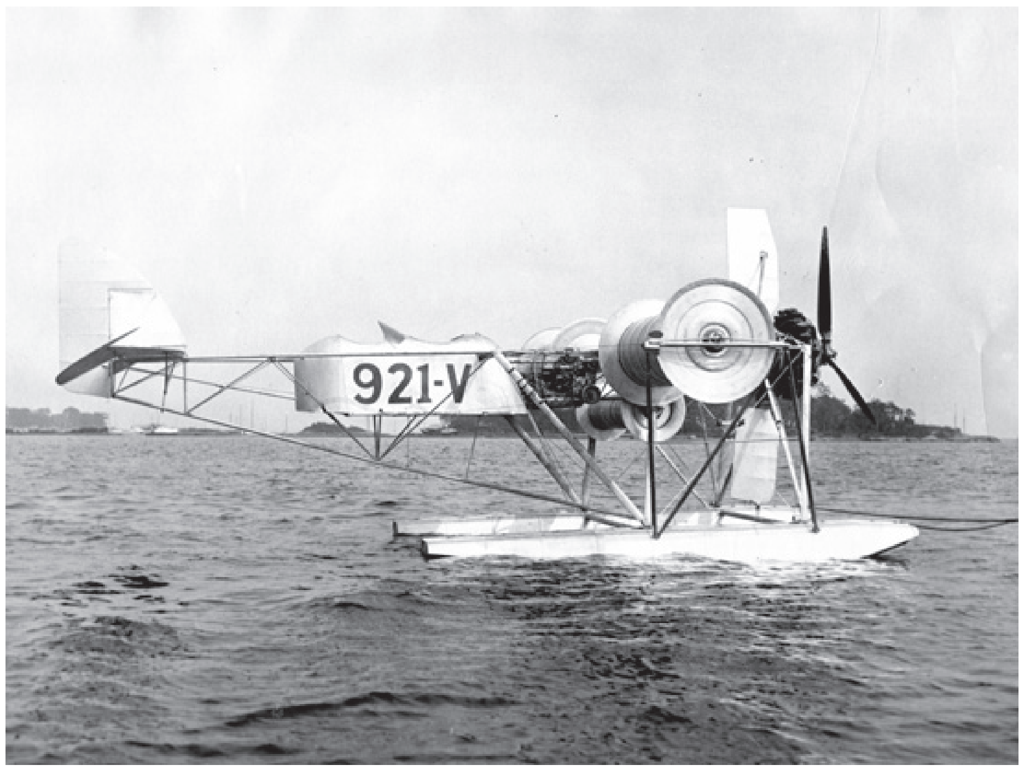
Soit Fp ~36 N

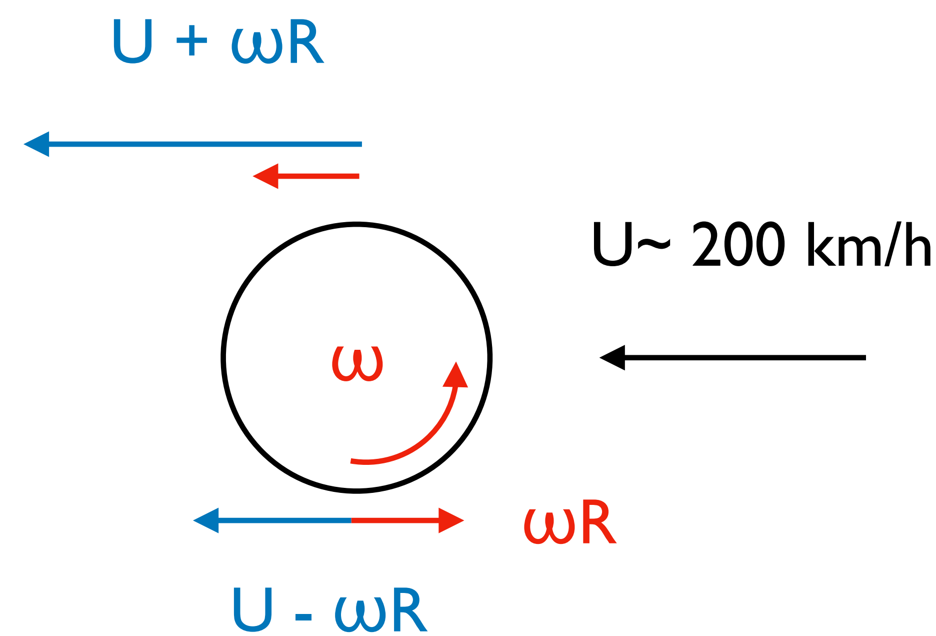
$$F_T \sim \frac{1}{2}\rho U^2 \pi R^2$$

Rapport portance/traînée

$$\frac{F_P}{F_T} \sim 4\frac{\omega R}{U}$$

Un avion à ailes tournantes ?





$$F_P \sim \Delta p \; 2R \; L = 4\rho \; U \; \omega R^2 \; L$$

M ~ 500 kg, F_P ~ 5000 N, U ~ 60 m/s, L = 4m, R = 30 cm

ω ~ 50 rad/s ~ 8 tours/s

Comment arrêter une balle ?

$$F_T \sim \frac{1}{2}\rho U^2 \pi R^2$$

$\rho = \rho_{eau} = 1000$ kg/m^3

$$m\frac{dU}{dt} = -\frac{1}{2}\rho U^2 S C_x$$

$$-\frac{1}{U^2}\frac{dU}{dt} = \frac{\rho S C_x}{2m} = \alpha$$

$$\frac{1}{U} - \frac{1}{U_0} = \alpha t$$

$$U = \frac{U_0}{1 + \alpha t\ U_0}$$

Comment arrêter une balle ?

$$U = \frac{U_0}{1 + \alpha t\ U_0}$$

Position de la balle x(t) $$x(t) = \int_0^t U(t)\ dt = U_0 \int_0^t \frac{dt}{1 + \alpha t\ U_0}$$

$$x(t) = \frac{1}{\alpha} \int_0^{\alpha t U_0} \frac{dt'}{1 + t'} = \frac{1}{\alpha} \ln(1 + \alpha t U_0)$$

$$x(t) = \frac{1}{\alpha} \ln\left(\frac{U_0}{U}\right) = -\frac{1}{\alpha} \ln\left(\frac{U}{U_0}\right)$$

Comment arrêter une balle ? Longueur de pénétration

$$x(t) = -\frac{1}{\alpha}\ln\left(\frac{U}{U_0}\right)$$

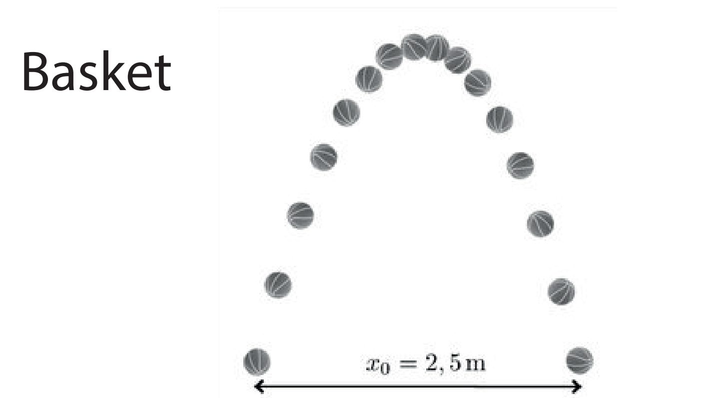
$$U = U_0 \exp(-\alpha x)$$

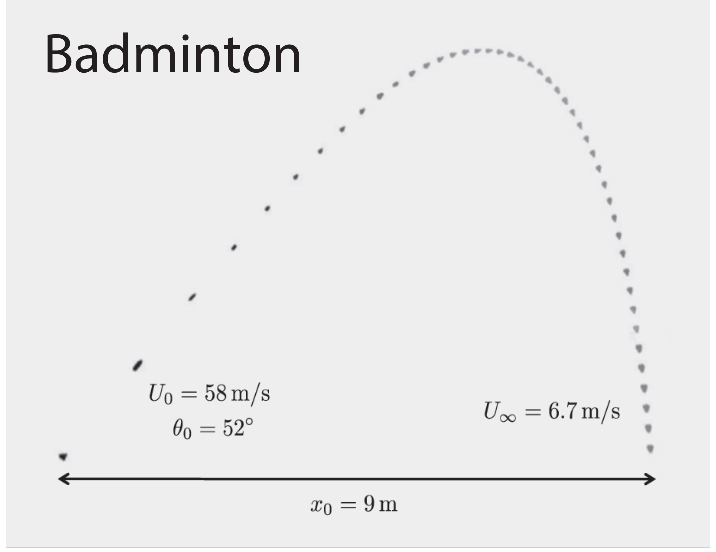
Longueur de pénétration (indépendante de U_0)

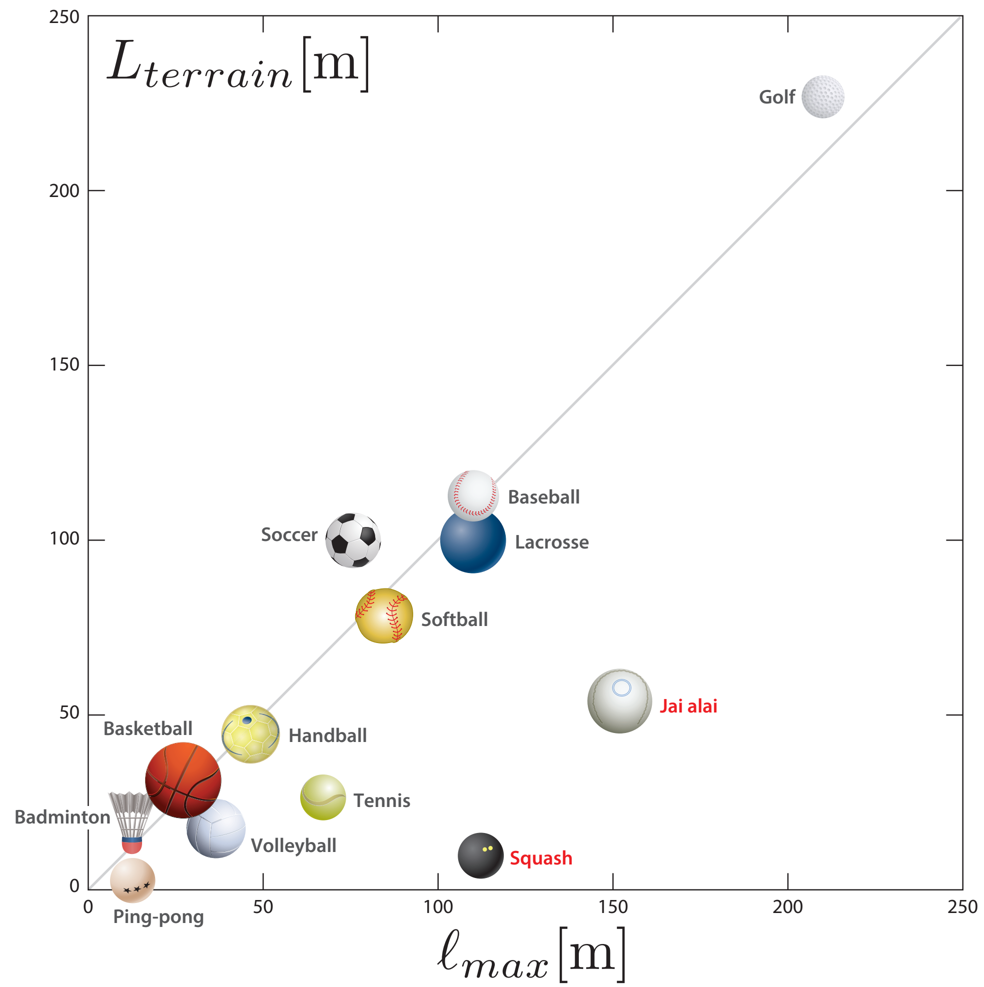
$$\frac{1}{\alpha} = \frac{2m}{\rho S C_x}$$

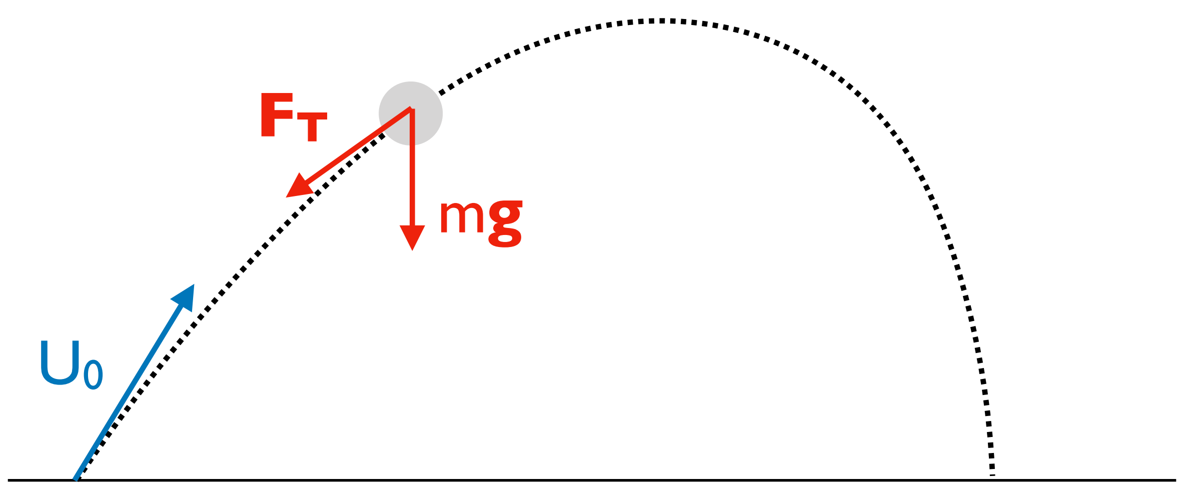
m = 20g, R = 5 mm, C_x ~1, L_p ~1m

Jeux de balles et ballons









$$m\frac{d\mathbf{U}}{dt} = \mathbf{F_T} + m\mathbf{g}$$

$$m\frac{d\mathbf{U}}{dt} = -\frac{1}{2}\rho S C_x U \mathbf{U} + m\mathbf{g}$$

Jeux de balles et ballons, vitesse limite de chute

$$m\frac{d\mathbf{U}}{dt} = -\frac{1}{2}\rho S C_x U\mathbf{U} + m\mathbf{g}$$

$$\frac{1}{2}\rho S C_x U_\infty^2 = mg$$

$$\boxed{U_\infty = \sqrt{\frac{2mg}{\rho S C_x}}}$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{U}/U_\infty$$

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = -\frac{g}{U_\infty}(u\mathbf{u} + \mathbf{e_z})$$

$U_0 \ll U_\infty$ Gravité dominante $\dot{\mathbf{u}} \approx \mathbf{g}/U_\infty$

$U_0 \gg U_\infty$ Traînée aérodynamique dominante $\dot{\mathbf{u}} \approx -gu\mathbf{u}/U_\infty$

Longueur d'arrêt typique $\ell_{max} = \dfrac{2m}{\rho S C_x}$

Jeux de balles et ballons : basket vs badminton

basket : m=650 g, $R = 12$ cm, $U_0 = 7$m/s, $U_\infty = 24$ m/s

$$U_0 \ll U_\infty$$

Gravité dominante, trajectoire parabolique

badminton : m=5 g, $R = 3$ cm, $U_0 = 58$ m/s, $U_\infty = 10$ m/s

$$U_0 \gg U_\infty$$

Traînée aérodynamique dominante

Longueur d'arrêt typique $l_{max} \sim 4$ m