

### TD 3 : ECOULEMENT SUR UN PLAN INCLINÉ

On considère un fluide de viscosité  $\eta$  ruisselant sur un plan infini, incliné d'un angle  $\theta$ . Le fluide forme une nappe d'épaisseur constante  $h$  s'écoulant uniquement dans la direction de la pente.

- 1) Faire un schéma de principe, choisir un système de coordonnées et placer les axes. Délimiter un élément de volume infinitésimal.
- 2) Effectuer un bilan des forces sur cet élément de volume.
- 3) En tirer une équation à intégrer permettant d'exprimer la vitesse  $u_x(z)$  en fonction des paramètres du problème. Quelles conditions aux limites va-t-on utiliser ?
- 4) Intégrer et tracer le profil de vitesse  $u_x(z)$ .

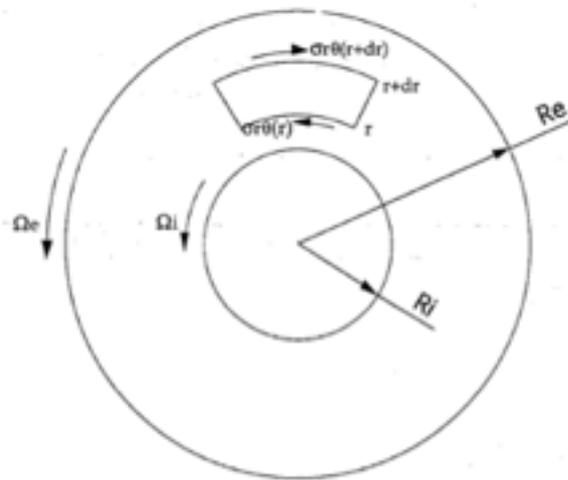
## TD 4 : RHÉOMÈTRE DE COUETTE

### I. Écoulement de Couette

On considère un fluide de viscosité  $\eta$  entre deux plaques espacées d'une distance  $h$ . La plaque du haut est translaturée à une vitesse  $V$ , celle du bas est immobile. De la même manière que précédemment, trouver les variations de la vitesse  $u_x(z)$ .

### II. Écoulement entre deux cylindres.

On considère à présent le problème suivant: le fluide est compris entre deux cylindres concentriques, de diamètres respectifs  $R_i$  et  $R_e$  et tournant respectivement à des vitesses angulaires  $\Omega_i$  et  $\Omega_e$ .



- On considère l'élément de volume représenté ci-dessus (on appellera la dimension verticale  $H$ ). Effectuer un bilan de volume à l'intérieur de l'élément défini. En déduire la vitesse dans la direction radiale  $u_r$ .
- Faire un bilan de forces dans la direction radiale. En déduire une relation entre les variations de pression et la vitesse orthoradiale.
- Ecrire le bilan des couples résultant des contraintes tangentielles. En déduire les variations de vitesse.
- Dans ce cas précis, les contraintes visqueuses sont liées aux variations de vitesse par la relation suivante :

$$\sigma_{r\theta} = \eta \left( \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} \right)$$

Intégrer et exprimer  $u$  en fonction de deux constantes qu'on appellera A et B.

- Calculer les deux constantes A et B en fonction des rayons et des vitesses de rotation des deux cylindres, et trouver la valeur du couple induit par la contrainte tangentielle sur le cylindre extérieur.
- Dans le cas où le cylindre intérieur est immobile et où la distance entre les deux cylindres est très faible devant leurs rayons, approcher l'expression du couple par une expression simplifiée. On peut mesurer la viscosité d'un fluide grâce à un tel montage. Expliquer.