

Systèmes électoraux

1 Introduction

La théorie électorale a été fondée à la fin du 18ème siècle, lorsque les mathématiciens français Jean-Charles, chevalier de Borda, et Jean Antoine Nicolas Cartat, marquis de Condorcet, ont proposé leurs célèbres méthodes et analyses. Il existe un très grand nombre de systèmes de vote. Nous les présentons dans le cadre d'élection de candidat, mais ces même méthodes et critères s'appliquent à tous les choix que doivent faire un groupe pour plaire (ou ne pas déplaire) au plus grand nombre de personnes. Des exemples sont :

- Dans quelle ville ou quartier construire un hôpital ou un aeroport ?
- Quelle date choisir pour une fête ?
- Quel film devrait regarder un groupe d'amis ?

Des mathématiciens et des économistes ont étudié des critères qui seraient souhaitables pour un système de vote. Elargie à la théorie du choix social et la théorie des jeux, ceci reste un domaine de recherche actuel. Des thèoremes mathématiques établissent que aucun système electoral peut satisfaire à tous les critères souhaitables. Notamment, Kenneth Arrow a gagné un prix Nobel en 1972 pour avoir démontré le célèbre Arrow Impossibility Theorem sur les systèmes électoraux. Néanmoins, le fait qu'il n'existe pas de système parfait n'est pas une raison pour ne pas chercher à choisir le meilleur système electoral possible.

2 Quelques systèmes

2.1 Pluralité ou scrutin majoritaire à un tour

Chaque electeur émet un seul souhait. Le candidat qui a le plus grand nombre de voix gagne. Ceci est le système pratiqué aux Etats-Unis et au Royaume-Uni.

La pluralité est le système le plus simple. On peut aussi démontrer que le scrutin majoritaire est le système idéal quand il n'y a que deux candidats. Mais lorsqu'il y a plus de deux candidats, il est sujet à un problème majeur. Imaginons qu'il y ait trois candidats, M Bon, Mme Gentille et M Méchant et que la population vote selon les pourcentages suivants :

Candidat		Pourcentage du vote
M Bon	B	32%
Mme Gentille	G	30%
M Méchant	M	38%

Comme il a le plus grand nombre de votes, M. Méchant gagne l'élection.

2.2 Scrutin majoritaire à deux tours

Supposons que les préférences complètes des électeurs soient décrites par le tableau suivant :

Premier choix	Deuxième choix	Troisième choix		Pourcentage du vote
M Bon	Mme Gentille	M Méchant	BGM	32%
Mme Gentille	M Bon	M Méchant	GBM	30%
M Méchant	Mme Gentille	M Bon	MGB	38%

(Il existe 6 possibilités de préférences : les trois données dans le tableau, BGM, GBM, MGB, et aussi trois autres, BMG, GMB, et MBG. Pour simplifier, nous avons supposé qu'aucun électeur n'a les trois derniers comme préférence.)

Nous voyons que les électeurs qui ont choisi M Bon ou Mme Gentille ont respectivement Mme Gentille ou M Bon comme deuxième choix. Si l'un ou l'autre ne s'était pas présenté, l'autre aurait certainement gagné !

Le système de pluralité amène les électeurs à deviner qui, entre Mme Gentille et M Bon, a le plus de chances d'éviter la victoire de M Méchant.

En France on aurait fait un deuxième tour, ne gardant que les deux premiers candidats et donc éliminant Mme Gentille, qui n'a eu que 30% des voix. Selon les préférences des électeurs, le vote au deuxième tour serait :

Candidat	Pourcentage du vote
M Bon	$32+30=62\%$
M Méchant	38%

Au deuxième tour, M Bon gagnerait.

2.3 Vote Alternatif

On peut proposer d'autres systèmes qui n'exigent pas d'organiser un deuxième tour, en demandant aux électeurs dès le premier tour leur préférences. Le système de vote alternatif utilise ces préférences ainsi. Si un des candidats a une majorité absolue, il/elle gagne. Sinon, le candidat qui attire le moins de premier choix est éliminé. Les votes pour ce candidat sont transformés en votes de deuxième choix, ainsi :

Candidat	Premier compte	Deuxième compte
M Bon	32	$32+30=62$
Mme Gentille	30	0
M Méchant	38	38

M Bon est élu.

Dans cette élection à trois candidats, le Vote Alternatif et le Scrutin Majoritaire à Deux Tours sont identiques, le 1er ayant l'avantage pratique d'épargner aux électeurs de se déplacer deux fois. S'il y avait plus de candidats, il se pourrait qu'aucun candidat n'ait une majorité à ce stade (2ème tour ou 2ème compte). On reitererait le procédé, éliminant chaque fois le dernier candidat et reportant ses voix selon les préférences exprimées, jusqu'à ce qu'un candidat ait une majorité absolue.

Le Vote Alternatif est le système utilisé en Australie.

2.4 Méthode de Coombs

La méthode de Coombs est une variante de la méthode du Vote Alternatif, où on élimine non pas le candidat qui a recueilli le plus petit nombre de premier choix, mais plutôt le candidat ayant recueilli le plus grand nombre de dernier choix. Comme pour le Vote Alternatif classique, le vote de chaque bulletin qui était compté pour le candidat éliminé est transféré à la prochaine préférence sur ce bulletin.

2.5 Système de Borda

Dans le système de Borda, les électeurs affecteraient 2 points à leur premier choix, 1 point à leur deuxième choix, puis 0 point au troisième choix. (Pour simplifier on dira que le nombre d'électeurs est 100, pour que le nombre de voix et le pourcentage soient identiques.) Le résultat de cette élection serait :

Candidat		Nombre de points
M Bon	$2 \times 32 + 1 \times 30$	94
Mme Gentille	$1 \times 32 + 2 \times 30 + 1 \times 38$	130
M Méchant	2×38	76

Maintenant c'est Mme Gentille qui gagne.

Ceci a l'avantage de traduire le fait que les électeurs qui ont comme premier choix M Méchant préfèrent Mme Gentille à M Bon ; bien que leur candidat ait perdu, ces électeurs ont quand même eu une influence sur le gagnant.

2.6 Variante

Le premier choix reçoit 1 point, le deuxième 1/2, le troisième 1/3 et ainsi de suite. Ceci augmente le poids des premiers choix et diminue le poids des derniers choix. Cette méthode est utilisée au Nauru, une île dans le Pacifique.

2.7 Points à attribution libre

On peut aussi imaginer un système où chaque électeur a trois points, dont il/elle peut disposer comme il/elle veut.

Si chacun accorde deux points à son premier choix et un point à son deuxième choix, on a la méthode de Borda classique. Si chacun accorde trois points à son premier choix et aucun point aux autres choix, on a le système de pluralité. Imaginons, par contre, que les électeurs de M Méchant accordent tous leur trois points à M Méchant, tandis que les électeurs qui préfèrent M Bon et Mme Gentille divisent leurs points :

Candidat		Nombre de points
M Bon	$2 \times 32 + 1 \times 30$	90
Mme Gentille	$1 \times 32 + 2 \times 30$	92
M Méchant	3×38	114

Si les électeurs de Mme Gentille font cela, et pas les autres, on a :

Candidat		Nombre de points
M Bon	2×32	64
Mme Gentille	$1 \times 32 + 3 \times 30 + 1 \times 38$	160
M Méchant	2×38	76

Finalement, si les électeurs de M Bon font cela, et pas les autres, on a :

Candidat		Nombre de points
M Bon	$3 \times 32 + 1 \times 30$	126
Mme Gentille	$2 \times 30 + 1 \times 38$	98
M Méchant	2×38	76

A chaque fois, le gagnant est celui qui peut convaincre les électeurs à accorder tous leurs points à leur premier choix. Mais si tous les électeurs font cela, on a

Candidat	Nombre de points
M Bon	$3 \times 32 = 96$
Mme Gentille	$3 \times 30 = 90$
M Méchant	$3 \times 38 = 108$

On a simplement multiplié chaque pourcentage par 3, et le résultat est équivalent au scrutin majoritaire. Pour ces raisons, ce système à attribution libre de points n'est pas recommandée.

2.8 Système d'Approbaton

Les électeurs peuvent donner soit 0 ou 1 point à chaque candidat.

2.9 Système de Copeland

On compare chaque paire de candidats (ne tenant pas compte des autres), c'est à dire que l'on fait une élection virtuelle entre chaque paire de candidats. Le gagnant est le candidat qui gagne le plus grand nombre de ces élections entre deux candidats.

	B	G	M	nombre d'élections gagnées
B		G (68/32)	B (62/38)	1
G			G (62/38)	2
M				0
gagnant(e)				G

La dernière colonne montre le nombre d'élections virtuelles gagnées par chaque candidat. Comme Mme Gentille a gagné deux l'élections, M Bon une, et M Méchant aucun, Mme Gentille est la gagnante par le système de Copeland. La méthode de Copeland a aussi tendance à favoriser le candidat qui représente le compromis.

3 Quelques Critères

Nous voyons donc que le choix d'un système électoral n'est pas du tout anodin. Nous avons montré des systèmes qui semblent tous raisonnables mais qui pourtant font gagner des candidats différents. Voici une liste (non-exhaustive) de propriétés souhaitables pour un système d'élection.

3.1 Non-stratégie

Une stratégie est une façon d'augmenter les chances de son candidat préféré en mentant sur ses préférences. Un système n'admet pas de stratégie si la meilleure façon d'élire son candidat préféré est de voter pour lui ou elle.

3.2 Critère de Condorcet

Si le candidat A gagne dans toutes les élections possibles face à un autre candidat, alors A devrait gagner l'élection générale. Certains systèmes de vote vérifient le critère de Condorcet, d'autres ne le vérifient pas.

Il existe aussi un critère de Condorcet perdant : si le candidat Z perd dans toutes les élections possibles face à et un autre candidat, alors Z perd l'élection générale.

3.3 Monotonicité

Si un électeur augmente sa préférence pour le candidat A, ceci ne devrait pas diminuer les chances qu'a A de gagner. Si un électeur diminue sa préférence pour le candidat Z, ceci ne devrait pas augmenter les chances qu'a Z de gagner.

3.4 Majorité

Si le candidat A a une majorité de premiers votes, alors A devrait gagner. Nous verrons que la méthode de Borda peut très bien choisir un candidat autre que celui qui a une majorité, puisqu'il compte les autres préférences dès le début (contrairement au Vote Alternatif) et favorise le candidat qui représente un compromis entre les électeurs.

3.5 Indépendance des options non pertinentes

Supposons que A soit le gagnant d'une élection et B soit un des perdants. Si B ne s'était pas présenté, alors A devrait quand même gagner.

3.6 Participation

On ne peut pas augmenter les chances de son candidat préféré en ne participant pas à l'élection.

3.7 Critère de Pareto

Si tous les électeurs préfèrent le candidat A au candidat B, alors B ne devrait pas gagner.

4 Election présidentielle française de 2017

4.1 Ce qu'il s'est passé

Voici les partis et les candidats qui se sont présentés en 2017 et leurs résultats au premier tour. (Deux candidats difficile à classer et avec très peu de votes ont été omis) :

Extrême gauche			1.73 %
Philippe Poutou	Nouveau Parti Anticapitaliste	394 505	1.09 %
Nathalie Arthaud	Lutte Ouvrière	232 384	0.64 %
Gauche			25.94 %
Jean-Luc Mélenchon	La France Insoumise	7 059 951	19.58 %
Benoît Hamon	Parti Socialiste	2 291 288	6.36 %
Centre			25.22 %
Jean Lasalle	Resistons !	435 301	1.21 %
Emmanuel Macron	En Marche !	8 656 346	24.01 %
Droite			20.01 %
François Fillon	Les Républicains	7 212 995	20.01 %
Extrême droite			26.00 %
Marine Le Pen	Front National	7 678 491	21.30 %
Nicolas Dupont-Aignan	Debout la France	1 695 000	4.70 %

Les deux candidats ayant le plus de votes étaient Emmanuel Macron avec 24.01 % et Marine Le Pen avec 21.30 %. Ce sont donc ces candidats qui se sont affrontés au deuxième tour, avec les résultats suivants :

Emmanuel Macron	En Marche !	20 743 128	66.10 %
Marine Le Pen	Front National	10 638 475	33.90 %

On voit que, en 2017, un scrutin majoritaire avec un seul tour aurait donné le même résultat que l'élection à deux tours.

4.2 Tableau Simplifié

Que serait-il passé dans un système avec un grand nombre de tours, c'est-à-dire le système de vote alternatif ?

On ne peut pas être certain du tableau de préférence complet des électeurs, mais on peut imaginer le scénario suivant. Les candidats d'extrême gauche et d'extrême droite auraient été éliminés l'un après l'autre et leur votes affectés aux candidats dont les points de vues politiques sont les plus proches au candidat éliminé. Donc on va supposer que une fois que Poutou et Arthaud auraient été éliminés, leur votes seraient passés à Mélenchon, les votes pour Lasalle seraient passés à Macron, et les votes pour Dupont-Aignan seraient passés à Le Pen. Ceci aurait donné :

Hypothèses : (Poutou, Arthaud) → Mélenchon, Lasalle → Macron, Dupont-Aignan → Le Pen

Extrême Gauche	Jean-Luc Mélenchon	La France Insoumise	$19.58 + 1.73 = 21.31\%$
Gauche	Benoît Hamon	Parti socialiste	6.36 %
Centre	Emmanuel Macron	En Marche !	25.22 %
Droite	François Fillon	Les Républicains	20.01 %
Extrême Droite	Marine Le Pen	Front National	$21.30 + 4.70 = 26.00 \%$

Nous souhaitons appliquer les systèmes différents présentés dans la section précédente qui utilisent les préférences des électeurs. Hélas, ces préférences n'ont pas été récoltées. Faisons donc l'approximation que les électeurs choisiraient les candidats d'idéologie plus proche de leur premier choix. Les électeurs de l'Extrême gauche auraient la Gauche comme deuxième choix et le Centre comme troisième choix. La moitié des électeurs de la Gauche aurait l'Extrême Gauche comme deuxième choix et l'autre moitié aurait le Centre comme deuxième choix.

Ceci correspond à créer 8 profils d'électeurs, dont les préférences sont décrites dans le tableau suivant :

	EG	G1	G2	C1	C2	D1	D2	ED
EG	1	2	3	4	5	5	5	5
G	2	1	1	2	3	4	4	4
C	3	3	2	1	1	2	3	3
D	4	4	4	3	2	1	1	2
ED	5	5	5	5	4	3	2	1
	21.31	3.18	3.18	12.61	12.61	10	10	26

4.3 Vote Alternatif

On applique maintenant le système de Vote Alternatif, utilisant le tableau simplifié.

		1er tour	2ème tour	3ème tour	4ème tour
EG	Mélenchon	21.31 %	$21.31+3.18 = 24.49 \%$	24.49 %	éliminé
G	Hamon	6.36 %	éliminé	éliminé	éliminé
C	Macron	25.22 %	$25.22+3.18 = 28.40 \%$	$28.40+10.00 = 38.40 \%$	$38.40+24.49 = 62.89 \%$
D	Fillon	20.01 %	20.01 %	éliminé	éliminé
ED	Le Pen	26.00 %	26.00 %	$26.00+10.00 = 36.00 \%$	36.00 %

Il n'est peut-être pas très réaliste de supposer que la moitié des partisans de Fillon aurait voté pour Le Pen, vu que Fillon a recommandé à ses partisans de voter pour Macron au deuxième tour. Voici un nouveau tableau correspondant :

	EG	G1	G2	C1	C2	D1	D2	ED
EG	1	2	3	4	5	5	5	5
G	2	1	1	2	3	4	4	4
C	3	3	2	1	1	2	3	3
D	4	4	4	3	2	1	1	2
ED	5	5	5	5	4	3	2	1
	21.31	3.18	3.18	12.61	12.61	15	5	26

Comment se serait passé le Vote Alternatif, avec ce nouveau tableau de préférences ?

	1er tour	2ème tour	3ème tour	4ème tour
EG	Mélenchon	21.31 %		
G	Hamon	6.36 %		
C	Macron	25.22 %		
D	Fillon	20.01 %		
ED	Le Pen	26.00 %		

Que se serait-il passé avec le système de Borda ?

Le tableau ci-dessous montre la répartition des points selon les profils des électeurs :

	EG	G1	G2	C1	C2	D1	D2	ED
EG	4	3	2	1	0	0	0	0
G	3	4	4	3	2	1	1	1
C	2	2	3	4	4	3	2	2
D	1	1	1	2	3	4	4	3
ED	0	0	0	0	1	2	3	4
	21.31	3.18	3.18	12.61	12.61	10	10	26

Il faut ensuite multiplier le pourcentage de chaque profil par les points, puis additionner les points de chaque rangée. Complétez le tableau ci-dessous pour trouver le gagnant selon le système de Bordja :

	EG	G1	G2	C1	C2	D1	D2	ED	
EG	4	3	2	1	0	0	0	0	113.75
G	3	4	4	3	2	1	1	1	
C	2	2	3	4	4	3	2	2	
D	1	1	1	2	3	4	4	3	
ED	0	0	0	0	1	2	3	4	
	21.31	3.18	3.18	12.61	12.61	10	10	26	

Que se serait-il passé avec le système de Copeland ?

Le tableau ci-dessous montre qui aurait gagné chaque élection face-à-face entre les candidats :

	EG	G	C	D
G	G : G+C+D+ED = 78.69 EG : EG=21.31			
C	C : G1+C+D+ED=74.41 EG : G2+EG=24.49	C : C+D+ED=71.23 G : G+EG=27.67		
D	D : D+C+ED=71.23 EG : EG+G=27.67	D : D+ED+C1=58.62 G : G+EG+C2=40.28	D : ED+D=46.01 C : G+C+EG=52.89	
ED	ED : ED+C1+D=58.62 EG : EG+G+C2=40.28	ED : ED+D=46.01 G : G+C+EG=52.89	ED : ED+D2=36.00 C : C+G+EG+D1=62.89	ED : ED=26 D : D+C+G+EG=74

Utilisez ces résultats pour compléter le tableau ci-dessous et ainsi établir le gagnant selon la méthode de Copeland :

parti	nombre de victoires
EG	
G	
C	
D	
ED	

5 Election présidentielle française de 2002

5.1 Ce qu'il s'est passé

Voici les partis et les candidats qui se sont présentés en 2002 et leurs résultats au premier tour :

Extrême gauche			10.44 %
Daniel Gluckstein	Parti des travailleurs	PT	0.47 %
Arlette Laguiller	Lutte ouvrière	LO	5.72 %
Olivier Besancenot	Ligue communiste révolutionnaire	LCR	4.25 %
Gauche			32.45 %
Christiane Taubira	Parti radical de gauche	PRG	2.32 %
Noël Mamère	Les Verts	VEC	5.25 %
Lionel Jospin	Parti socialiste	PS	16.18 %
Robert Hue	Parti communiste français	PCF	3.37 %
Jean-Pierre Chevènement	Pôle républicain	PR	5.33 %
Centre			8.72 %
Corinne Lepage	Citoyenneté action part...XXI siècle	CAP21	1.88 %
François Bayrou	Union pour la démocratie française	UDF	6.84 %
Droite			29.21 %
Jacques Chirac	Rassemblement pour la République	RPR	19.88 %
Jean Saint-Josse	Chasse, pêche, nature et tradition	CPNT	4.23 %
Christine Boutin	Forum des républicains sociaux	FRS	1.19 %
Alain Madelin	Démocratie libérale	DL	3.91 %
Extrême droite			19.2 %
Bruno Mégret	Mouvement national républicain	MNR	2.34 %
Jean-Marie Le Pen	Front national	FN	16.86 %

Les deux candidats ayant eu le plus de votes étaient Jacques Chirac (RPR) avec 19.88 % et Jean-Marie Le Pen (FN) avec 16.86 %. Le premier ministre à l'époque, Lionel Jospin (PS) n'était pas très loin, avec 16.18 % (à peu près 200 000 votes les séparaient).

C'est donc Jacques Chirac et Jean-Marie Le Pen qui se sont affrontés au deuxième tour, avec les résultats suivants :

Jacques Chirac	Rassemblement pour la République	RPR	82.21 %
Jean-Marie Le Pen	Front national	FN	17.79 %

5.2 Tableau simplifié et Préférences Approximatives

On voit qu'un scrutin majoritaire, même à deux tours, ne traduit pas très bien les souhaits de la population lorsque le nombre de candidats est grand. Pour notre étude nous allons simplifier le tableau ainsi :

Extrême gauche	10.5 %
Gauche	32.5 %
Centre	9 %
Droite	29 %
Extrême droite	19 %

On voit que, dans un système de scrutin majoritaire à un seul tour, la Gauche aurait gagné ! Tout au moins, pour ce système simplifié que c'est la Gauche et la Droite classique qui aurait participé au deuxième tour. Il est clair que la Gauche a souffert du morcèlement de votes de tous les partis de gauche.

Nous souhaitons appliquer les systèmes différents présentés dans la section précédente qui utilisent les préférences des électeurs. Hélas, ces préférences n'ont pas été récoltées. Faisons donc l'approximation que les électeurs choisiraient les candidats d'idéologie plus proche de leur premier choix. Les électeurs de l'Extrême gauche auraient la Gauche comme deuxième choix et le Centre comme troisième choix. La moitié des électeurs de la Gauche aurait l'Extrême Gauche comme deuxième choix et l'autre moitié aurait le Centre comme deuxième choix.

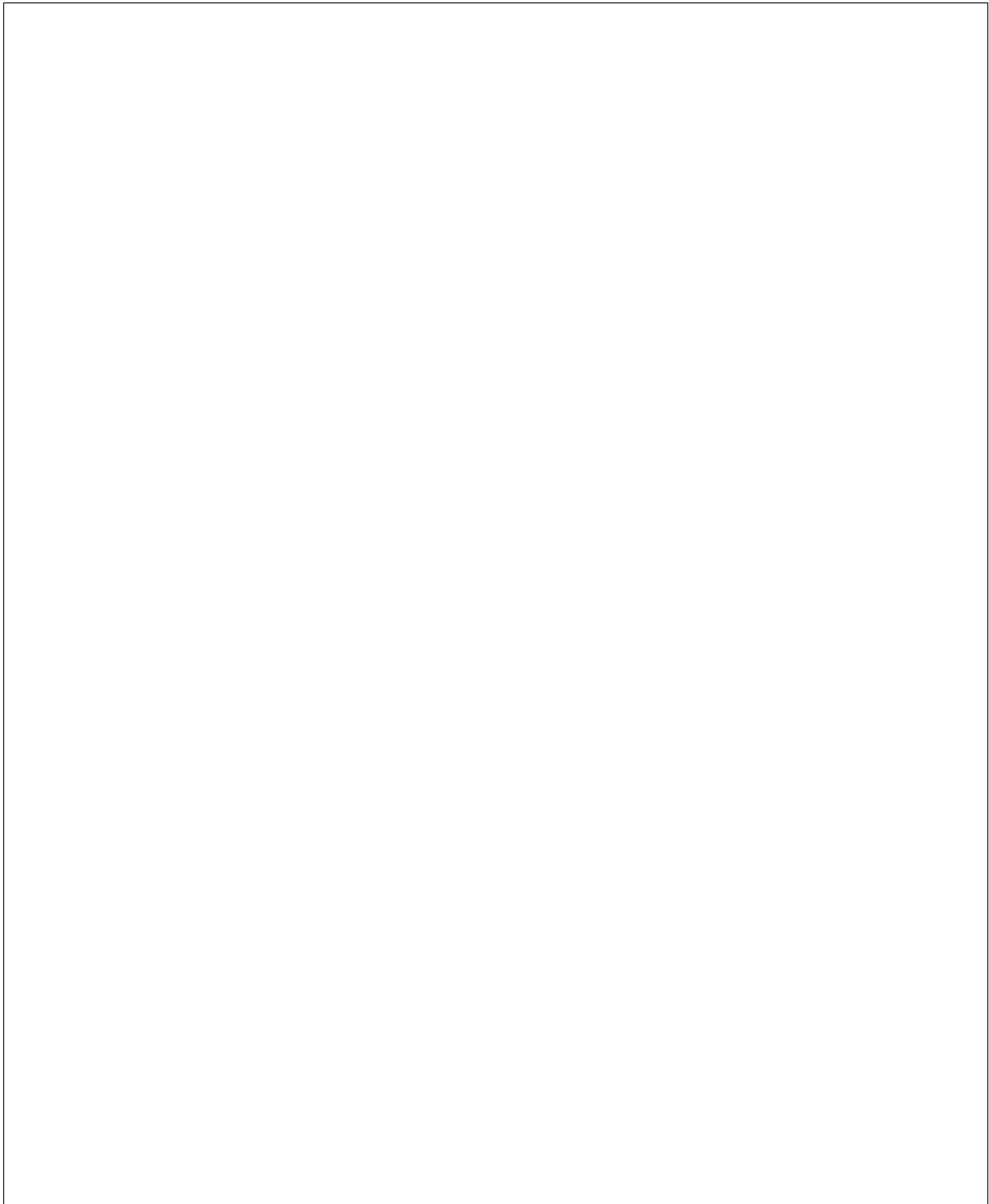
Ceci correspond à créer 8 profils d'électeurs, dont les préférences sont décrites dans le tableau suivant :

	EG	G1	G2	CD1	CD2	D1	D2	ED
EG	1	2	3	4	5	5	5	5
G	2	1	1	2	3	4	4	4
CD	3	3	2	1	1	2	3	3
D	4	4	4	3	2	1	1	2
ED	5	5	5	5	4	3	2	1
	10.5	16.25	16.25	4.5	4.5	14.5	14.5	19

Avec les choix simplifiés, on a déjà vu que la Gauche et la Droite auraient participé au deuxième tour. Comment se serait passé ce deuxième tour, si les préférences sont véritablement celles de ce tableau ?

5.3 Vote Alternatif

Appliquez maintenant le système de Vote Alternatif.



5.4 Méthode de Borda

Imaginons maintenant que l'on utilise le système de Borda. Complétez le tableau ci-dessous contenant la répartition des points des électeurs :

	EG	G1	G2	CD1	CD2	D1	D2	ED
EG	4	3	2	1	0	0	0	0
G	3	4	4	3	2			
CD	2	2	3	4	4			
D	1	1	1	2	3			
ED	0	0	0	0	1			
	10.5	16.25	16.25	4.5	4.5	14.5	14.5	19

Ensuite il faut multiplier le pourcentage de chaque profil par les points, puis additionner les points de chaque rangée. Complétez le tableau ci-dessous :

	EG	G1	G2	CD1	CD2	D1	D2	ED	
EG	42	48.75	32.5	4.5	0	0	0	0	127.5
G	31.5	65	65	13.5	9				
CD	21	32.5	48.75	18	18				
D	10.5	16.25	16.25	9	13.5				
ED	0	0	0	0	4.5				
	10.5	16.25	16.25	4.5	4.5	14.5	14.5	19	

Qui est élu selon le système de Borda ? Que pouvez-vous dire de ce système ?

Stratégie dans la méthode de Borda

Imaginons que certains électeurs de la Droite veuillent augmenter les chances de la Droite, soupçonnant que c'est le Centre qui est le danger principal dans ce vote de Borda. Ils pourraient *mentir* en écrivant qu'ils préfèrent, disons, l'Extrême Gauche au Centre. Prenons quelques membre du groupe D1 et plaçons-les dans un groupe D3 de menteurs :

	EG	G1	G2	CD1	CD2	D1	D2	D3	ED
EG	4	3	2	1	0	0	0	3	0
G	3	4	4	3	2	1	1	1	1
CD	2	2	3	4	4	3	2	0	2
D	1	1	1	2	3	4	4	4	3
ED	0	0	0	0	1	2	3	2	4
	10.5	16.25	16.25	4.5	4.5	10	14.5	4.5	19

Completez le tableau ci-dessous, pour trouver le gagnant selon Borda :

	EG	G1	G2	CD1	CD2	D1	D2	D3	ED	
EG	42	48.75	32.5	4.5	0					
G	31.5	65	65	13.5	9					
CD	21	32.5	48.75	18	18					
D	10.5	16.25	16.25	9	13.5					
ED	0	0	0	0	4.5					
	10.5	16.25	16.25	4.5	4.5	10	14.5	4.5	19	

Qui gagne cette fois-ci ?

Quel est la technique utilisée par les menteurs ?

Qu'est-ce que ceci dit sur la méthode de Borda ?

Expliquer une démarche similaire à celle-ci pour faire gagner le parti G.

5.5 Méthode de Copeland

La méthode de Copeland demande de calculer le résultat de toutes les élections possibles avec deux candidats. Completez le tableau ci-dessous :

	EG	G	CD	D
G	G : $G+CD+D+ED = 89.5$ EG : $EG=10.5$			
CD	CD : $G1+CD+D+ED=73.25$ EG : $G2+EG=26.75$	CD : $CD+D+ED=57$ G : $G+EG=43$		
D	D : $D+CD+ED=57$ EG : $EG+G=43$	D : $D+ED+CD1=52.5$ G : $G+EG+CD2=47.5$		
ED	ED : $ED+CD1+D=52.5$ EG : $EG+G+CD2=47.5$	ED : $ED+D=48$ G : $G+CD+EG=52$		

Remarquez que, dans la seule élection “un contre un” dont on connaît les véritables résultats, D contre ED (deuxième tour en 2002), les résultats sont très proches de la réalité : 81 contre 19 vs 82 contre 18.

Completez le tableau ci-dessous pour établir le gagnant selon la méthode de Copeland :

parti	nombre de victoires
EG	
G	
CD	
D	
ED	

Qui a gagné ?

La méthode de Copeland satisfait-elle au critère de Condorcet ?

6 Quelques exemples dans le monde

6.1 Election présidentielle des Etats-Unis en 2000

Aux Etats-Unis, les élections présidentielle sont décidés en comptant les résultats dans chaque état séparément. En 2000, l'état qui a fait basculé l'élection a été la Floride, ou le vote était

Candidat	Parti	Nombre de votes	Pourcentage du vote
Bush	Républicain (Droite)	2 912 790	48.85 %
Gore	Démocrate (Gauche)	2 912 253	48.84 %
Nader	Verts	97 488	1.63 %
Autres			0.68 %

Le système utilisé aux Etats-Unis est celui de la pluralité.

Qui a été déclaré le gagnant en Floride, et donc élu le président des Etats-Unis ?

Supposant que le deuxième choix des Verts était le Démocrate, quel candidat aurait gagné l'élection s'il y avait eu un deuxième tour ?

Notez que le nombre de votes séparant Bush et Gore en Floride était de 537. Si 269 personnes avaient voté pour Bush au lieu de Gore, Gore aurait été élu président des Etats-Unis.

6.2 UEFA Euro 2016

Le pays hôte du tournoi Euro de foot est choisie de la façon suivante. Des pays soumettent leur candidatures. Pour le tournoi de 2016, les pays en compétition étaient la France, la Turquie et l'Italie. Les 13 membres du comité de l'UEFA votent en deux tours. Dans le premier tour, ils affectent 5 points à leur premier choix, 2 points à leur deuxième choix et 1 point à leur troisième choix. Pour le tournoi de 2016, les pays en compétition étaient la France, la Turquie et l'Italie. Le deuxième tour est un vote entre les deux pays ayant le plus grand nombre de points, où chaque membre du comité emet un seul souhait.

Pays	1er tour	2ème tour
France	43	7
Turquie	38	6
Italie	23	
Total	104	13

Comment appelle-t-on le système de vote du premier tour ? Du deuxième tour ?

7 Quelques Exercices

7.1 Exercice 1

On suppose qu'il existe 3 choix D(roite), C(entre), G(auche). Voici le tableau de préférence des électeurs. Une préférence DC veut dire que ces électeurs préfèrent D, puis C, puis enfin G en dernière place.

Préférences :	DC	DG	GC	GD	CG	CD
Nombre d'électeurs :	28	5	30	5	16	16

Qui est le gagnant selon la méthode de Vote Alternatif ?

Deux électeurs changent leurs préférences de DG à GD. Ceci semblerait favoriser la candidature de G. Déterminez de nouveau le gagnant selon la méthode de Vote Alternatif.

Cet exemple illustre la non-satisfaction de quel critère ?

7.2 Exercice 2

Préférences :	ABC	CBA	BAC
Nombre d'électeurs :	35	40	25

Qui est le gagnant selon la méthode de Vote Alternatif ?

Si C ne se présente pas, qui est le gagnant ?

Cet exemple illustre la non-satisfaction de quel critère ?