## Multiplicité extrême de motifs convectifs

Laurette S. Tuckerman<sup>1</sup> & Katarzyna Borońska<sup>2</sup>

laurette@pmmh.espci.fr

Dans un cylindre rempli d'eau (Pr=6.7) et ayant rayon deux fois la hauteur  $(\Gamma \equiv R/H=2)$ , Hof, Lucas et Mullin [1] ont observé cinq motifs distincts différents au même nombre de Rayleigh,  $Ra=14\,200$ : deux, trois et quatre rouleaux parallèles, un motif "mercedes" avec trois zones radiales de fluide descendant ou montant, et même un état axisymétrique. Ayant réussi à simuler ces motifs numériquement, nous avons cherché à construire un diagramme de bifurcation complet et, en particulier, de comprendre la relation entre ces motifs et les états crées à partir de l'état conductif, qui doivent obligatoirement être de nature trigonométrique.

Pour effectuer l'intégration temporelle des équations de Boussinesq, nous avons utilisé un code pseudospectral, que nous avons aussi adapté de sorte à calculer les états stationnaires par la méthode de Newton et la stabilité linéaire par la méthode d'Arnoldi [2]. Nous avons initialisé nos simulations avec la mème perturbation à des différentes valeurs du nombre de Rayleigh Ra, menant à des différents motifs convectifs. Ceux-ci ont, à leur tour, été utilisés comme conditions initiales pour d'autres simulations temporelles et la continuation des branches.

Le diagramme, montré dans la figure 1, s'avère extrêmement riche, avec au moins 15 branches d'états stationnaires stables et instables, et au moins 2 branches d'états oscilloires, liés entre eux par des bifurcations. Ce diagramme réprésente un compromis entre, d'un côté, les principes physiques régissant la convection dans l'intérieur, tels que la sélection de nombre d'onde, et de l'autre côté, les principes mathématiques de symétrie imposés par les frontières cylindriques du récipient.

Dans la figure 2, nous montrons les premières bifurcations à partir de létat conductif. Ces bifurcations sont forcémment vers des états trigonométriques. Pour notre rapport d'aspect,  $\Gamma=2$  et avec des parois laterales isolantes, les quatre premiers seuils sont (m=1,Ra=1828), (m=2,Ra=1849), (m=0,Ra=1861.5), et (m=3,Ra=1985). Seulement la première branche (m=1,Ra=1828) peut être stable près du seuil.

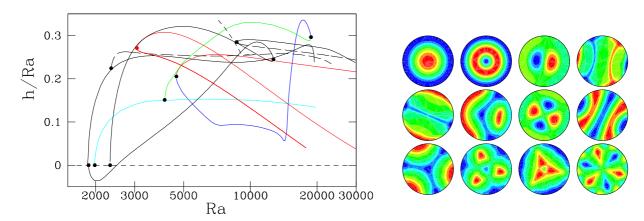


Fig.1. Diagramme de bifurcation (gauche) contenant 15 branches stationnaires.

1ère rangée (droite) : tore, deux tores, dipole, trois rouleaux. 2ème rangée (droite) : deux rouleaux, CO, pizza, quatre rouleaux. 3ème rangée (droite) : mercedes, trefle, mitsubishi, marguerite. Pas montrés : tore, deux tores et deux rouleaux instables.

1

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> PMMH-CNRS (ESPCI, P6, P7), 10 rue Vauquelin, 75231 Paris

 $<sup>^{2}\,</sup>$  LIMSI-CNRS, B.P. 133, 91403 Orsay Cedex

## 2 Tuckerman & Borońska

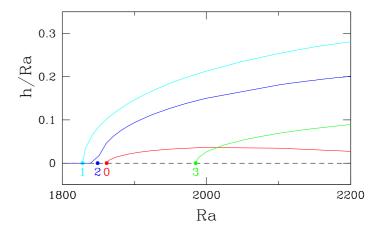


Fig.2. Premières bifurcations à partir de l'état conductif.

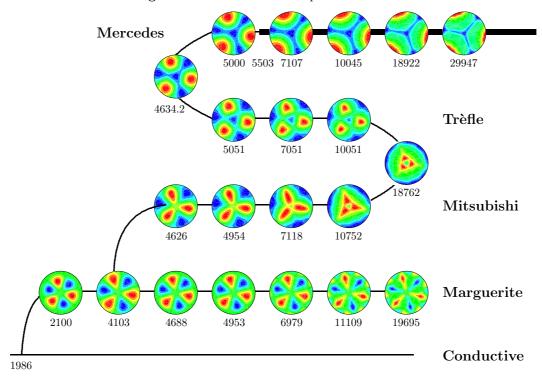


Fig.3. Diagramme de bifurcation partiel et schématique des branches ayant une symétrie de rotation d'ordre trois. La branche Conductive devient instable à Ra=1986 vers un mode propre trigonométrique m=3. La branche que nous avons nommé Marguerite est créee à cette bifurcation et subit une bifurcation à Ra=4103 qui brise la symétrie entre le fluide chaud montant et le fluide froid descendant, ce qui mène à la branche Mitsubishi. Des bifurcations noeud-col à Ra=18762 et à Ra=4634.2 relient celle-ci aux branches Trèfle et Mercedes. Seulement la branche Mercedes est stable, et ceci que à partir de  $Ra \geq 5503$ , comme le montre le trait plein.

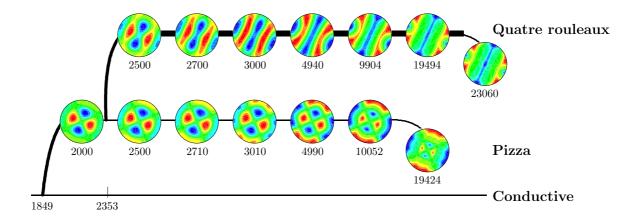


Fig.4. Diagramme de bifurcation partiel et schématique des branches issues de la bifurcation primaire ayant m=2. La branche Pizza est créée à la bifurcation de fourche primaire à Ra=1849 et existe jusqu'à  $Ra \leq 19450$ , où elle termine à une bifurcation noeud-col. Elle est stable pour  $1878.6 \leq Ra \leq 2353$ . A Ra=2353, la branche pizza subit une bifurcation secondaire qui brise la symétrie entre le fluide chaud ascendant et le fluide froid descendant, menant à l'état ayant Quatre rouleaux. Cette branche termine à une bifurcation noeud-col à  $Ra\approx 23060$ . Elle est stable pour  $Ra\leq 22638$ .

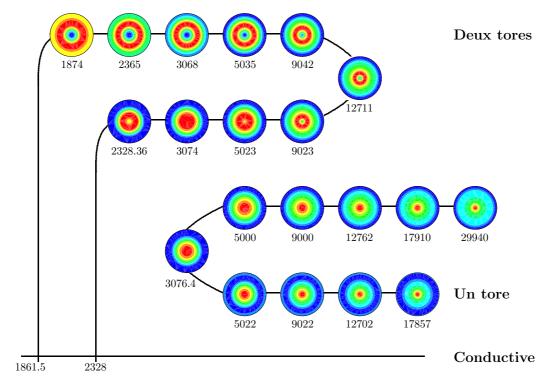


Fig.5. Diagramme de bifurcation partiel et schématique des branches axisymétriques (m=0). Les deux branches supérieures résultent de deux bifurcations de fourche à partir de la branche conductive à Ra=1861.5 et Ra=2328. Certains de ces états contiennent deux rouleaux convectifs toroidaux (**Deux tores**). Ces deux branches se rencontrent et disparassent à une bifurcation noeud-col à Ra=12711. Deux autres branches sont issues d'une bifurcation noeud-col à Ra=3076.4. Ces états contiennent un rouleau toroidal (**Un tore**). La branche supérieure est stable pour  $Ra \ge 4917$  et existe au moins jusqu'à Ra=29940, tandis que la branche inférieure est instable et ne peut être calculée plus loin que Ra=17857.

## 4 Tuckerman & Borońska

Afin d'éclaircir le diagramme 1, nous montrons des diagrammes partiels, certains liés avec les premières bifurcations. Le plus esthetique, montré dans la figure 3, est celui issu de la bifurcation primaire ayant m=3. Quatre branches différentes y appartiennent, nommées **Marguerite**, **Mitsubishi**, **Trèfle** et **Mercedes**. Nous montrons ensuite les branches issues de la bifurcation primaire ayant m=2. Ce diagramme, montré dans la figure 4, contient deux branches, nommées **Pizza** et **Quatre rouleaux**. Les branches axisymétriques sont montrées dans la figure 5.

## Références

- 1. B. Hof, G. J. Lucas & T. Mullin, Flow state multiplicity in convection, *Phys. Fluids* **11**, 2815–2817 (1999).
- 2. C.K. Mamun & L.S. Tuckerman, Asymmetry and Hopf bifurcation in spherical Couette flow, *Phys. Fluids* 7, 80–91 (1995).