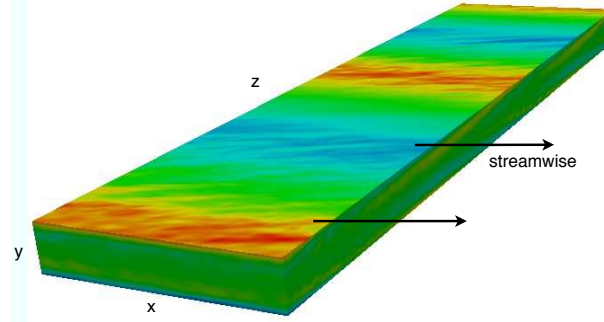


# Motifs turbulent-laminaire dans l'écoulement de Poiseuille plan

Laurette S. Tuckerman

PMMH-ESPCI-CNRS, 10 rue Vauquelin, 75005 Paris  
laurette@pmmh.espci.fr



**Figure1.** Visualisation 3D de la vorticité longitudinale de l'écoulement moyen. Le domaine entier, de dimensions  $L_x \times L_y \times L_z = 10 \times 2 \times 40$  est montré. Les bandes sont parallèles à la direction  $x$ , tandis que les petites structures ("streaks") sont alignées dans la direction longitudinale ("streamwise") qui est orienté à un angle de  $24^\circ$  à la direction  $x$ .

La transition vers la turbulence est une des phénomènes les plus mystérieux dans la dynamique des fluides. Les régimes transitoires des écoulements cisailés présentent des motifs réguliers de bandes turbulentes et laminaires large et obliques. Ces motifs ont été étudié dans les écoulements de Couette circulaires [1,2,3] et plan [3,4,5]. Des motifs de bandes turbulentes et laminaires existent aussi dans l'écoulement de Poiseuille plan [6]. Nous avons simulé ces motifs numériquement en intégrant les équations de Navier-Stokes tridimensionnels avec le code Prism [7]. Normalement, la configuration de Poiseuille plan est défini de sorte que les conditions aux limites, le flux longitudinal et le profil laminaire sont :

$$u_{\text{wall}} = \hat{\mathbf{e}}_{\text{strm}} \cdot \mathbf{u}(y = \pm 1) = 0 \quad u_{\text{mean}} \equiv \hat{\mathbf{e}}_{\text{strm}} \cdot \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \mathbf{u}(y) = 2/3 \quad u_{\text{laminar}}(y) = \hat{\mathbf{e}}_{\text{strm}} \cdot \mathbf{u} = 1 - y^2 \quad (1)$$

Afin de faciliter le suivi des motifs, nous utilisons un référentiel en translation par rapport au référentiel usuel. Les plaques se déplacent à une vitesse négative et la flux longitudinal est mis à zéro à chaque pas de temps en choisissant un gradient de pression approprié par une méthode de fonction de Green. Dans notre repère, les conditions aux limites, le flux longitudinal et le profil laminaire deviennent alors :

$$u_{\text{wall}} = -2/3 \quad u_{\text{mean}} = 0 \quad u_{\text{laminar}}(y) = -2/3 + (1 - y^2) \quad (2)$$

Dans les deux cas, le nombre de Reynolds peut être défini à partir de l'échelle de vitesse

$$\frac{3}{2}(u_{\text{mean}} - u_{\text{wall}}) \quad (3)$$

Nous utilisons un maillage de  $81 \times 41 \times 512 = 1.7 \times 10^6$  points pour représenter un domaine rectangulaire dont les dimensions sont  $10 \times 2 \times 40$  et qui est alignée dans la direction attendue des bandes, à un angle  $24^\circ$  de la direction de l'écoulement principal [4] :

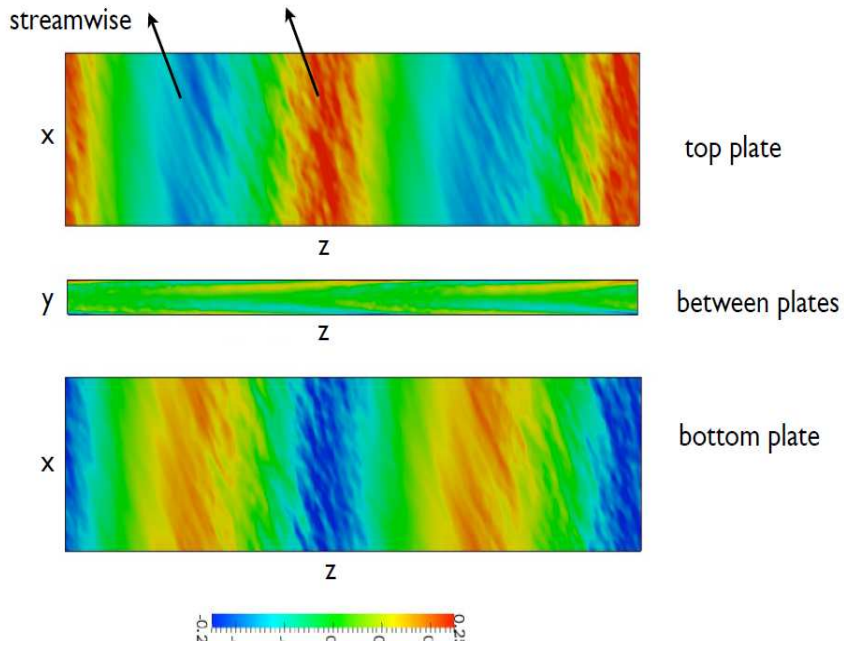
$$\hat{\mathbf{e}}_{\text{strm}} = \cos 24^\circ \hat{\mathbf{e}}_x + \sin 24^\circ \hat{\mathbf{e}}_z \quad \hat{\mathbf{e}}_{\text{span}} = \sin 24^\circ \hat{\mathbf{e}}_x - \cos 24^\circ \hat{\mathbf{e}}_z \quad (4)$$

Démarrant nos simulations à  $Re = 2000$  avec une condition initiale de turbulence uniforme, nous diminuons progressivement  $Re$ . Un motif de bandes apparaît pour  $1550 \geq Re \geq 850$ . Des visualisations de l'écoulement moyen et instantané pour  $Re = 1400$  sont présentées dans les figures 1 et 2. La vorticité longitudinale est particulièrement utile comme marker puisque, contrairement aux composantes de la vitesse, elle n'est pas nulle aux parois, qui est le lieu de la turbulence la plus intense dans ce cas.

2

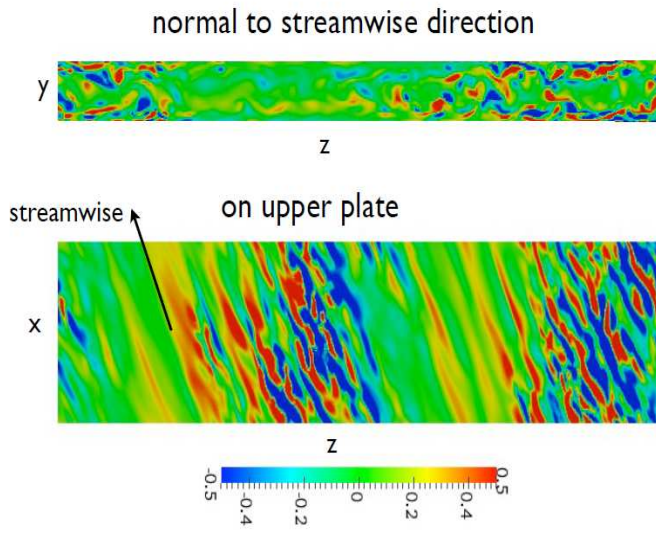
a)

## Time-averaged streamwise vorticity



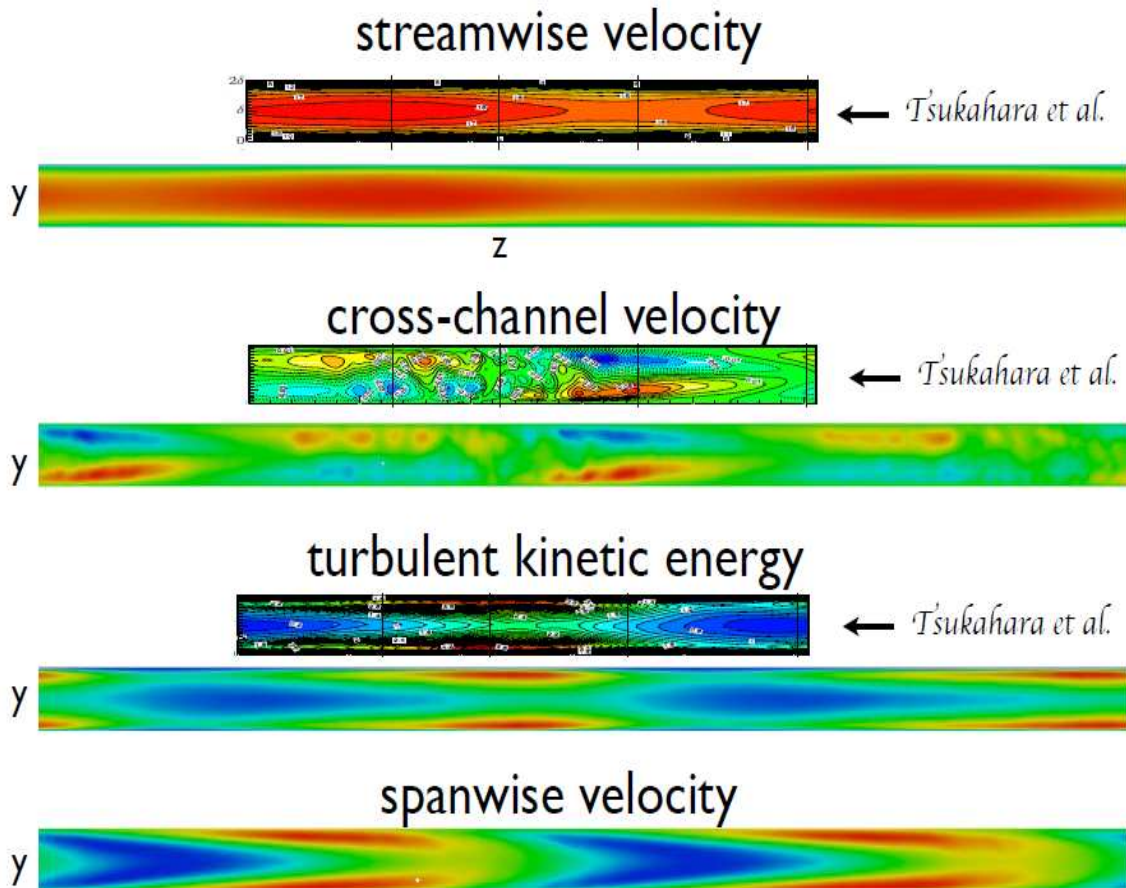
b)

## Instantaneous streamwise vorticity



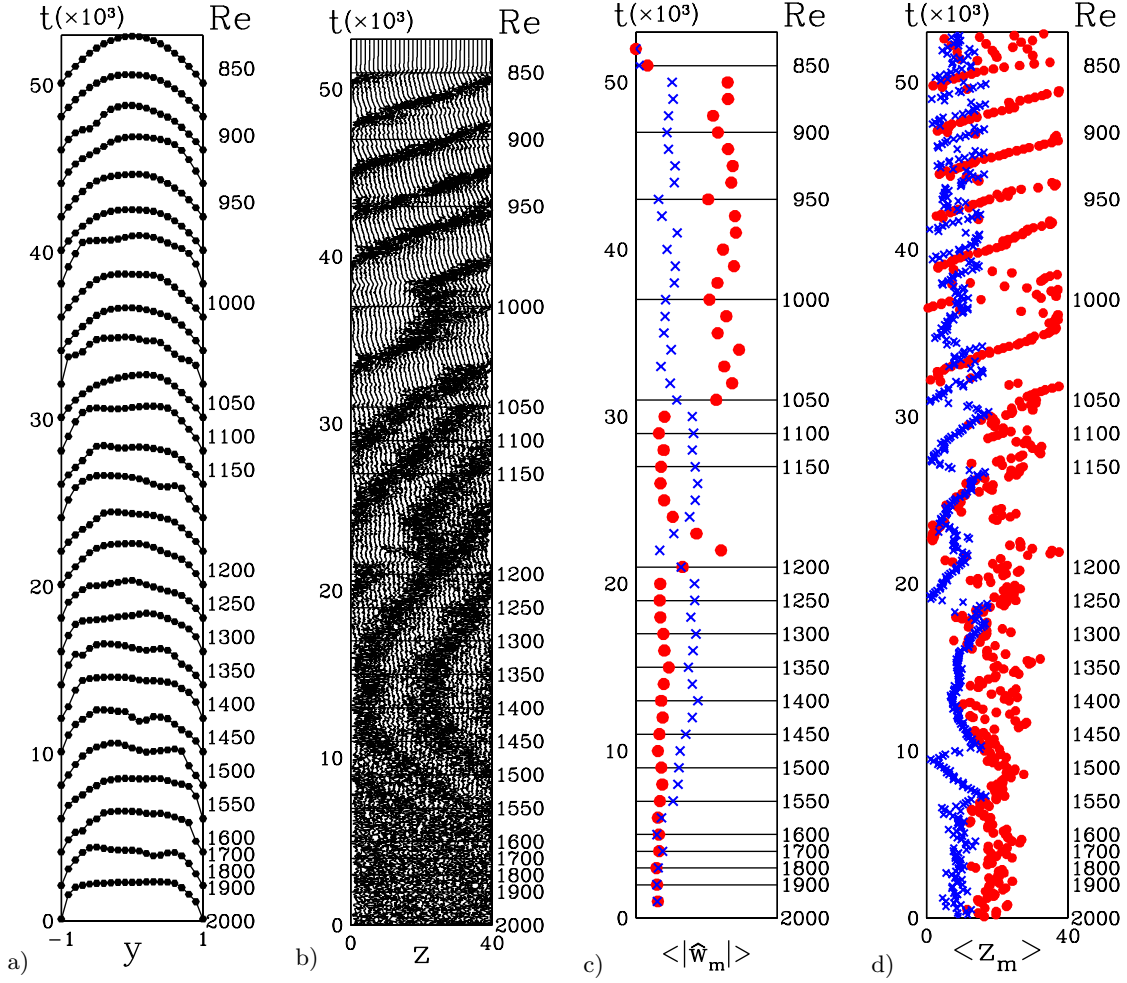
**Figure2.** a) Moyenne temporelle de la vorticité longitudinale sur la plaque supérieure, la plaque inférieure, et dans un plan entre les deux plaques. b) vorticité longitudinale instantanée sur la plaque supérieure et sur un plan entre les deux plaques. Les tourbillons longitudinaux (“streamwise vortices”) et stries (“streaks”) sont évidents près des plaques.

Mean flow:  $\int dx \int dt u(x,y,z,t) = U(y,z)$   
 integrate over time  $t$  and **over direction  $x$  parallel to bands**



**Figure 3.** Les écoulements moyens de nos simulations montrent un bon accord avec ceux présentés dans Tsukahara et al. [6]. Vitesse longitudinale : les ondulations correspondent aux profils plats (régions turbulentes) et paraboliques (régions laminaires) dans la figure 4a. Vitesse cross-channel : le changement de signe à mi-hauteur indique la présence de *deux* couches de cellules de circulation. Energie cinétique turbulente : les régions rouges présentent une forte concentration près des parois. Vitesse transverse : aspect chevronné indique des changements de direction.

Nous avons comparé nos simulations avec celles de Tsukahara et al. [6]. La figure 3 montre l'écoulement, moyenné sur  $L_x$  et  $\Delta T = 2000$ , d'un motif à  $Re = 1400$ , avec des visualisations semblables de Tsukahara et al. [6]. Pour toutes les quantités, nous voyons un très bon accord qualitatif. Les ondulations dans la vitesse longitudinal correspondent aux profils plats et paraboliques présents, respectivement, dans les régions turbulentes et laminares déjà vus dans la figure 4a. La vitesse cross-channel  $v$  présente un changement de signe à mi-hauteur, indiquant la présence de deux couches de cellules de circulation. L'énergie cinétique turbulente est concentré très près des parois, ce qui nous conduira à augmenter la resolution par la suite. Finalement, la vitesse transverse montre un aspect chevronné.



**Figure 4.** Simulation de l'écoulement de Poiseuille plan dans un domaine  $L_x \times L_y \times L_z = 10 \times 2 \times 40$  dans lequel la direction  $z$  est aligné le long du vecteur d'onde du motif. Le nombre de Reynolds est diminué de 2000 à 850 en pas discrets, comme l'indique l'axe de droite.

a) Profils longitudinaux instantanés le long de la ligne  $x = z = 0$  à des intervalles de temps  $\Delta T = 2000$ .

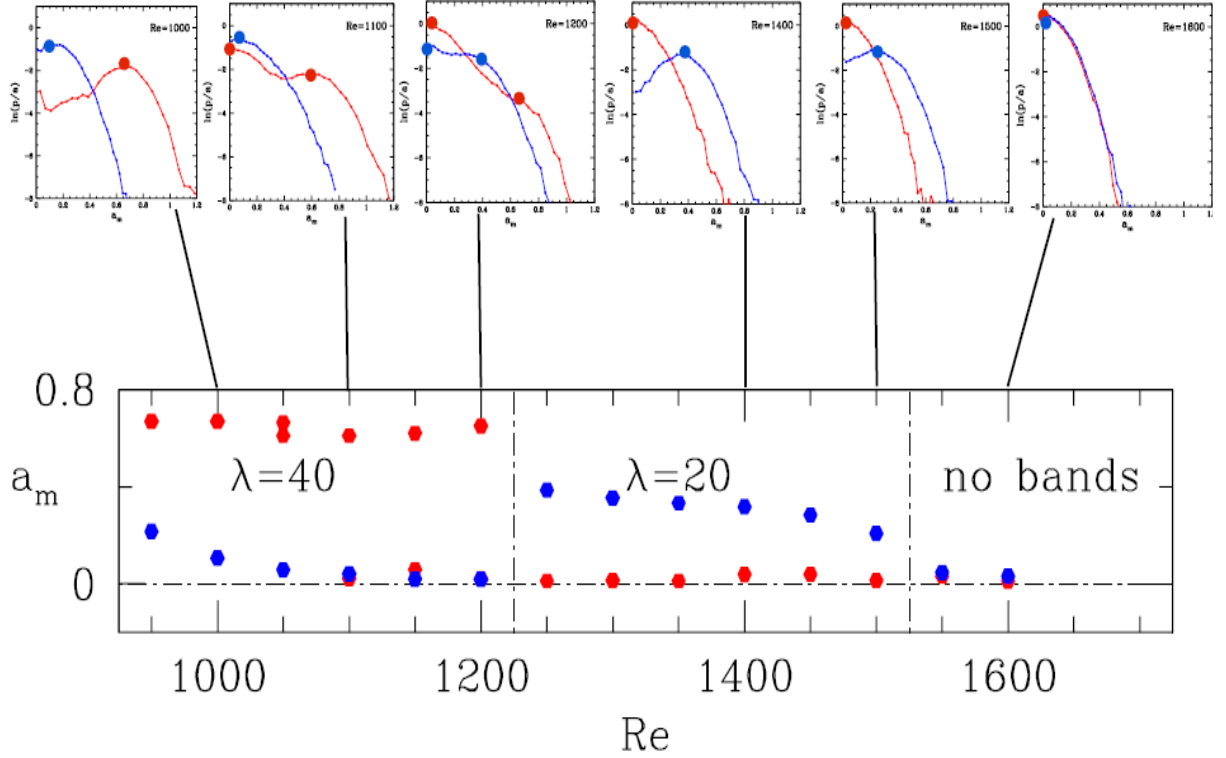
b) Vitesse transverse instantanée sur une ligne  $x = y = 0$  à des intervalles  $\Delta z = L_z/32$ .

c) Moyenne temporelle  $\langle |\hat{w}_m(t)| \rangle$  du module de la transformée de Fourier en  $z$  de la vitesse transverse.

d) Moyenne temporelle  $\langle z_m(t) \rangle$  de phase de la transformée de Fourier en  $z$  de la vitesse transverse

Pour c,d), les croix bleues (disques rouges) représentent le nombre d'onde  $m = 2$  ( $m = 1$ ) avec longueur d'onde 40 (20).

Des mesures quantitatives sur ces écoulements sont montrées dans la figure 4, qui décrit une simulation dans laquelle le nombre de Reynolds est diminué progressivement à partir de  $Re = 2000$ . Figure 4a montre les profils de vitesse longitudinale qui caractérisent l'écoulement turbulent ou laminaire à des intervalles de  $\Delta T = 2000$  dans des unités advectives. Figure 4b montre des séries temporelles de la vitesse transverse ("spanwise") le long d'une ligne entre les deux plaques  $x = y = 0$ , espacé à des intervalles de  $\Delta z = L_z/32$ . Un motif existe sur la plage  $1550 \geq Re \geq 850$ . Le motif se propage plus lentement que le flux moyen pour  $Re > 1400$ , c'est-à-dire il se déplace vers la gauche dans le repère dans lequel le flux est nul défini par (2), et plus rapidement pour  $Re < 1400$ . Pour  $Re \geq 1100$ , deux bandes sont présentes, donnant une longueur d'onde de 20, tandis qu'une seule bande est présente pour  $Re \leq 1050$ . Figures 4c,d montrent que ces tendances peuvent être mesurées quantitativement en prenant des moyennes temporelles du module



**Figure 5.** Distributions de probabilité des modules des composantes de Fourier  $m = 1$  et  $m = 2$  en fonction du nombre de Reynolds montrant des changements de régime à  $Re \approx 1525$  (turbulence uniforme  $\leftrightarrow$  motif avec  $\lambda = 20$ ) et  $Re \approx 1225$  (motif avec  $\lambda = 20 \leftrightarrow$  motif avec  $\lambda = 40$ ).

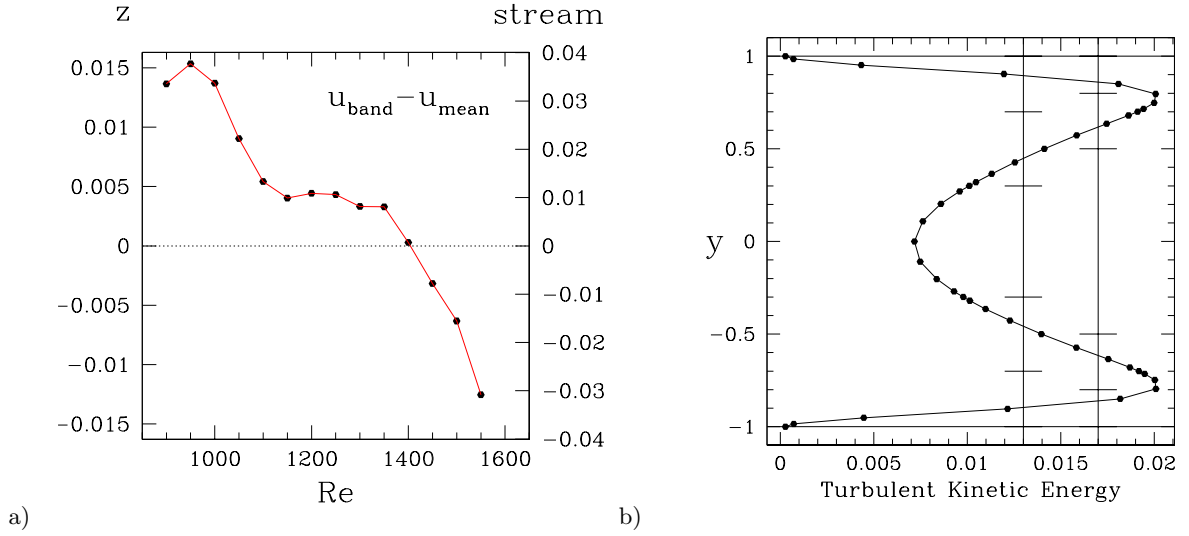
$|\hat{w}_m(t)|$  et de la phase  $z_m(t)$  de la transformée de Fourier en  $z$  :

$$w(z, t) = \sum_m \hat{w}_m(t) e^{imz2\pi/L_z} = \sum_m |\hat{w}_m(t)| e^{im(z-z_m(t))2\pi/L_z} \quad (5)$$

ainsi que leurs moyennes temporelles :

$$\langle |\hat{w}_m(t)| \rangle \equiv \frac{1}{1000} \int_{t'=0}^{1000} dt' |\hat{w}_m(t+t')| \quad \langle z_m(t) \rangle \equiv \frac{1}{100} \int_{t'=0}^{100} dt' z_m(t+t') \quad (6)$$

Figure 5 montre les fonctions de distribution de probabilité (PDFs) des modules des composantes de Fourier  $m = 1$  et  $m = 2$ . Celles-ci correspondent aux quantités montrées dans la figure 4c, mais sans moyenner dans le temps. Pour la turbulence *uniforme*, c'est-à-dire sans motif, le maximum de cette fonction (la valeur la plus probable) est zero. Pour un écoulement avec motif de nombre d'onde  $m$ , la valeur la plus probable de la courbe correspondant à  $m$  est non-nulle. Les PDFs permettent de définir des limites de régimes entre turbulence uniforme ( $Re \approx 1550$ ), motif avec  $m = 2$ ,  $\lambda = 20$  ( $1250 \lesssim Re \lesssim 1500$ ), motif avec  $m = 1$ ,  $\lambda = 40$  ( $900 \lesssim Re \lesssim 1200$ ).



**Figure 6.** a) vitesse de propagation du motif par rapport à la vitesse moyenne. L'échelle de droite montre la projection de la vitesse de propagation dans la direction longitudinale; elle est relié à l'échelle de gauche par le facteur trigonometrique  $\sin 24^\circ$ . b) profil de l'énergie cinétique turbulent, montrant sa concentration sur  $0.5 \leq |y| \leq 0.9$ , centrée sur  $y \approx \pm 0.8$ .

La figure 6a montre la vitesse de propagation du motif en fonction de  $Re$ . Vu les définitions (2) et (3), la quantité montrée est

$$\frac{u_{\text{band}} - u_{\text{mean}}}{\frac{3}{2}(u_{\text{mean}} - u_{\text{wall}})} \quad (7)$$

Le fait que cette vitesse soit si faible traduit le fait que les bandes se déplacent essentiellement à la vitesse du flux moyen. Pour  $Re > 1400$  elles se propagent vers la gauche et pour  $Re < 1400$  vers la droite. Pour cette raison, les visualisations que nous avons présentées sont prises à  $Re = 1400$ . La figure 6b montre l'énergie turbulent moyennée sur  $x, z, t$ . Comme déjà montré dans la figure 3, l'énergie turbulent est concentrée près des parois.

## Références

1. Coles D., *J. Fluid Mech.* **21**, 385 (1965); Andereck C.D., Liu S. Swinney, H.L., *J. Fluid Mech.* **164**, 155 (1986).
2. Meseguer A., Mellibovsky F., Avila M., Marques, F., *Phys. Rev. E* **80**, 046315 (2009); Dong S., *Phys. Rev. E* **80**, 067301 (2009).
3. Prigent A., Grégoire G., Chaté H., Dauchot O., van Saarloos W., *Phys. Rev. Lett.* **89**, 014501 (2002); Prigent A., Grégoire G., Chaté H., Dauchot O., *Physica D* **174**, 100 (2003)
4. Barkley D., Tuckerman L.S., *Phys. Rev. Lett.* **94**, 014502 (2005); Barkley D., Tuckerman L.S., *J. Fluid Mech.* **576**, 109 (2007); Tuckerman L.S., Barkley D., *Phys. Fluids* **23**, 041301 (2011).
5. Rolland J.,Manneville P., *J. Stat. Phys.* **142**, 577 (2009); Duguet Y., Schlatter P., Henningson D.S., *J. Fluid Mech.* **650**, 119 (2010); Duguet Y., Schlatter P. *Phys. Rev. Lett.* **110**, 034502 (2010).
6. Tsukahara T., Seki Y., Kawamura H., Tochio, D., in Proc. 4th Int. Symp. on Turbulence and Shear Flow Phen., pp. 935–940 (2005); Tsukahara T., Iwamoto K., Kawamura H., Takeda T, in Turbulence, Heat and Mass Transfer 5, ed. Hanjalic K., Jakirlic S. (2006).
7. Henderson R.D., Karniadakis G.E., *J. Comput. Phys.* **122**, 191 (1995).