

Capillarité

Quelles sont les questions scientifiques ou techniques ?

Imprégnation capillaire.
Mesure de tensions de surface.
Drainage visqueux.
Dépôts de films.

Par quelles expériences y répondre ?

Imprégnation d'un tube capillaire modèle puis d'un matériau poreux.
Expérience de la goutte pendante, force sur une plaque.
Drainage d'une goutte dans un capillaire.

Quelles techniques expérimentales ?

Visualisation directe de l'imprégnation.
Ajustement du profil d'une goutte pendante, utilisation d'un tensiomètre commercial.
Visualisation directe du drainage.

Quels sont les résultats ?

À vous de les montrer à travers des graphes clairs.

Comment les interpréter ?

Ingrédients physiques, lois d'échelle, ajustement de courbes expérimentales : à vous de jouer !

Phénomènes capillaires

Lors de son voyage lunaire, le Capitaine Haddock fait une expérience remarquable. Il observe qu'une goutte d'eau (certes, un peu alcoolisée) est sphérique en apesanteur (Fig. 1) : le liquide minimise ainsi son *énergie de surface*. Les molécules d'une phase condensée (solide ou liquide) sont en effet soumises à des forces cohésives avec leurs voisines. Créer une interface revient donc à perdre une partie de cette énergie de cohésion. Cette énergie à payer est l'énergie de surface E_s ; elle est proportionnelle à l'aire de l'interface A et à un coefficient γ dénommé *tension de surface* :

$$E_s = \gamma A.$$



FIGURE 1 – (a) Imprégnation d'un dosimètre de glycémie. (b) Oscillateur microfluidique (image Manu Prakash). (c) Ascension d'un liquide dans des tubes par capillarité

La tension de surface est à l'origine des phénomènes *capillaires* qui sont omniprésents à l'échelle submillimétrique : formation des gouttes de pluie, imprégnation des matériaux poreux ou sustentation d'insectes à la surface d'une mare. De nombreux systèmes microfluidiques mettent en jeu la capillarité (imprégnation d'un dosimètre de glycémie, systèmes à gouttes isolées). Mal contrôlée,

la capillarité est cependant une source de désagréments (les circuits sont communément bloqués par des bulles d'air). L'objectif de ce TP est de mesurer cette quantité par les techniques les plus courantes. En toute rigueur, une tension de surface met en jeu les deux composés présents de part et d'autre de l'interface, liquide/gaz, liq.1/liq.2, liquide/solide ou solide/gaz (pour simplifier, la tension de surface entre un liquide et l'air est en général notée simplement γ). Son unité de mesure est le N/m (ou J/m²).

Note sur les angles de contact

Généralement une goutte de liquide déposée sur un solide ne s'étale pas complètement : on parle dans ce cas de mouillage *partiel*. La calotte sphérique observée est caractérisée par un angle de contact θ (Fig. 2). Cet angle est lié aux tensions de surfaces entre le liquide, l'air et le solide, via la relation de Young :

$$\cos \theta = \frac{\gamma_{sol/air} - \gamma_{sol/liq}}{\gamma}$$

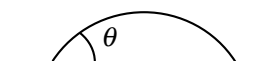


FIGURE 2 – Angle de contact en mouillage partiel

Cet angle de contact complique la détermination d'une tension de surface. Cependant, dans le cas où $\gamma < (\gamma_{sol/air} - \gamma_{sol/liq})$, le liquide s'étale complètement sur le solide : $\theta = 0$ (la valeur du cosinus de l'angle reste en effet bornée à 1). Nous chercherons à assurer cette situation de *mouillage total* pour effectuer nos mesures.

1 Imprégnation capillaire

1.1 Ascension capillaire : hauteur d'équilibre

Lorsqu'un tube capillaire est plongé dans un liquide mouillant, une colonne de liquide monte dans le tube par *capillarité* (Fig. 3). À l'équilibre, le niveau atteint par le liquide est donné par la loi de Jurin :

$$h = \frac{2\gamma \cos \theta}{\rho g r}$$

Dans le cas où le liquide mouille parfaitement la paroi du tube ($\theta = 0$), la valeur de la tension de surface peut être facilement déterminée par cette relation.

En réalisant une expérience avec de l'éthanol, déduire une estimation de sa tension de surface ($\rho = 790 \text{ kg/m}^3$) au moyen de ce dispositif (les rayons des tubes sont indiqués sur leur support).

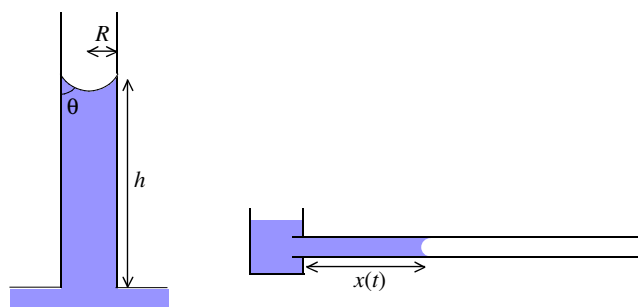


FIGURE 3 – (a) Montée d'un liquide dans un tube vertical. (b) Imprégnation d'un tube horizontal.

1.2 Dynamique de l'imprégnation : loi de Washburn

Considérons à présent un tube horizontal. Dans ce cas la gravité ne s'oppose plus à la capillarité et l'imprégnation du tube se poursuit sur toute sa longueur.

Mesurer la dynamique de l'imprégnation en filmant l'avancée du liquide. Comment varie la longueur imprégnée au cours du temps ?

Quels sont les ingrédients physiques qui dictent la dynamique d'imprégnation ?

Dans un premier temps, interpréter vos résultats en loi d'échelle pour vérifier si vous avez trouvé un mécanisme plausible. Vérifier quantitativement la loi en déterminant son préfacteur (la viscosité de l'éthanol vaut $\eta = 1.2 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ à température ambiante).

Mettons à présent un morceau de papier buvard en contact avec un réservoir de liquide mouillant. Un front d'imprégnation monte le long du papier : le liquide est également aspiré par capillarité.

Compte-tenu de la taille caractéristique des pores dans du papier, la gravité joue-t-elle un rôle dans cette expérience ? Mesurer la dynamique d'imprégnation d'une bandelette en papier filtre gradué. Dédurre une estimation quantitative de la taille des pores dans le papier. L'ordre de grandeur semble-t-il réaliste ?

2 Drainage visqueux et dépôt de film

De nombreuses applications industrielles mettent en jeu le dépôt d'un film liquide sur une surface. L'intérêt de ce film est de modifier les propriétés de la surface, il peut la lubrifier, la protéger, l'isoler électriquement, modifier ces propriétés optiques... De multiples techniques de dépôt existent. Nous nous intéresserons ici à une variante de l'une des plus basiques d'entre-elles : le trempage. En sortant de votre bain vous emportez une certaine épaisseur d'eau sur votre peau. L'un des objectifs sera de déterminer quelle est l'épaisseur de ce film.

L'expérience que nous proposons d'étudier ne met en jeu ni baignoire ni baigneur, mais une petite goutte de liquide et un tube capillaire. Il s'agit en effet d'introduire une goutte de longueur L dans un tube capillaire de rayon R (indiqué sur la boîte des tubes) initialement sec. Pour le liquide, nous choisirons des huiles de silicone dont la viscosité η est indiquée sur le flacon. Ces huiles ont l'avantage de mouiller parfaitement la plupart des matériaux. En inclinant le tube, la goutte va se déplacer, laissant derrière elle un film (difficilement perceptible à l'oeil nu). En filmant la chute de la goutte, vous pourrez mesurer sa variation de longueur ΔL et sa vitesse V_a pour le ménisque avant ou V_r pour le ménisque arrière (Fig. 4). À cause du dépôt, la vitesse à l'avant sera légèrement plus faible qu'à l'arrière. La valeur la plus pertinente dans l'étude du dépôt est cette dernière car le film est déposé au niveau du ménisque arrière.

Chaque expérience demande un tube neuf. Merci de les utiliser avec une certaine parcimonie ! Une fois l'expérience terminée, ne jetez pas tout de suite les tubes, mais gardez les posés horizontalement en les identifiant pour une observation finale.

2.1 Vitesse de drainage

Si on néglige les effets de ménisque, comment devrait varier la vitesse en loi d'échelle avec les paramètres en jeu ? Vous attendez-vous à une dépendance avec la longueur de la goutte ?

Votre loi est-elle à peu près vérifiée ? Quels effets faudrait-il ajouter pour une meilleure description du problème ?

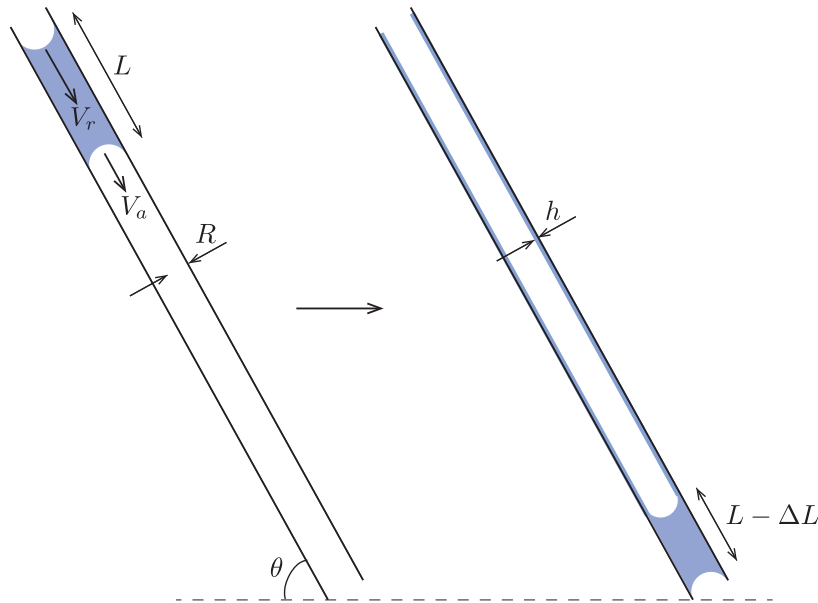


FIGURE 4 – Drainage d’une goutte dans un tube incliné. Lorsque le liquide est mouillant, la goutte se vide progressivement dans un film déposé au niveau du ménisque arrière.

2.2 Épaisseur déposée

2.2.1 Une courbe maîtresse ?

Pour chaque expérience, on peut déterminer l’épaisseur de film h qui reste à l’arrière de la goutte par une simple conservation du volume. Dans la limite $h \ll R$, sa valeur est déterminée par $2\pi R h V_r = \pi R^2 (V_r - V_a)$, soit $h/R = (V_r - V_a)/2V_r$.

Déterminer quelques épaisseurs de film déposées pour des tubes de différents rayons. Pour un tube donné, on pourra aussi faire varier la viscosité du liquide.

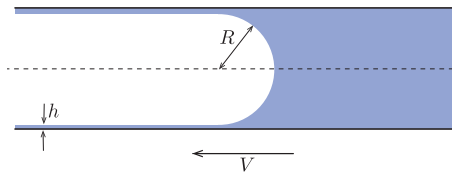


FIGURE 5 – Entraînement du film à l’arrière du ménisque (on a pris le ménisque comme référentiel).

Essayons d’interpréter les valeurs obtenues en nous plaçant dans le référentiel du ménisque arrière (Fig. 5). Dans ce référentiel c’est le tube qui fait marche arrière et entraîne avec lui le film liquide. Le problème est a priori très compliqué. Tentons déjà de déterminer les ingrédients physiques.

À part fixer la vitesse de la goutte, la gravité devrait-elle jouer un rôle important ? (on pourra par exemple estimer la vitesse de drainage du film et la comparer à la vitesse de la goutte.

De toute évidence, laisser un film coûte de l’énergie de surface. La tension de surface γ tend donc à retenir le liquide dans la goutte et à en diminuer son épaisseur. Au contraire, les contraintes visqueuses de cisaillement tendent à entraîner le film avec la paroi du tube et ont ainsi un rôle épaisissant. Cet effet sera d’autant plus important que la viscosité est élevée et que la vitesse est

grande, c'est donc le produit ηV qui est en jeu. On peut ainsi construire un nombre sans dimensions qui compare les effets de la viscosité à ceux de la tension de surface :

$$Ca = \frac{\eta V}{\gamma}$$

Ce nombre est généralement appelé *nombre capillaire*. On le retrouve dans toutes les situations qui mettent en jeu une compétition entre contrainte visqueuse et tension de surface. En absence d'autres ingrédients physiques, nous nous attendons à ce que h soit une fonction de Ca . Reste à comparer h à une longueur caractéristique du problème. La longueur naturelle est le rayon du tube R .

En traçant $h/R = f(Ca)$, obtenez-vous une courbe universelle ?

2.2.2 Le modèle de Bretherton

Décrire le détail de l'écoulement à l'arrière du ménisque n'est pas simple. Il demande en effet d'utiliser une technique de raccordement asymptotique qui ressemble à un problème de couche limite. Ce calcul a été réalisé en 1961 par le britannique Bretherton pour décrire ses expériences (très proches des vôtres). L'idée de ce calcul est de déterminer la transition d'extension ℓ entre un ménisque qui apparaît comme statique (dans le référentiel du tube) et le film entraîné au loin à une vitesse uniforme V (Fig. 6). Cette transition est généralement qualifiée de *ménisque dynamique*.

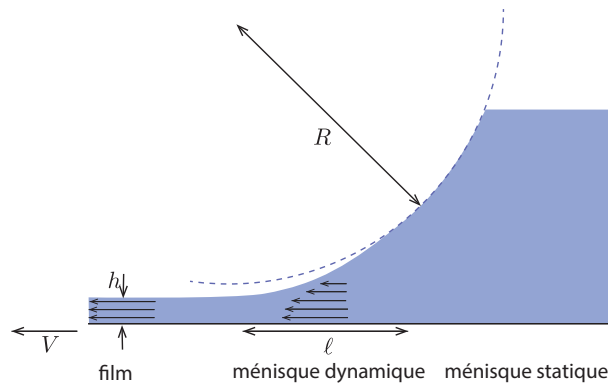


FIGURE 6 – Zone de transition entre le ménisque statique (dans le référentiel du ménisque) et le film entraîné.

Quelle est la pression de part et d'autre de ℓ ? Selon la loi de Laplace, le saut de pression dans le ménisque vaut $2\gamma/R$ car il est courbé dans les deux directions. En revanche, le film déposé à l'arrière n'est courbé que dans une direction, le saut vaut ainsi γ/R . Le ménisque statique tend donc à réaspirer le film. Le gradient de pression dans la zone de transition est donc d'ordre $\nabla P \sim \gamma/R\ell$. Ce gradient de pression compense la dissipation visqueuse $\eta V/h^2$. Nous en déduisons $h^2/R\ell \sim Ca$.

Il nous manque encore une équation pour fermer le problème. L'idée est que la courbure est continue entre la zone de transition et le ménisque statique. La courbure typique du ménisque dynamique h/ℓ^2 est ainsi égale à $1/R$. On en déduit $\ell^2 \sim hR$, et donc finalement :

$$h \sim R Ca^{2/3}$$

En faisant un calcul plus propre, Bretherton détermine un préfacteur numérique égal à 1,34.

Vos données sont-elles compatibles avec cette loi ?

Note : Un calcul similaire avait été réalisé par les physiciens russes Landau et Levich en 1942 pour décrire l'entraînement de liquide par une plaque retirée d'un bain. À un préfacteur près, la loi d'échelle est inchangée. La longueur capillaire $L_{ec} = \sqrt{\gamma/\rho g}$ remplace alors le rayon du tube.

2.3 Déstabilisation du film

Observez à présent les tubes qui sont restés posés horizontalement. Le film déposé est-il resté uniforme ? La longueur d'onde de l'instabilité dépend-elle de l'épaisseur du film déposé ? Varie-t-elle avec le rayon du tube ?

2.4 Éléments d'interprétation

La destabilisation du film est très proche de l'éclatement d'un filet d'eau en gouttes (instabilité de Rayleigh-Plateau). Le film déposé à l'arrière du tube occupe beaucoup de surface. L'idéal serait de rassembler tout le liquide dans la goutte de départ. Cependant cela prendrait beaucoup de temps car cela implique des écoulements dans des films minces. Faire plein de gouttes est plus rapide, mais n'est guère optimal du point de vue de la tension de surface. Le système opte donc pour un compromis, un mode intermédiaire qui croît plus vite que les autres. Tant qu'on reste dans la limite $h \ll R$, on peut montrer que la longueur d'onde optimale est simplement proportionnelle à R :

$$\lambda = 2\pi\sqrt{2}R$$

Considérons une perturbation de longueur d'onde λ . Du point de vue de la dynamique, le rayon de l'interface est plus élevé à l'intérieur des bosses qu'à l'extérieur (tant que la courbure longitudinale n'est pas trop élevée, c'est-à-dire tant que λ n'est pas trop petit). Selon la loi de Laplace, la pression est plus faible dans les bosses que dans les creux. Le liquide des creux est donc aspiré vers les bosses, ce qui conduit à une amplification de la perturbation.

Comment déterminer une échelle de temps caractéristique ? En ordre de grandeur, la différence de pression est donnée par $\gamma/(R-h) - \gamma/R \sim \gamma h/R^2$, ce qui conduit à un gradient $\gamma h/R^2 \lambda$. Ce gradient équilibre le gradient de contraintes de cisaillement $\eta V_{inst}/h^2$. Nous en déduisons une vitesse d'écoulement $V_{inst} \sim \gamma h^3/\eta R^2 \lambda$. Pour déterminer le temps caractéristique, il suffit d'estimer le temps nécessaire au fluide de pour se déplacer d'un creux vers une bosse, c'est-à-dire $\tau \sim \lambda/V_{inst}$. On obtient finalement :

$$\tau \sim \frac{\eta R^2 \lambda^2}{\gamma h^3} \sim \frac{\eta R^4}{\gamma h^3}$$

D'un point de vue pratique si on veut peindre l'intérieur de ses tubes de manière uniforme, il faudra que la peinture sèche dans un temps court devant τ .

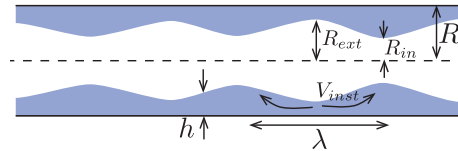


FIGURE 7 – Instabilité du film. Lorsque des perturbations apparaissent le rayon à l'intérieur des bosses est plus élevé qu'à l'extérieur (tant que la courbure longitudinale n'est pas trop élevée, c'est-à-dire tant que λ n'est pas trop petit). La pression est ainsi plus faible dans les bosses que dans les creux. Le liquide des creux est donc aspiré vers les bosses : la perturbation s'amplifie.