

L2 Préservation des Biens Culturels
STATISTIQUES DESCRIPTIVES : Travaux dirigés

I- Une série de mesures a donné les valeurs suivantes :

24 25 29 23 27 25 28 20 29 22
22 24 26 21 32 30 26 25 34 24
26 31 27 35 21 32 30 26 34 26
28 37 28 28 29 26 19 21 30 30
23 20 25 27 17 22 24 20 25 31

1. Déterminer la distribution des résultats suivant les diverses valeurs, en la présentant sous forme de tableau.
2. Dessiner l'histogramme de la distribution.
3. Quelle est la moyenne, la médiane, le mode de la distribution ?
4. Calculer l'écart-type de la distribution, sachant que $\sum x^2 = 35490$.

II- On regroupe en 7 classes de même étendue les valeurs de la série de mesures de la partie **I** :
[16, 5; 19, 5[, [19, 5; 22, 5[, ..., [31, 5; 34, 5[et [34, 5; 37, 5[.

1. Etablir le tableau de la distribution en classes.
2. Dessiner l'histogramme correspondant.
3. Calculer la moyenne de la distribution en classes. Déterminer la classe médiane et la classe modale.

SOLUTION

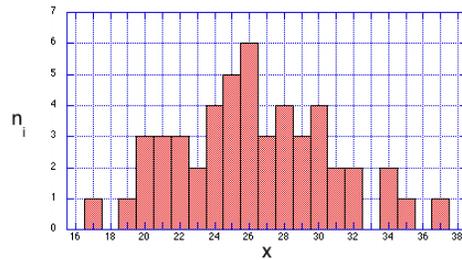
I-

1. .

Valeurs	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
Effectifs	1	0	1	3	3	3	2	4	5	6	3	4	3
Effectifs cumulés	1	1	2	5	8	11	13	17	22	28	31	35	38

Valeurs	30	31	32	33	34	35	36	37
Effectifs	4	2	2	0	2	1	0	1
Effectifs cumulés	42	44	46	46	48	49	49	50

2. .



3. moyenne $\bar{x} = 26,28$; médiane $m_e = 26$; mode $m_o : 26$.

4. Variance $s^2 = 19,55$; écart-type $s : 4,42$.

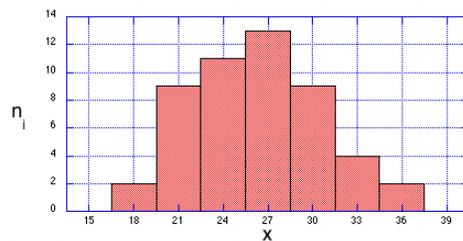
II-

1. .

Valeurs	[16, 5; 19, 5[[19, 5; 22, 5[[22, 5; 25, 5[[25, 5; 28, 5[
Effectifs	2	9	11	13
Effectifs cumulés	2	11	22	35

Valeurs	[28, 5; 31, 5[[31, 5; 34, 5[[34, 5; 37, 5[
Effectifs	9	4	2
Effectifs cumulés	44	48	50

2. .



3. moyenne $\bar{x} = 26,28$; classe médiane = [25, 5; 28, 5[; classe modale = [25, 5; 28, 5[.

L2 Préservation des Biens Culturels
PROBABILITÉS : Travaux dirigés

1 Loi binomiale 1

Les statistiques ont montré que 53 % des naissances sont des garçons.

1. Dans une famille de 5 enfants, quelle est la probabilité d'avoir 0 filles ? 1 fille ? 2 filles ? 3 filles ? 4 filles ? 5 filles ?
2. Déterminer le tableau de distribution de probabilités correspondant, où la première ligne est le nombre de filles par famille de 5 enfants et la deuxième ligne est la probabilité correspondante.
3. En déduire la moyenne μ de filles par famille de 5 enfants dans la population.
4. Calculer la probabilité d'avoir entre 1 et 3 filles dans une famille de 5 enfants, et la probabilité d'avoir plus de trois filles dans une famille de 5 enfants.

2 Loi binomiale 2

Un atome de ^{14}C a une probabilité $p = 2,3 \cdot 10^{-10}$ de se désintégrer dans une minute.

1. Quelle est la probabilité d'observer dans la prochaine minute $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ désintégrations dans un morceau de bois calciné contenant $5,9 \cdot 10^{10}$ atomes de ^{14}C ? On donnera la valeur littérale en fonction de k sans faire l'application numérique, mais on donnera une estimation numérique réaliste pour $k = 0, 1, 2$ et 3.
2. Quel est le nombre de désintégration moyen par minute dans ce morceau de bois ?

3 Loi hypergéométrique

Sur un tirage de loto contenant 49 boules, quelle est la probabilité de tirer une des 6 boules gagnantes ?

L2 Préservation des Biens Culturels
STATISTIQUE INTERPRÉTATIVE : Travaux dirigés

1 Estimation de l'âge d'une statuette

Des mesures du nombre de désintégrations du carbone 14 contenu dans une statuette en bois ont donné, en moyenne, $\bar{x} = 12,64$ désintégrations par minute et par gramme de carbone (dpm.g⁻¹), avec $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0,12$ dpm.g⁻¹ (où n est très grand).

La relation entre l'âge de l'objet t (en années) et le nombre μ de dpm.g⁻¹ est :

$$t = \frac{5730}{\log 2} \cdot \log \left(\frac{13,6}{\mu} \right).$$

1. Donner une estimation ponctuelle de μ , puis de t .
2. Donner deux estimations de μ , par l'I. C. à 95 % et l'I. C. à 99 %. En déduire les fourchettes d'âge correspondants.
3. Quelle est l'estimation la plus fiable ? Quelle est la plus précise ?

2 Test d'hypothèses

La statuette de l'exercice précédent est soit authentique soit une copie effectuée au vingtième siècle. Sachant que la datation a été réalisée en 1975, tester les hypothèses suivantes :

1. La statuette est de la période Kamakura (1185 - 1334),
2. La statuette est une copie faite au vingtième siècle.

Question subsidiaire : Sachant qu'il y a moins d'une chance sur un million pour que l'intervalle de confiance $\bar{x} \pm 5 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ ne contienne pas μ , tester la seconde hypothèse avec un risque de 10^{-6} .